

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКЕ

Под редакцией Е. М. Гершензона и А. Н. Мансурова

*Допущено  
Учебно-методическим объединением  
по специальностям педагогического образования  
в качестве учебного пособия для студентов  
высших учебных заведений, обучающихся  
по специальности 032200 «Физика»*

УДК 53(075.8)  
ББК 22.3 я73  
Л12

Авторы:

В. Н. Александров, С. В. Бирюков, И. А. Васильева, Н. Б. Виноградова, А. И. Елантьев,  
А. Б. Казанцева, М. С. Каменецкая, Е. А. Коротаева, Ю. А. Кравцов,  
Л. Б. Литвак-Горская, В. А. Малашкова, А. Н. Мансуров, С. Н. Масленников,  
Е. Б. Петрова, Г. Д. Полянина, Н. Г. Птицина, В. Д. Семаш, В. В. Сперантов,  
В. Б. Смирнова, Н. В. Соина, В. В. Стручков, Ю. В. Федорова

Рецензенты:

акад. РАО, д-р пед. наук *Ю. И. Дик*;  
кафедра физики Московского государственного открытого педагогического  
университета (зав. кафедрой проф. *Л. Ф. Уткина*)

Л12 Лабораторный практикум по общей и экспериментальной физике: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. Н. Александров, С. В. Бирюков, И. А. Васильева и др.; Под ред. Е. М. Гершензона и А. Н. Мансурова. — М.: Издательский центр «Академия», 2004. — 464 с.: ил.

ISBN 5-7695-1258-X

В пособии приведены описания лабораторных работ по общей и экспериментальной физике, которые сгруппированы по основным разделам учебной дисциплины: механика, электродинамика, оптика, квантовая физика, молекулярная физика. Рассмотрены особенности применения персонального компьютера в учебной физической лаборатории.

Для студентов высших педагогических учебных заведений, обучающихся по специальности «Физика».

УДК 53(075.8)  
ББК 22.3 я73

ISBN 5-7695-1258-X

© Коллектив авторов, 2004  
© Издательский центр «Академия», 2004

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Практикум содержит описание лабораторных работ по общей экспериментальной физике и соответствует требованиям Государственного общеобразовательного стандарта высшего профессионального образования для педагогических вузов по специальности 032200 «Физика».

В него включены шесть разделов: «Механика», «Электродинамика», «Оптика», «Квантовая физика», «Молекулярная физика», «Компьютер в учебной физической лаборатории». Во все разделы практикума наряду с традиционными включены новые работы, предполагающие использование компьютеров. В некоторых случаях компьютер является составной частью лабораторной установки, иллюстрируя возможности современного физического эксперимента, а часть работ предполагает использование компьютера для обработки экспериментальных данных и выполнения расчетных заданий. Кроме того, ряд работ знакомит студентов с методами компьютерного моделирования тех или иных физических явлений и процессов.

В зависимости от тематики лабораторных работ в каждом разделе предусмотрено изучение основных физических явлений и закономерностей, измерение характерных физических величин и фундаментальных физических постоянных, освоение экспериментальных методов исследования физических объектов, изучение методов обработки результатов физических измерений.

В каждой лабораторной работе сформулирована цель экспериментального исследования, представлены перечень приборов и оборудования, список литературы, приведены описание экспериментальной установки, порядок проведения эксперимента и методика обработки его результатов. В конце описания задания даны вопросы и упражнения, активизирующие самостоятельную деятельность студентов при подготовке к выполнению работы.

Большинство лабораторных работ практикума являются результатом коллективного труда преподавателей, инженеров и лаборантов кафедры общей и экспериментальной физики Московского педагогического государственного университета (МПГУ). Авторы взяли на себя труд систематизировать результаты многолетней работы сотрудников кафедры, принимавших участие в создании практикума.

Введение и разд. 1 написаны Н. Г. Птициной и И. А. Васильевой; разд. 2 — В. Н. Александровым и В. Д. Семашем; разд. 3 — В. В. Сперантовым; разд. 4 — Н. Б. Виноградовой, С. В. Бирюковым, А. И. Елантьевым; разд. 5 — А. Б. Казанцевой; разд. 6 — С. В. Бирюковым.

Авторами и соавторами отдельных работ являются преподаватели кафедры: В. В. Стручков (2.2, 2.4, 2.5, 2.9, 2.10, 2.13, 2.16, 2.17), В. Б. Смирнова (3.1), Г. Д. Полянина (4.2), Е. А. Коротаяева (4.6), Ю. А. Кравцов (4.7), С. Н. Масленников (4.16), А. Н. Мансуров (5.1, 5.2, 5.8, 5.19), В. А. Малашкова (5.4, 5.5, 5.11, 5.12), М. С. Каменецкая и Е. Б. Петрова (5.7, 5.15), Н. В. Соина (5.9, 5.10, 5.14), Л. Б. Литвак-Горская (5.16—5.18), Ю. В. Федорова (6.1).

При постановке лабораторных работ практикума активное участие принимали инженеры кафедры: Ю. А. Лесс, В. С. Филатов, Н. А. Третьякова, Е. А. Сальникова, Н. П. Крюкова, М. П. Николаева, О. В. Шикова, Е. О. Токарева, Е. Г. Борисова.

Инициатором и организатором всей работы по созданию обновленного практикума был зав. кафедрой общей и экспериментальной физики МПГУ, проф., чл.-кор. РАО Е. М. Гершензон, безвременно ушедший из жизни во время подготовки пособия к изданию. Окончательная редакция была осуществлена А. Н. Мансуровым.

Всем преподавателям и сотрудникам кафедры, принимавшим участие в создании настоящего лабораторного практикума, авторы выражают искреннюю благодарность.

Авторы также признательны проф., акад. РАО Ю. И. Дику, зав. кафедрой физики Московского государственного открытого педагогического университета проф. Л. Ф. Уткиной и проф. В. Ф. Банной за проделанный труд по рецензированию рукописи и высказанные замечания, которые были учтены при окончательном редактировании пособия.

# ВВЕДЕНИЕ

## В.1. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

Задача физического эксперимента состоит в определении численного значения неизвестных физических величин с помощью прямых или косвенных измерений.

При прямых измерениях осуществляется количественное сравнение физической величины с соответствующим эталоном с помощью приборов. Отсчет по шкале прибора указывает измеряемое значение.

При косвенных измерениях интересующую нас величину находят с помощью математических операций над экспериментально найденными величинами. Например, сопротивление резистора  $R$  можно найти следующим образом: сначала измеряют силу тока  $I$  через резистор и поданное на него напряжение  $U$ , а затем рассчитывают  $R$  по формуле  $R = U/I$ .

Точность измерений оценивается *величиной погрешности*, или *ошибкой измерений*. Различают абсолютную и относительную погрешности. *Абсолютная погрешность*  $\Delta X$  имеет единицу измерения физической величины  $X$ ; результат измерений с указанием абсолютной погрешности записывают в виде:

$$X = X_{\text{ср}} \pm \Delta X,$$

где  $X_{\text{ср}}$  — среднее значение измеряемой величины.

*Относительную погрешность*  $\epsilon_X$ , которую часто используют для сравнения точности различных методов измерения, определяют по формуле

$$\epsilon_X = \frac{\Delta X}{X_{\text{ср}}}.$$

Она является безразмерной величиной и часто выражается в процентах.

Вычисление значений  $X_{\text{ср}}$ ,  $\Delta X$  и  $\epsilon_X$  представляет собой сложную задачу, решаемую путем обработки результатов прямых измерений на основе методов математической статистики с учетом природы ошибок измерений (см. [35]).

Ошибки измерений физических величин принято подразделять на систематические, случайные и промахи.

**1. Систематические ошибки.** Отличительным признаком систематических ошибок является то, что они практически одинаковы при фиксированных условиях опыта, т. е. во всех измерениях, проводимых одним и тем же методом и одними и теми же приборами. Такие ошибки можно устранить, применив более точные приборы или изменив метод измерения искомой величины. Систематические ошибки могут быть обусловлены разными причинами. Рассмотрим их характерные случаи.

**Ошибки известной природы, определяемые экспериментально или с помощью вычислений.** Такие ошибки называют *поправками*, потому что, найдя ошибку и прибавив ее к отсчету прибора, мы можем скорректировать найденное численное значение измеренной величины. Типичные примеры: введение поправок на магнитное поле Земли при лабораторных магнитных измерениях или учет архимедовой силы при нахождении массы тела путем взвешивания. В частности, в уже упоминавшемся примере об измерении сопротивления резистора  $R$  следует вводить поправку, обусловленную влиянием сопротивления вольтметра  $R_B$  на показания амперметра.

**Ошибки известной природы, но неизвестной величины.** С ошибками этого вида приходится сталкиваться каждому экспериментатору: радиоастроному, который измеряет интенсивность радиоизлучения от внеземных источников (Солнца, квазаров, радиогалактик и т. д.), мешает радиоизлучение атмосферы; геофизику, измеряющему радиоактивность минерала с помощью счетчика Гейгера, мешают космические лучи и т. д. Возможны два способа устранения ошибок такого рода: первый — вычислить их, а затем внести поправки, второй — придумать метод, при котором измеряемая величина не зависела бы от мешающих факторов. На практике применяют оба способа, но это не всегда приводит к желаемому результату.

**Приборные ошибки.** Эти ошибки обусловлены конструкцией измерительных приборов и технологией их изготовления и также заранее неизвестны. Предприятия-изготовители, однако, могут гарантировать некий максимальный уровень этих ошибок, который обычно указан на шкале прибора или в его техническом описании. Например, если на металлической линейке написано «0,1 мм», то это означает, что максимальная абсолютная приборная ошибка составляет 0,1 мм, и с помощью такой линейки бесполезно проводить измерения с точностью до сотых долей миллиметра. Погрешность электроизмерительных приборов обычно характеризуется *классом точности*. Например, если

прибор имеет класс точности 0,1 (это число обычно указывается на шкале и обводится кружком), то это означает, что показания прибора отличаются от эталона не более чем на 0,1% предела измерений данного прибора (подробней о классах точности электроизмерительных приборов см. в описании работы 2.1).

В тех случаях, когда сведения о величине приборной ошибки отсутствуют, ее принимают равной половине цены деления шкалы прибора, если отсчет измеряемой величины непрерывный (стрелочный прибор, линейка, транспортир и т.п.). Для приборов с дискретным (прерывистым, скачкообразным) отсчетом (часы с «прыгающей» стрелкой, цифровые приборы и приборы со ступенчатой регулировкой, у которых значения регулируемой величины указаны напротив положений рукоятки соответствующих переключателей — генераторы низких частот, магазины сопротивлений или конденсаторов и т.п.) приборная ошибка считается равной минимальному шагу отсчета.

**Ошибки неизвестного происхождения и неизвестной величины.** Это самая опасная разновидность систематических ошибок. Чаще всего такие ошибки возникают в результате непредусмотрительности экспериментатора, который не сумел выявить все мешающие факторы. Иногда (но значительно реже) за ними кроются новые, неизвестные до того явления. В истории физики встречаются случаи, когда подробный анализ причин расхождения эксперимента с теорией приводил либо к ложным (и, как правило, быстро опровергаемым результатам последующих экспериментов) выводам, либо к важнейшим открытиям фундаментального характера. Лучшим способом выявления систематических ошибок такого рода является повторение измерений с использованием другого метода.

В лабораторной практике при определении систематической ошибки обычно учитывают только приборные погрешности.

**2. Случайные ошибки.** Данные ошибки отличаются от систематических прежде всего тем, что они имеют различные значения в отдельных измерениях, проводимых при одинаковых условиях, и подчиняются случайным, вероятностным законам. Вероятность появления ошибок такого рода можно вычислить, пользуясь законами статистики. Погрешности измерений в этих случаях вызваны рядом дополнительных, побочных факторов, учесть которые заранее невозможно. Так, случайные изменения амплитуды напряжения на выходе радиоприемника могут быть вызваны различными причинами: электрическим шумом, обусловленным тепловым движением зарядов в радиоцепях; случайным изменением условий распространения радиоволн; электрическими помехами от гроз или пылесоса, работающего в соседней комнате, и т.п.

Случайные ошибки в ряде случаев могут в несколько раз превышать приборные погрешности, но, как это ни покажется парадоксальным, именно вероятностный характер случайных погреш-

ностей позволяет, как будет показано ниже, если не исключить их полностью, то заметно ослабить их воздействие на результат измерений.

**3. Промахи** — это резкие отклонения результатов отдельных измерений от всех остальных. Появление промахов связано или с невнимательностью экспериментатора, или с неисправностью измерительных приборов, или, наконец, с резким изменением условий эксперимента. Как будет показано ниже, промахи с помощью специальной обработки результатов измерений могут быть выявлены, а соответствующие им результаты отброшены.

### В.3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

**1. Числовая оценка измеряемой величины.** Измеряя некоторую физическую величину (длину, массу, время и т. п.), мы всегда получаем ряд чисел  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , отличающихся друг от друга. В математической статистике вводится понятие *истинного значения* измеряемой величины, что позволяет ошибку  $i$ -го измерения определить как разность между истинным значением  $X$  и результатом отдельного измерения  $x_i$ :

$$\delta_{x_i} = x_i - X. \quad (1)$$

Эта ошибка является суммой систематической ошибки  $\delta_c$  (одинаковой для всех измерений) и случайной ошибки  $\tilde{\delta}_{x_i}$  (различной для разных измерений):

$$\delta_{x_i} = \delta_c + \tilde{\delta}_{x_i}. \quad (2)$$

Ошибки  $\delta_c$  и  $\tilde{\delta}_{x_i}$  нам заранее не известны.

Простейшее допущение о систематической ошибке  $\delta_c$  предполагает наличие только приборной погрешности (это допущение приемлемо для измерений в физическом практикуме), которая не превышает некоторого максимального значения  $\delta_{\max}$ .

Простейшее допущение о случайных ошибках  $\tilde{\delta}_{x_i}$  сводится к предположению, что все они статистически независимы, а средняя по выборке ошибка

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i$$

стремится к нулю при неограниченном увеличении числа измерений:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i \right) = 0. \quad (3)$$

В ряде случаев соотношение (3) можно толковать следующим образом: положительные ( $\tilde{\delta}_i > 0$ ) и отрицательные ( $\tilde{\delta}_i < 0$ ) от-

клонения встречаются одинаково часто, так что в сумме (3) происходит полная компенсация положительных и отрицательных ошибок.

В этих условиях, как показывает и математическая статистика, числовая оценка величины  $X$  определяется как среднее арифметическое из  $n$  измерений:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (4)$$

Эту величину называют также *выборочным средним* (т.е. средним по выборке).

Существенно, что выборочное среднее  $\bar{x}$  — это случайная величина: в разных выборках из  $n$  измерений она может принимать различные значения. Несмотря на это, выборочное среднее ближе к  $X$ , чем единичные измерения  $x_i$ , поскольку отклонение выборочного среднего  $\bar{x}$  от истинного значения  $X$  меньше большинства погрешностей единичных измерений. В самом деле, выразив  $x_i$  из (1) и подставив его значения в (4), получим

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X + \delta_{x_i}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X + \delta_c + \tilde{\delta}_i) = X + \delta_c + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i. \quad (5)$$

Согласно (3), при  $n \rightarrow \infty$  происходит полная компенсация случайных ошибок, т.е. величина  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tilde{\delta}_i$  стремится к нулю. Поэтому выборочное среднее  $\bar{x}$  стремится к  $X + \delta_c$ .

Таким образом, выборочное среднее  $\bar{x}$  служит лучшей числовой оценкой измеряемой величины  $X$ , чем любое из единичных измерений  $x_i$ ; сделав достаточное число измерений, можно практически полностью исключить случайные погрешности.

Однако на практике мы имеем дело с ограниченным числом измерений (к тому же даже при большом числе измерений мы не устраняем систематическую погрешность  $\delta_c$ ). Чтобы оценить точность измерений в этих условиях, необходимо ввести ряд новых понятий.

**2. Выборочная дисперсия. Среднеквадратичная и среднеарифметическая погрешность.** Из эксперимента мы можем найти только отклонения отсчетов  $x_i$  от выборочного среднего  $\bar{x}$ . Эти отклонения мы обозначим через  $\Delta x_i$ :

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}. \quad (6)$$

*Выборочной дисперсией*  $s^2$  измерения называют величину

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (7)$$

Квадратный корень из выборочной дисперсии, т.е. величину  $\sqrt{s^2} = s$ , называют *среднеквадратичной погрешностью* измерения:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta x_i)^2}. \quad (8)$$

Среднеквадратичная погрешность  $s$  характеризует степень разброса единичных измерений относительно  $X$ : в интервал  $\bar{x} - s < x_i < \bar{x} + s$  попадает примерно половина всех отсчетов  $x_i$ .

Степень разброса единичных отсчетов можно также оценить среднеарифметической погрешностью

$$r = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\Delta x_i|. \quad (9)$$

Вычислять среднеарифметическую погрешность  $r$  проще, чем среднеквадратичную ошибку  $s$ . Однако, как показано в математической статистике, использование среднеквадратичной погрешности предпочтительней.

Выборочная дисперсия  $s^2$  также случайная величина: она принимает различные значения для разных серий измерений. Однако при очень большом числе измерений выборочная дисперсия стремится к вполне определенному значению  $\sigma^2$ , которое называют дисперсией генеральной (т.е. всеобщей, содержащей бесконечное число отсчетов) выборки:  $\sigma^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - X)^2$ .

Для оценки точности измерений в теории вероятностей используют также понятие *плотности вероятности* величины  $x_i$ . Плотность вероятности  $w(x_i)$ , умноженная на малый интервал  $dx$ , дает вероятность попадания  $P$  случайной величины  $x_i$  в интервал от  $x$  до  $x + dx$ :

$$w(x_i)dx = P(x < x_i < x + dx). \quad (10)$$

Статистическое среднее (*математическое ожидание*) величины  $x$  определяется при этом как

$$x_{\text{ср}} = \int_{-\infty}^{\infty} xw(x)dx, \quad (11)$$

а разброс значений измеряемой величины вокруг ее математического ожидания (*дисперсия генеральной выборки*) как

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 w(x) dx. \quad (12)$$

Если функция распределения вероятностей  $w(x)$  имеет вид одnogорбой кривой, как показано на рис. В.1, то  $x_{\text{ср}}$  приблизительно отвечает положению максимума кривой  $w(x)$ , поскольку значения случайной величины  $x$  концентрируются вблизи  $x_{\text{ср}}$ . Дисперсия же

$\sigma^2$  характеризует «ширину» кривой, т. е. степень разброса величин  $x_i$  относительно  $\bar{x}$ .

Приступая к опыту, мы не знаем истинного значения дисперсии  $\sigma^2$ , но можем с той или иной степенью точности оценить ее: приемлемой оценкой  $\sigma^2$  может служить выборочная дисперсия  $s^2$ .

**3. Точность измерений.** Точность измерений определяется по-разному в зависимости от соотношения между приборной ошибкой  $\delta_c$  и среднеквадратичной ошибкой  $s$ .

Обратимся теперь к вопросу о точности числовой оценки  $X$ . Когда случайные погрешности пренебрежимо малы, т. е.  $\bar{\delta} \ll \delta_c$ , точность числовой оценки величины  $X$  определяется приборной погрешностью. Истинное значение  $X$  отличается от  $\bar{x}$  не более чем на  $\delta_c$ :

$$\bar{x} - \delta_c \leq X \leq \bar{x} + \delta_c, \quad (13)$$

или  $X = \bar{x} \pm \delta_c$ . Ясно, что при  $s \ll \delta_c$  не нужно проводить много измерений. В принципе достаточно ограничиться лишь единичным отсчетом, взяв в качестве  $\bar{x}$  результат любого измерения.

Однако предварительно нужно убедиться в том, что  $s \ll \delta_c$ . На практике, как уже говорилось, проще оценивать не среднеквадратичную погрешность  $s$ , а среднеарифметическую погрешность  $r$ , которая сравнима с  $s$  по порядку величины. Поэтому достаточно проверить выполнение условия  $r \ll \delta_c$ . Еще проще (и это вполне допустимо) проверить условие  $|\Delta x|_{\max} \ll \delta_c$ , где  $|\Delta x|_{\max}$  — максимальное значение абсолютной погрешности  $\Delta x_i = (x_i - \bar{x}_i)$ . Если  $|\Delta x|_{\max} \ll \delta_c$ , то ошибка измерений определяется только прибором и результат измерений записывается в форме (13).

По-иному обстоит дело в другом предельном случае, когда  $s \gg \delta_c$ . В этом случае можно пренебречь в формуле (5) систематической погрешностью  $\delta_c$ :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = X + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{\delta}_i. \quad (14)$$

Используя это выражение, можно показать, что дисперсия выборочного среднего ( $\sigma'^2$ ) равна

$$\sigma'^2 = \frac{\sigma^2}{n}, \quad (15)$$

где  $\sigma^2$  — дисперсия генеральной выборки.

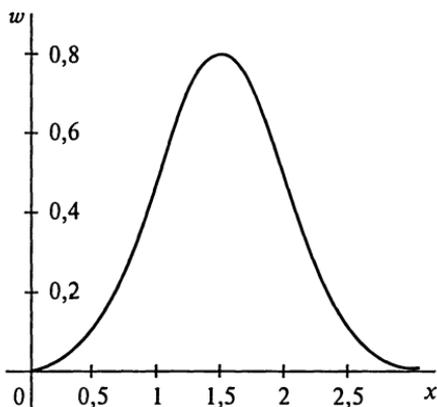


Рис. В.1

Таким образом, среднеквадратичное отклонение выборочного среднего  $\sigma'$  в  $\sqrt{n}$  раз меньше  $\sigma$ . Это означает, что с ростом числа измерений разброс случайной величины  $\bar{x}$  относительно истинного значения  $X$  уменьшается.

Обработывая результаты измерений  $x_i$  по формуле (7), мы можем определить не дисперсию генеральной выборки  $\sigma^2$ , а выборочную дисперсию  $s^2$ . Поэтому для среднеквадратичного отклонения выборочного среднего  $\sigma'$  получаем приближенную формулу

$$\sigma' = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x_i)^2}{n(n-1)}}. \quad (16)$$

Эту величину и принимают за точность измерений при  $s \gg \delta_c$ . Считают, что истинное значение  $X$  с вероятностью  $P = 0,68$  лежит в интервале

$$\bar{x} - \sigma' \leq X \leq \bar{x} + \sigma', \quad (17)$$

или  $X = \bar{x} \pm \sigma'$ .

При  $P = 0,95$   $X = \bar{x} \pm 2\sigma'$ , а при  $P = 0,9973$   $X = \bar{x} \pm 3\sigma'$ . Таким образом, погрешность измерений разумно характеризовать большей из величин  $\delta_c$  или  $s$ . Если же они примерно одинаковы, то полную погрешность  $\delta_{\text{полн}}$  вычисляют по формуле  $\delta_{\text{полн}} = \sqrt{\delta_c^2 + s^2}$ .

**4. Выбор числа измерений.** Увеличивая число измерений  $n$ , среднеквадратичную погрешность  $s$  можно сделать как угодно малой. Ясно, однако, что безграничное увеличение  $n$  нецелесообразно. Разумное ограничение числа опытов состоит в том, чтобы сделать  $s$  меньше приборной ошибки  $\delta_c$ , доведя ее до уровня  $s = \delta_c/2$ . Из этого соотношения с помощью (16) легко оценить нужное число измерений:

$$n \approx \left( \frac{2s}{\delta_c} \right)^2. \quad (18)$$

Если, например,  $s = 5\delta_c$ , то  $n = 100$ . Дальнейшее увеличение числа измерений уменьшило бы случайную погрешность  $\sigma'$ , но не улучшило бы точности числовой оценки  $X$ .

**5. Надежность измерений.** Так как обычно число измерений  $n$  существенно меньше, чем требуется по (18), то истинное значение  $X$  лежит в интервале, определяемом условием (17), не точно, а с определенной вероятностью  $\alpha$ .

Надежность измерений характеризуется *доверительной вероятностью*  $\alpha$  и *доверительным интервалом*  $\Delta x_\alpha$ . Доверительный интервал  $\Delta x_\alpha$  ограничивает такую окрестность  $\bar{x} \pm \Delta x_\alpha$ , куда с заданной (доверительной) вероятностью  $\alpha$  попадает истинное значение  $X$ . Доверительный интервал и доверительная вероятность, таким образом, связаны соотношением

$$P(\bar{x} - \Delta x_\alpha < X < \bar{x} + \Delta x_\alpha) = \alpha. \quad (19)$$

Из этого соотношения можно найти  $\Delta x_\alpha$  при заданном  $\alpha$ , и наоборот.

В простейшем случае, когда основная погрешность имеет систематическое происхождение ( $\delta_c \gg \sigma$ ), истинное значение  $X$  лежит в интервале  $\bar{x} - \delta_c \leq X \leq \bar{x} + \delta_c$  со 100%-й вероятностью (надежностью):

$$P(\bar{x} - \delta_c \leq X \leq \bar{x} + \delta_c) \approx 1, \quad (20)$$

поскольку  $\delta_c$  — верхняя граница возможных погрешностей. Из сравнения выражений (19) и (20) следует, что  $\pm \delta_c$  — величина доверительного интервала  $\Delta x$ , отвечающего 100%-й надежности.

**б. Исключение промахов.** Среди отсчетов  $x_i$ , полученных в результате  $n$  измерений, могут оказаться числа, резко отличающиеся от остальных. Такие числа могут появиться в результате оплошностей, из-за невнимательности, случайных кратковременных сильных помех и т. д. Обычно такие числа (промахи) не рассматриваются. Употребительный критерий отбрасывания состоит в том, чтобы исключить из рассмотрения отсчеты, для которых  $|\Delta x_i| > 3s$ . Основанием к этому служит то, что при нормальном законе распределения вероятность попадания  $\Delta x_i$  за пределы интервала  $(-3s, +3s)$  составляет всего лишь 0,3%. Следует, однако, предупредить, что сначала надо рассчитать  $s$  с учетом всех измерений, включая предполагаемые промахи, и затем уже проводить сравнение, а после отбрасывания промахов расчет  $s$  следует провести заново.

**7. Пример обработки результатов прямых измерений.** Пусть в результате 8 измерений некоторой величины с приборной погрешностью  $\delta_c = 0,5$  получены некоторые числа  $x_i$  (см. табл. 1).

Вычислим сначала выборочное среднее  $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$ . В нашем случае  $\bar{x} = 1/8(101 + 100 + 103 + 92 + 99 + 97 + 94 + 98) = 98$ .

Вычислим далее погрешности отдельных измерений  $\Delta x_i = x_i - \bar{x}$ , их квадраты  $(\Delta x_i)^2$  и среднеквадратичную погрешность  $s = \sqrt{\frac{\sum (\Delta x_i)^2}{n-1}}$ .  
Имеем:  $s = \sqrt{\frac{1}{8}(9 + 4 + 25 + 36 + 1 + 1 + 16 + 0)} = \sqrt{11,5} \approx 3,4$ .

Таблица 1

$x_i$	101	100	103	92	99	97	94	98
$\Delta x_i = x_i - \bar{x}$	3	2	5	-6	+1	-1	-4	0
$(\Delta x_i)^2$	9	4	25	36	1	1	16	0

Поскольку ни одно из чисел  $\Delta x_i$  не превышает  $3s = 10,8$ , то среди результатов измерений нет промахов.

В нашем случае среднеквадратичная погрешность  $s = 3,4$  оказалась больше приборной. Поэтому точность измерений определяется случайными, а не приборными погрешностями. Среднеквадратичное отклонение выборочного среднего можно определить по формуле (16):

$$\sigma' \approx \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{3,4}{\sqrt{8}} \approx 1,2.$$

Поскольку  $\delta_c = 0,5$ , заключаем, что точность числовой оценки  $\bar{x}$  тоже определяется преимущественно случайными ошибками, так что

$$X = \bar{x} \pm \sigma' = 98 \pm 1,2.$$

Чтобы снизить случайную погрешность  $\sigma' = \frac{s}{\sqrt{n}}$  до уровня систематической погрешности  $\delta_{\max} = 0,5$ , т.е. уменьшить  $\sigma'$  примерно в 2,5 раза, нужно было бы увеличить число измерений в  $2,5^2 \approx 6$  раз, т.е. сделать  $8 \cdot 6 = 48$  измерений. Уровень же  $1/2\delta_{\max} = 0,25$  был бы достигнут примерно при 200 измерениях.

Заметим, что значение  $\bar{x}$  при записи окончательного результата следует округлять с учетом величины абсолютной ошибки, а именно: порядок последней значащей цифры  $\bar{x}$  не должен быть меньше порядка первой значащей цифры ошибки (например,  $1242 \pm 2,4$ , а не  $1242,8 \pm 2,4$ ).

Действительно, невозможно гарантировать значение величины на уровне десятых долей, если ошибка измерений составляет несколько единиц. Поэтому кажущееся бессмысленным написание измеренной величины, например в виде  $\alpha = 25,000$ , имеет глубокий смысл. Такая запись означает, что величина  $\alpha$  была измерена с точностью до тысячного знака после запятой.

Относительная ошибка  $\epsilon$  в нашем примере равна

$$\frac{\sigma'}{X} = \frac{1,2}{98} \approx 0,012 = 1,2\%.$$

#### В.4. ОБРАБОТКА КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Большинство физических величин приходится измерять косвенным образом. Сначала прямым методом находят некоторые величины  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , а затем определяют интересующую нас величину  $A$  по формуле

$$A = f(x, y, z).$$

Вопрос о погрешностях величины  $A$  в этом случае решается следующим образом. Пусть  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $\bar{z}$  — числовые оценки непосредственно измеренных величин  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , а  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  — отвечающие им абсолютные погрешности прямых измерений, которые естественно считать независимыми случайными величинами. В качестве числовой оценки величины  $A$  обычно берут

$$A = f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}),$$

а абсолютную ошибку  $\Delta A$  определяют как  $\Delta A = \varepsilon_A A$ .

Для оценки максимальной относительной ошибки косвенного измерения обычно пользуются формулой

$$\varepsilon = \frac{\Delta A}{A} = d[\ln f(x, y, z)] \approx \\ \approx \frac{1}{f(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} \left[ \left| \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f(x, y, z)}{\partial z} \right| \Delta z \right].$$

Если в формулу для определения величины  $A$  входят математические константы ( $\pi$ ,  $e$  и др.), универсальные физические постоянные, табличные данные из справочников и т. п., то следует помнить, что точность задания этих величин не должна быть ниже точности измеренных величин  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Поэтому округление этих констант нужно проводить таким образом, чтобы отношение «отброшенной» части константы к ее округленному значению было бы меньше  $\varepsilon_{x, y, z}$ . Тогда ошибкой округления можно пренебречь.

## В.5. ЗАПИСЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

В каждом эксперименте очень важно сразу и без какой-либо обработки записывать результаты проделанных измерений. Запись должна быть ясной и компактной.

Не следует проводить никаких, даже самых простых арифметических расчетов в уме, не записав результат измерения. Например, для определения силы тока в амперах показания амперметра нужно делить на 2. Для этого вначале рекомендуется записать показания прибора в делениях шкалы, цену деления шкалы и лишь затем разделить результаты на 2. Если при делении в уме была допущена ошибка, то позже без записи результата непосредственного измерения исправить ее уже невозможно. Поэтому при проведении и записи измерений желательно проверить показания, взглянув еще раз на прибор.

Иногда целесообразно записывать серийные номера приборов, используемых при измерениях, что впоследствии может пригодиться. Так, если в ходе эксперимента или домашних расчетов обнаружатся какие-нибудь неувязки, то всегда можно проверить результат, не проводя всей серии измерений на новых приборах.

Результаты экспериментов удобнее всего записывать в виде таблиц. Такая запись компактнее и проще для восприятия. В начале каждого столбца пишут название или условное обозначение соответствующей величины с указанием единицы измерения. В таблице должны быть записаны значения величин, как полученные непосредственно в эксперименте, так и рассчитанные затем на основе экспериментальных данных.

Перед вычислениями следует выписать значения используемых констант и параметров экспериментальных установок с требуемой точностью.

## В.6. ВЫЧИСЛЕНИЯ

Цель эксперимента — получить числовое значение некоторой физической величины. Поэтому точность при вычислениях так же важна, как и при измерениях. Точность вычислительных средств (калькулятор, различные математические таблицы) не должна быть ниже точности измерений.

Вероятность появления случайных ошибок при расчетах можно уменьшить при рациональном подходе к вычислениям. Укажем некоторые способы устранения арифметических ошибок.

1. Чтобы избежать ненужных выкладок, целесообразно максимально упростить используемую формулу: вынести постоянные множители из-под корня, привести подобные члены, сократить общие множители и т. д.

2. Вычисления должны проводиться последовательно и аккуратно. Неаккуратная и неразборчивая запись выкладок часто оказывается причиной арифметических ошибок. Данные всех последовательных вычислений должны быть представлены в виде таблицы.

3. Проверку арифметических выкладок следует рассматривать как необходимую часть вычислений. При расчетах нужно следить за тем, чтобы полученные значения имели разумный порядок величины. Для этого до начала вычислений приблизительно определяется порядок искомой величины и ее размерность.

При выполнении лабораторных работ целесообразно использовать различные методы вычислений.

**Устные вычисления** (в уме) производят с точностью, равной одной или двум значащим цифрам, и используют для оценки полученных результатов и оперативного выявления очень грубых промахов. Такие вычисления не требуют никаких инструментов и способствуют развитию памяти, абстрактного мышления и умения выделять главное.

**Вычисления с карандашом и бумагой** (иногда с калькулятором) широко используют для обработки небольшого объема результа-

тов. Такие вычисления позволяют следить за преобразованием данных по шагам и способствуют развитию логического и операционного мышления, а также концентрации внимания, запоминанию и структуризации материала.

**Компьютерную обработку** данных применяют только при очень больших объемах расчетов, когда используемые методы освоены или стоит задача краткого знакомства с этими методами только на уровне их применения. Кроме того, компьютер часто используют при статистических расчетах, прямом численном моделировании, интерполяции, экстраполяции, регрессии (подборе коэффициентов формул), сборе экспериментальных данных и обработке эксперимента в реальном масштабе времени (см. разд. 6).

Например, при нахождении произведения двух величин и оценки точности полученного результата достаточно в зависимости от требуемой точности и числа измерений все вычисления произвести или устно, или с карандашом и бумагой, а при нахождении среднего значения и дисперсии серии из десятков значений имеет смысл воспользоваться компьютером или соответствующим калькулятором.

Отметим, что наиболее полное и наглядное представление изучаемого явления возможно только при всестороннем его описании в цифровой (таблицы), графической (графики зависимостей одной и нескольких переменных) и символьной форме (формулы и уравнения).

## В.7. ГРАФИКИ

В экспериментальной физике широко пользуются графиками. Применяя интерполяцию графической зависимости за пределами произведенных наблюдений, можно найти величину  $y$  для таких значений  $x$ , измерения которых не проводились.

При построении графика следует заранее выбрать масштаб, разметить оси координат и лишь после этого приступить к нанесению на график экспериментальных точек.

При выборе масштаба на графике следует исходить из следующих соображений: а) экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом; б) масштаб должен быть простым.

Проще всего, если единица измеренной величины (или 10, 100, 0,1 и т.д. от единицы) соответствует 1 см. Можно выбрать такой масштаб, чтобы 1 см соответствовал двум или пяти единицам.

Других масштабов следует избегать, потому что при нанесении точек на график придется производить дополнительные арифметические расчеты.

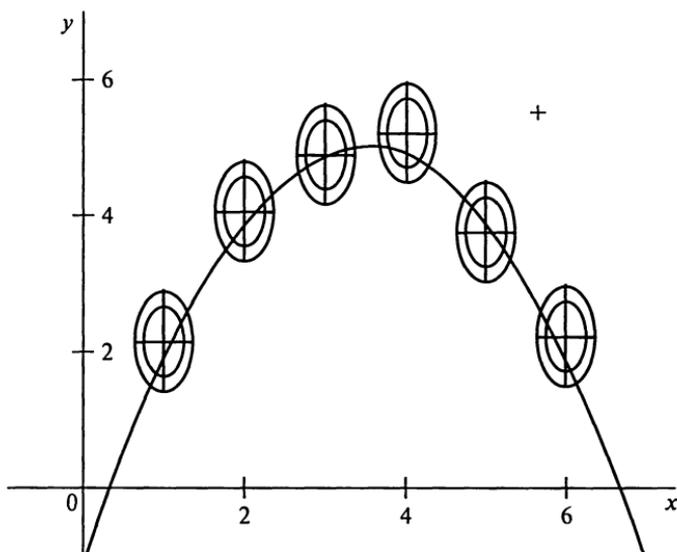


Рис. В.2

Степени десяти удобнее относить к единице измерения. Тогда деления на графике можно отмечать цифрами 1, 2, 3 или 10, 20, 30, а не 10000, 20000 и т. д. или 0,001, 0,002 и т. д. На осях координат следует указывать название или символ величины и единицы ее измерения (например,  $I$ ,  $10^{-3}$  А или  $U$ ,  $10^2$  В).

**Численные значения измеряемых величин на графике указывать не следует.** Результаты, полученные в разных сериях измерений, а также теоретические значения исследуемой величины обозначают отличающимися друг от друга значками (точками, крестиками, кружочками, треугольниками и т. п.).

Собственно график проводят через экспериментальные точки в виде плавной линии так, чтобы эти точки равномерно распределялись по обе стороны кривой. Дополнительным способом проверки правильности графика служит нанесение экспериментальных точек в виде вертикальных и горизонтальных отрезков, длины которых определяются ошибками измерения соответствующих величин. Кривая графика должна проходить в пределах этих отрезков (рис. В.2).

Кроме системы координат с равномерным масштабом, часто применяют *полулогарифмическую* и *логарифмическую* шкалы. Полулогарифмическая система координат — это прямоугольная система координат, по одной оси которой используется равномерный масштаб, а по второй — неравномерный логарифмический масштаб. Он будет равномерным для логарифмов чисел. Полулогарифмический масштаб очень удобен для изображения зависимостей

типа  $y = \ln x$  или  $y = \lg x$ , которые в таких координатах представляют собой прямые линии.

При выборе системы координат рекомендуется строить графики в таких координатах  $(y, x)$ , в которых предполагаемая функциональная зависимость выражается прямой линией. Это позволяет быстро проверить правильность предположения и легко определить параметры зависимости.

Например, если предполагается зависимость  $A(t) = k_1 + k_2/t$ , то в координатах  $(A, 1/t)$  она должна выражаться прямой линией, а коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  можно определить непосредственно из графика.

Обработка результатов измерений в соответствии с приведенными в данном разделе рекомендациями обеспечивает получение надежных данных при выполнении лабораторных работ настоящего практикума.

# Раздел 1. МЕХАНИКА

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.1

### ПРОСТЕЙШИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И ИХ ОБРАБОТКА

Цель работы: ознакомление с методами измерения линейных размеров образцов, масс, промежутков времени, с методами обработки экспериментальных данных и оценки точности измерений. Ознакомление с принципом действия электронного осциллографа.

Приборы и принадлежности: образцы для измерений, штангенциркуль, микрометр, секундомер, физический маятник, электронный осциллограф, аналитические весы.

Литература: «Введение» к настоящему практикуму; описание микрометра; описание лабораторной работы 2.7; техническое описание осциллографа; описание аналитических весов.

### Введение

Измерения масс, линейных размеров физических тел являются важнейшими в механике. Поэтому знакомство с техникой измерений в физике мы начинаем с таких приборов, как измерительные линейки и весы.

В большинстве случаев, когда требуемая точность измерений длины составляет десятые или даже сотые доли миллиметра, пользуются масштабными линейками, снабженными нониусами. К таким линейкам относятся штангенциркуль (точность около 0,1 мм) и микрометр (точность 0,01 мм) (рис. 1.1.1).

Нониусом называют дополнение к обычному масштабу, позволяющее повысить точность измерения с данным масштабом в 10—20 раз. Линейный нониус — это маленькая линейка с делениями, которая может скользить вдоль большой линейки, называемой масштабом (рис. 1.1.2). Деления на нониусе наносятся обычно так, что

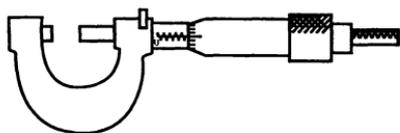


Рис. 1.1.1

одно деление нониуса составляет  $(m - 1)/m = 1 - 1/m$  часть деления масштаба, где  $m$  — число делений нониуса. Пусть расстояние между соседними штрихами масштаба  $y$ , между соседними штрихами нониуса  $x$ . Тогда  $x = y - y/m$  и  $mx = (m - 1)y$ . Величину  $\Delta x = y - x = y/m$  называют точностью нониуса, она определяет максимальную погрешность нониуса. Пользуясь нониусом, можно производить отсчеты с точностью до  $1/m$  части наименьшего деления масштаба. При достаточно мелких делениях масштаба деления нониуса делают более крупными, например  $x_1 = 2y - y/m$ , что дает  $mx_1 = (2m - 1)y$ . Точность нониуса по-прежнему определяется величиной  $\Delta x_1 = 2y - x_1 = y/m$ .

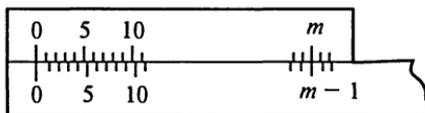


Рис. 1.1.2

В любом положении нониуса относительно масштаба одно из делений нониуса совпадает с каким-либо делением масштаба. Отсчет по нониусу основан на способности глаза фиксировать это совпадение.

Рассмотрим процесс измерений с помощью линейного нониуса. Пусть  $L$  — длина измеряемого образца (рис. 1.1.3). Совместим с началом образца нулевое деление основного масштаба. Пусть при этом конец его окажется между  $k$ -м и  $(k + 1)$ -м делением этого масштаба. Тогда

$$L = ky + \Delta L, \quad (1)$$

где  $\Delta L$  — неизвестная пока еще доля  $k$ -го деления масштаба.

Приложим теперь к концу образца нониус так, чтобы нуль нониуса совпал с концом этого образца. Так как деления нониуса не равны делениям масштаба, на нем обязательно найдется такое деление  $n$ , которое будет ближе всего подходить к соответствующему  $(k + n)$ -му делению масштаба. Как видно из рис. 1.1.3,  $\Delta L = ny - nx = n(y - x) = n\Delta x$ . Отсюда вся длина будет равна  $L = ky + n\Delta x$  или, согласно (1),  $L = ky + ny/m$ .

Результат можно сформулировать следующим образом: длина образца, измеряемая с помощью нониуса, равна числу целых делений масштаба плюс точность нониуса, умноженная на номер деления нониуса, совпадающего с некоторым делением масштаба.

Погрешность, которая может возникнуть при таком методе отсчета, обусловлена неточным совпадением  $n$ -го деления нониуса с  $(k + n)$ -м делением масштаба, и значение ее не будет превышать, очевидно,  $x/2$ , ибо при большем не-

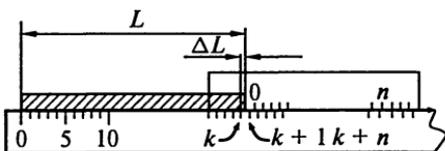


Рис. 1.1.3

совпадении этих делений одно из соседних делений (справа или слева) имело бы несовпадение меньше  $1/2x$  и мы бы произвели отсчет по нему.

Ознакомление с методами взвешивания тел начинается с изучения аналитических весов, точность измерения которых составляет 0,1 мг. С техническим описанием аналитических весов следует ознакомиться перед выполнением работы.

Одним из основных приборов современной физической лаборатории является электронный осциллограф. Этот прибор используют и в лаборатории механики. В данной работе предлагается ознакомиться с устройством электронного осциллографа (по техническому его описанию), освоить назначение основных ручек управления, расположенных на передней панели осциллографа, и получить представление о возможности его использования в различных физических экспериментах.

Ознакомление с приборами для измерения линейных размеров и массы тела осуществляется при определении плотности  $\rho$  материала металлического кольца. Плотность кольца рассчитывается по формуле:

$$\rho = \frac{4m}{\pi(D^2 - d^2)h},$$

где  $m$  — масса кольца;  $D$  и  $d$  — большой и малый диаметры кольца;  $h$  — толщина кольца.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение плотности материала кольца.

У выданного вам кольца измерьте его толщину микрометром, диаметры — штангенциркулем, а массу — с помощью аналитических весов. Определите плотность материала кольца и по справочнику найдите материал, из которого изготовлено кольцо. Данные измерений и расчетов  $m$ ,  $D$ ,  $\rho$ ,  $h$  занесите в таблицу. Оцените приборную и случайную погрешность эксперимента.

**Задание 2.** Наблюдение зависимости напряжения контрольного сигнала от времени.

Ознакомьтесь с описанием осциллографа (см. введение к лабораторной работе 2.7). Изучите назначение ручек управления, вынесенных на переднюю панель осциллографа. Включите электронный осциллограф. Ручку синхронизации поставьте в положение «От сети». На вертикальный вход осциллографа подайте напряжение контрольного сигнала (пониженное напряжение городской сети). Ручку «Диапазон частот» поставьте в положение «30—130 Гц». Вращением ручек «Частота плавно» и «Амплитуда синхронизации»

добейтесь, чтобы кривая на экране была неподвижна; амплитуда должна быть около 5 см (амплитуда регулируется ручками «Усиление» и «Ослабление»). Подсчитайте, сколько периодов  $n$  переменного напряжения наблюдается на экране. Пользуясь соотношением ( $v_{\text{разв}} = v/n$ ) из описания работы 2.7, определите частоту развертки  $v_{\text{разв}}$  ( $v = 50$  Гц — частота переменного напряжения контрольного сигнала).

**Задание 3.** Наблюдение формы переменного сигнала от генератора звуковой частоты.

Ручка синхронизации должна стоять в положении «Внутренняя». Соедините выход генератора звуковой частоты (ГЗ) с вертикальным входом осциллографа. На ГЗ установите любую частоту в диапазоне 200—2000 Гц. Подберите амплитуду выходного сигнала (ручкой «Усиление» на ГЗ) и положение ручек осциллографа «Ослабление» и «Усиление» так, чтобы амплитуда сигнала на экране осциллографа составляла 5—6 см. Подбирая частоту развертки (ручками «Диапазоны частот» и «Частота плавно») и амплитуду синхронизации, получите на экране осциллографа устойчивые картинки, соответствующие одному, двум, пяти периодам исследуемого сигнала. Рассчитайте частоты развертки, необходимые для получения устойчивых картинок.

**Задание 4.** Определение зависимости амплитуды колебаний физического маятника от времени.

Маятник представляет собой металлический стержень с грузом на нижнем конце. Подвешенный с помощью двух игольчатых опор на специальный кронштейн, маятник может совершать колебания в вертикальной плоскости. Зеркальце, расположенное на верхнем конце маятника, отражает на шкалу падающий на него от осветителя свет.

Для определения зависимости амплитуды колебаний физического маятника от времени выберите начальное отклонение маятника, составляющее 14 делений шкалы. Включите секундомер при амплитуде, равной длине 12 делений, и, не выключая его, отмечайте время, когда амплитуда будет соответствовать 10, 8, 6, 4 и 2 делениям шкалы.

По полученным данным постройте график зависимости амплитуды колебаний маятника  $\alpha$  от времени  $t$ . Предположив, что зависимость  $\alpha = \alpha(t)$  описывается экспоненциальной функцией  $\alpha(t) = \alpha_0 \exp(-\beta t)$ , перестройте график в координатах, в которых выбранная зависимость представляется прямой линией. Если на полученном графике экспериментальные точки действительно ложатся вдоль некоторой прямой, то сделанное предположение можно считать правдоподобным.

Вычислите коэффициент затухания  $\beta$ , пользуясь построенным графиком. Данные измерений и вычислений  $t$ ,  $\alpha(t)$ ,  $\beta$  занесите в таблицу.

## Вопросы и упражнения

1. Какими приборами следует пользоваться при измерении толщины, внутреннего и внешнего диаметров кольца?
2. Как сконструировать нониус, позволяющий повысить точность измерений с данным масштабом в  $n$  раз?
3. Какое из проведенных измерений дает максимальную приборную погрешность?
4. С какой точностью в этих экспериментах достаточно измерять массу кольца?
5. В каких координатах целесообразно строить график зависимости  $\alpha(t) = \alpha_0 \exp(-\beta t)$ ? Как из графика определить  $\beta$ ?
6. Почему при выполнении задания 2 ручка синхронизации осциллографа должна стоять в положении «От сети», а при выполнении задания 3 — в положении «Внутренняя»?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.2

### ИЗУЧЕНИЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАШИНЫ АТВУДА

Цель работы: экспериментальное изучение прямолинейного движения, определение мгновенной скорости и ускорения движущегося тела.

Приборы и принадлежности: машина Атвуда, набор перегрузков.

Литература: [5, § 1.1—1.7, 2.1—2.7]; [30, § 1.1—1.4, 2.1—2.5]; [35, гл. I, II, § 18, 19]; [12, ч. I § 1.1, 1.2, 2.2—2.4].

### Введение

В работе определяют кинематические характеристики (скорость, ускорение) движения пробных тел (грузов) и проверяют динамические соотношения, вытекающие из второго закона Ньютона: зависимость между силой и ускорением при постоянной массе системы. Экспериментальная установка — так называемая машина Атвуда — позволяет получить равномерное и равноускоренное движение грузов.

Чтобы определить кинематические характеристики движения, нужно измерить пути, проходимые грузами, и промежутки времени, в течение которых эти пути пройдены.

### Описание экспериментальной установки

Движение грузов происходит вдоль вертикальной колонки, на которой крепятся все элементы установки (рис. 1.2.1). Колонка снаб-

жена сантиметровыми делениями. На верхнем конце колонки установлен легкий алюминиевый блок, способный вращаться вокруг горизонтальной оси. Через блок перекинута нить, к концам которой подвешены грузы  $I$  одинаковой массы.

По всей длине колонки могут передвигаться и фиксироваться на произвольной высоте (с помощью стопорных винтов СВ) две платформы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . Платформы имеют отверстия, через которые проходит груз во время движения. Внутри платформы вмонтированы электрические лампочки и фоторезисторы. Проходя через платформу  $\Pi_1$ , груз пересекает световой луч, падающий на фоторезистор. В этот момент отключается электрический секундомер, измеряющий время  $t_1$  от начала движения, и включается второй (не показаны на рис. 1.2.1), который отключается в момент прохождения груза через отверстие платформы  $\Pi_2$ .

У основания колонки смонтирован электромагнит  $\mathcal{E}$ , фиксирующий начальное положение грузов. Успокоитель  $У$ , расположенный в верхней части колонки, служит для успокоения колебаний груза перед началом движения (приводится в действие с помощью шнура).

В верхней и нижней частях колонки расположены демпфер  $Д$  и ловушка  $Л$ . Демпфер амортизирует удар при остановке грузов, предотвращая разрыв нитей; ловушка захватывает грузы в конце движения. Освобождение груза из ловушки осуществляется нажатием на кольцо, расположенное в верхней части ловушки.

Движение системы грузов происходит под действием перегрузок  $2$ , которые можно располагать на съемной шайбе  $3$ , устанавливаемой на шейке левого груза. При этом движение будет равноускоренным. Кроме того, платформа  $\Pi_1$  имеет специальное устройство, освобождающее проходящий через нее груз от шайбы с перегрузками. Дальнейшее движение грузов между платформами  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  после снятия съемной шайбы будет происходить до инерции.

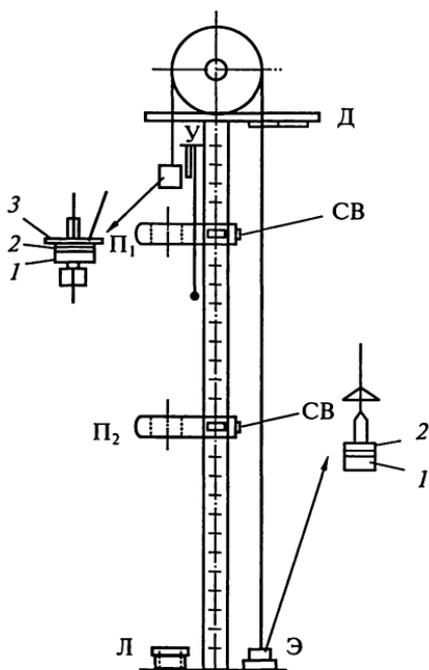


Рис. 1.2.1

Включение установки производится тумблером, расположенным на щитке. При этом включается электромагнит Э, загораются лампочки, вмонтированные в платформы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , и зеленая сигнальная лампочка на щитке. Нижний груз (правый на рис. 1.2.1) устанавливают на электромагнит; платформы располагают на нужной высоте; на верхний груз надевают шайбу с перегрузками и с помощью успокоителя прекращают колебания груза. Пуск установки осуществляется кратковременным нажатием на расположенную на щитке красную кнопку. При этом отключается электромагнит Э и включается первый секундомер, измеряющий время ускоренного движения грузов  $t_1$ .

Таким образом, конструкция установки позволяет измерить длину первого участка движения  $x_1$  — расстояние между основанием верхнего груза и серединой платформы  $\Pi_1$  и длину второго участка  $x_2$  — расстояние между серединами платформ  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ , а также время  $t_1$  и  $t_2$  прохождения этих участков.

**Внимание!** Не останавливать грузы руками.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение ускорения и мгновенной скорости равноускоренного движения.

Измерьте время ускоренного и равномерного движения грузов, используя перегрузки массой 20 и 30 г (масса съемной шайбы 5 г). Измерения с каждым перегрузком производите для двух различных расстояний. Рекомендуется выбрать следующие расстояния:  $x_1 = 0,5$  и 1 м (участок ускоренного движения),  $x_2$  во всех случаях можно взять равным 1 м (участок равномерного движения). После каждого измерения не забывайте стрелки секундометров устанавливать на нуль.

Вычислите из данных эксперимента мгновенную скорость в конце ускоренного движения  $v_{m1}$ , а также скорость равномерного движения  $v_2$ . Для каждой группы измерений (с данным перегрузком) вычислите среднее ускорение  $\alpha$ . Рассчитайте приборную относительную ошибку в определении скорости  $v$  и ускорения  $\alpha$  для одного выбранного вами измерения (например, для перегрузка массой 0,025 кг и  $x_1 = 0,5$  м).

Значения  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $v_{m1}$ ,  $\alpha$ ,  $v_2$  занесите в таблицу.

**Задание 2.** Определение зависимости ускорения движения системы грузов от действующей силы при неизменной массе грузов.

Величину действующей силы при неизменной массе системы можно изменить следующим образом. Перегрузки кладут как на съемную шайбу на левом грузе, так и на шейку правого груза без шайбы. Перекладывая перегрузки с шейки правого груза на съем-

ную шайбу, можно менять разность масс перегрузков, т.е. действующую силу, оставляя неизменной массу системы.

Измерьте время ускоренного движения системы для нескольких различных распределений перегрузков по грузам (5—6 измерений). Расстояние  $x$  рекомендуется выбрать равным 1 м (платформу  $\Pi_2$  в этом эксперименте следует расположить на 2—3 см ниже платформы  $\Pi_1$ ).

Вычислите из данных эксперимента ускорение  $\alpha$ . Постройте график зависимости  $\alpha$  от величины  $\Delta m/M$ , где  $\Delta m$  — разность масс перегрузков, расположенных на левом и правом грузах, а  $M$  — масса системы. На тот же график нанесите теоретическую зависимость

$$\alpha = \frac{\Delta m}{M} g. \quad (1)$$

Значения  $x_1$ ,  $t_1$ ,  $\Delta m$ ,  $\alpha$ ,  $M$  занесите в таблицу и рассчитайте приборную и случайную относительную ошибку в определении  $\alpha$  для какого-либо измерения.

### Вопросы и упражнения

1. Получите расчетную формулу для  $v_{m_1}$ .
2. Запишите уравнение движения для движущихся тел системы.
3. Определите силу натяжения нити, связывающей грузы, и силу давления на ось блока при равномерном и ускоренном движениях системы. Получите расчетные формулы (без учета массы блока).
4. Получите расчетную формулу для определения силы давления перегрузка на груз.
5. Постройте графики зависимости координаты, скорости и ускорения центра масс системы грузов от времени на участках равноускоренного и равномерного движений.
6. Как оценить случайную ошибку в измерении  $\alpha$  (задание 2)? Случайная или систематическая ошибка определяет точность измерения  $\alpha$ ?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.3

### ИЗМЕРЕНИЕ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПУЛИ

Цель работы: изучение кинематического и динамического методов измерения больших скоростей.

Приборы и принадлежности: пневматическое ружье, пули, линейка, бумажные диски, электродвигатель, стробоскоп, баллистический маятник.

Литература: [5, § 1.1—1.6, 2.1—2.9, 4.5]; [30, § 1.5, гл. 2, § 3.1—3.7, 3.10, 3.11]; [12, ч. I, гл. 1, § 3.1—3.3, 4.1—4.6]; техническое описание стробоскопа.

## Введение

В работе используют два метода измерения скорости полета пули: кинематический и динамический. **Кинематический метод** основан на измерении времени, в течение которого пуля пролетает известное расстояние  $d$  между равномерно вращающимися бумажными дисками. Оно определяется по углу  $\alpha$ , на который повернутся вращающиеся диски во время полета пули между ними. На рис. 1.3.1  $A$  и  $A'$  — точки, в которых пуля пробивала бы диски, если бы они были неподвижны. В случае вращающихся дисков пуля пробьет второй диск в точке  $B$ . Скорость пули  $v$  рассчитывают по формуле  $v = \omega d / \alpha$ , где  $\omega$  — угловая скорость вращения дисков.

В **динамическом методе** скорость пули определяют по отклонению маятника после неупругого столкновения его с летящей пулей. Если отклонение маятника по горизонтали  $a$  много меньше длины нити  $l$ , то скорость его в момент соударения  $u$  можно рассчитать по приближенной формуле

$$u = a \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad (1)$$

вытекающей из закона сохранения энергии. Закон сохранения импульса позволяет определить скорость пули. Так как  $M \gg m$ , то

$$v = \frac{Mu}{m} = \frac{Ma}{m} \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad (2)$$

где  $M$  — масса маятника.

### Описание экспериментальной установки

**Кинематический метод.** На пути движения пули устанавливают два бумажных диска, закрепленных на оси, параллельной направлению движения пули (см. рис. 1.3.1). Расстояние между дисками фиксировано. Диски приводятся во вращение электродвигателем.

Угловая скорость вращения дисков определяется стробоскопическим методом. Изменением частоты вспышек осветителя добиваются того, чтобы крепящее устройство при включенном двигателе казалось неподвижным. По шкале стробоскопа определяют соответствующее значение частоты. После выстрела электродвигатель выключается, бумаж-

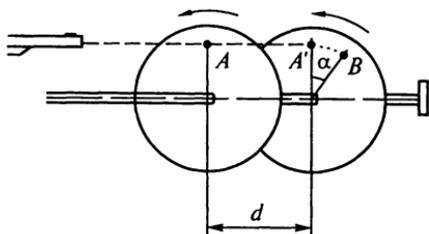


Рис. 1.3.1

ные диски снимаются и накладываются друг на друга на специальный столик с крепящим устройством, таким же, как и на оси электродвигателя. На верхнем диске проводят линии, соединяющие центр диска с пробитыми пулей дырочками на первом и втором дисках. Полученный угол  $\alpha$  измеряют транспиром.

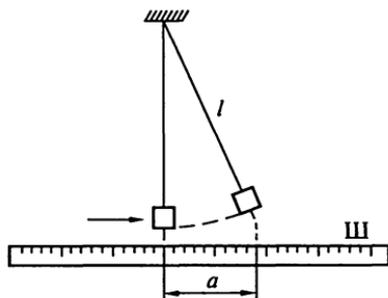


Рис. 1.3.2

**Динамический метод.** На пути движения пули устанавливают массивный маятник, подвешенный на длинных нитях. Центральная часть маятника заполнена пластилином. Летящая пуля застревает в пластилине, передавая маятнику свой импульс. Отклонение маятника по горизонтали отсчитывается по шкале Ш (рис. 1.3.2).

## Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е.** Определение скорости пули кинематическим и динамическим методами.

1. Запишите в тетрадь паспортные данные установки.
2. Закрепите бумажные диски на оси установки. Взвесьте пулю, зарядите ружье.

**Внимание!** Ружье заряжайте только в присутствии преподавателя.

3. Включите двигатель, вращающий диски. Измерьте с помощью стробоскопа угловую скорость вращения дисков  $\omega$  [5]. Сравните полученное значение  $\omega$  с паспортными данными электродвигателя. Оцените погрешность измерения стробоскопическим методом.

4. Произведя выстрел, измерьте максимальное отклонение маятника по шкале Ш. Выключите двигатель. Снимите бумажные диски и измерьте угол поворота диска  $\alpha$ .

5. Рассчитайте скорость пули кинематическим и динамическим методами. Данные измерений и вычислений  $m$ ,  $\alpha$ ,  $a$ ,  $\omega$ ,  $v$  внесите в таблицу. Рассчитайте максимальную относительную ошибку определения скорости пули обоими методами.

## Вопросы и упражнения

1. Как можно объяснить расхождение в значениях скорости пули, полученных из данных кинематического и динамического методов?
2. Как рассчитать изменение внутренней энергии системы «маятник — пуля» при неупругом ударе?
3. Как изменятся результаты эксперимента, если пуля влетает в маятник под некоторым углом  $\beta$  к горизонту?

4. Чему равно натяжение нитей маятника до удара пули и непосредственно после удара?

5. Выведите формулы (1) и (2).

6. В чем состоит принцип стробоскопического метода определения частоты вращения электродвигателя?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.4

### СЛОЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: определение амплитуды и фазы колебательного движения тела, участвующего в двух колебаниях одного направления; изучение формы траектории материальной точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях; определение разности фаз складываемых колебаний из вида траектории результирующего движения.

Приборы и принадлежности: песочный маятник, секундомер, линейка, осциллограф, два звуковых генератора, трансформатор.

Литература: [5, § 1.8—1.10]; [5, § 8.1—8.8]; [35, гл. IV § 39]; [12, ч. I § 6.1].

#### Введение

В работе изучается траектория движения и зависимость координаты от времени для тела, участвующего одновременно в нескольких колебательных движениях, совершающихся либо по одной прямой, либо во взаимно перпендикулярных направлениях.

1. Сложение гармонических колебаний, совпадающих по частоте и направленных по одной прямой.

При сложении двух гармонических колебаний, различающихся амплитудой и начальной фазой:  $x_1 = a_1 \cos(\omega t)$  и  $x_2 = a_2 \cos(\omega t + \varphi)$ , закон движения точки имеет вид:

$$x = x_1 + x_2 = a_1 \cos(\omega t) + a_2 \cos(\omega t + \varphi) = a \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где

$$a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos \varphi} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{a_2 \sin \varphi}{a_1 + a_2 \cos \varphi}. \quad (2)$$

2. Сложение взаимно перпендикулярных гармонических колебаний.

Траектория движения материальной точки, участвующей в двух колебаниях одинаковой частоты [ $x = x_m \cos(\omega t)$ ,  $y = y_m \cos(\omega t + \varphi)$ ], происходящих вдоль взаимно перпендикулярных координатных осей, описывается уравнением

$$\frac{x^2}{x_m^2} + \frac{y^2}{y_m^2} - \frac{2xy}{x_m y_m} \cos \varphi = \sin^2 \varphi. \quad (3)$$

Материальная точка в этом случае движется по эллипсу, главные оси которого не совпадают с осями координат (рис. 1.4.1). Как видно из рисунка, траектория точки заключена внутри прямоугольника, стороны которого параллельны

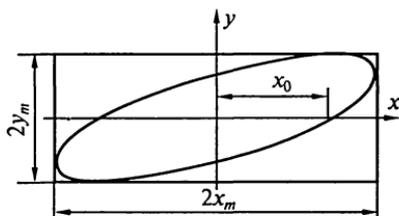


Рис. 1.4.1

ны осей координат и равны соответственно  $2x$  и  $2y$ , а центр совпадает с началом координат (положение равновесия колеблющейся точки); разность фаз слагаемых колебаний определяется формулой  $\sin \varphi = x_0/x_m$ , где  $x_0$  — значение координаты  $x$  при  $y = 0$ .

В случае целочисленного отношения частот слагаемых колебаний траектории движения являются замкнутыми линиями, носящими название фигур Лиссажу. Вид этих фигур зависит от отношений  $\omega_1/\omega_2$ ,  $x_m/y_m$  и начальной разности фаз  $\varphi$ .

Параметры движения тела, участвующего одновременно в двух колебательных движениях, изучают на электрической модели, при наблюдении движения электронного луча по экрану осциллографа под действием переменного электрического поля и на механической модели (движение песочного маятника).

### Описание экспериментальной установки

На рис. 1.4.2 приведена электрическая схема установки для изучения сложения гармонических колебаний одного направления. Напряжение городской сети через понижающий трансформатор подается на зажимы  $AC$  электрической цепи, содержащей активные и реактивные сопротивления. Разность потенциалов между точками  $A$  и  $B$ ,  $B$  и  $C$ ,  $A$  и  $C$  меняется по гармоническому закону:  $U_{AB} = U_1 \cos(\omega t)$ ,  $U_{BC} = U_2 \cos(\omega t + \varphi)$ ,  $U_{AC} = U_1 \cos(\omega t) + U_2 \cos(\omega t + \varphi)$ .

Разность фаз возникает из-за наличия емкости на участке  $BC$ .

Если вертикальный вход осциллографа (вход  $Y$ ) подключать попеременно к участкам цепи  $AB$ ,  $BC$  и  $AC$ , то вертикальное смещение луча на экране осциллографа будет пропорционально разности потенциалов  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$ ,  $U_{AC} = U_{AB} + U_{BC}$ , и на экране будут наблюдаться синусоиды. Смещение синусоид по горизонтальной оси  $X$  будет соответствовать сдвигу фаз между ними, который может быть рассчитан с учетом того, что за период сдвиг фаз составляет  $2\pi$  радиан.

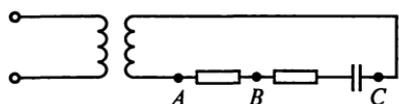


Рис. 1.4.2

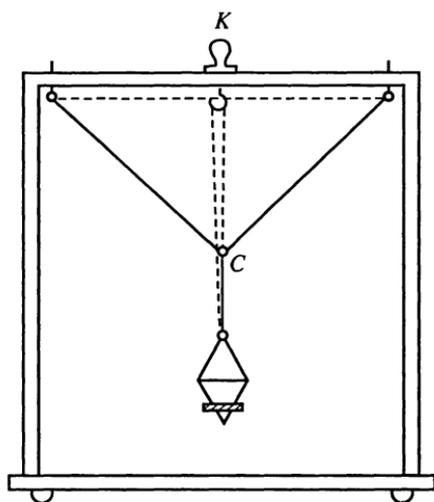


Рис. 1.4.3

Для наблюдения траектории результирующего колебания при сложении двух взаимно перпендикулярных колебаний используют: механическую установку, основным элементом которой является песочный маятник, и электронную схему, содержащую два генератора звуковых частот и осциллограф.

Песочный маятник — массивное тело с воронкой для песка; подвешенное на двух нитях к раме (рис. 1.4.3). Приблизительно такой маятник можно считать математическим, способным колебаться в направлении, перпендикулярном плоскости, в которой располо-

жены нити подвеса в состоянии равновесия. Длина нитей регулируется с помощью винта *К*.

Для обеспечения возможности продольных колебаний маятника в плоскости нитей последние соединяются муфтой в точке *С*. Муфту можно перемещать по высоте, меняя таким образом период продольных колебаний маятника. В воронку маятника насыпают песок, который при колебании маятника высыпается через узкое отверстие в дне воронки на подложенную под маятник бумагу.

Если сообщить маятнику колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, то высыпавшийся песок образует на листе бумаги кривую (фигуру Лиссажу), соответствующую траектории движения маятника.

Различные фигуры Лиссажу можно наблюдать, изменяя соотношение периодов складываемых колебаний.

Если два гармонических электрических сигнала подать на горизонтальный и вертикальный входы осциллографа от различных генераторов звуковых частот, то фигуры Лиссажу можно наблюдать на экране осциллографа.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Сложение гармонических колебаний, одинаковых по направлению и частоте.

Соедините вертикальный вход осциллографа с участком цепи *АВ* (точка *А* соединяется с клеммой «Земля» осциллографа). Ручками «Диапазон частот», «Частота плавно», «Амплитуда синхро-

низации» установите на экране осциллографа устойчивую картину, соответствующую одному периоду колебаний (рис. 1.4.4). Ручка синхронизации должна быть в положении «От сети». Подберите положение ручек «Ослабление» и «Усиление „У“» таким образом, чтобы амплитуда смещения электронного луча на экране осциллографа не превышала 3 см. При дальнейших измерениях положения всех ручек на панели должны оставаться неизменными. Нарисуйте полученную кривую на кальке, отметив положение горизонтальной и вертикальной осей по координатной сетке экрана осциллографа.

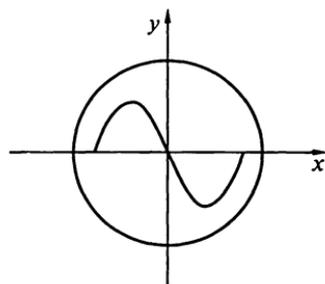


Рис. 1.4.4

Далее соедините вертикальный вход осциллографа с участком цепи (клемму *B* соедините с клеммой «Земля» осциллографа). Нарисуйте на той же кальке вторую кривую, не смещая положения горизонтальной и вертикальной осей относительно координатной сетки осциллографа. По смещению максимума второй кривой вдоль горизонтальной оси вычислите сдвиг фазы второго колебания относительно первого. Измерьте амплитуды обоих колебаний (в см). Постройте векторную диаграмму и найдите амплитуду и начальную фазу суммарного колебания. Для проверки этого результата соедините вертикальный вход осциллографа с участком цепи *AC* (клемму *A* соедините с клеммой «Земля»). Нарисуйте на кальке третью синусоиду. Измерьте амплитуду этого суммарного колебания и вычислите сдвиг его фазы относительно первого колебания. Сравните полученные значения с рассчитанными по векторной диаграмме. Данные измерений и вычислений амплитуд и фаз колебаний внесите в таблицу.

**З а д а н и е 2.** Наблюдение траектории движения песочного маятника при колебаниях во взаимно перпендикулярных направлениях.

Поднимите муфту на нитях маятника и закрепите ее на крючке перекладки (при этом периоды слагаемых колебаний будут одинаковы) (см. рис. 1.4.3). С помощью секундомера определите период колебаний маятника *T*. Положите на основание рамы лист бумаги, отметьте на нем проекцию неподвижного маятника и через эту точку проведите оси координат (в плоскости рамы и перпендикулярно к ней). Отведите маятник в сторону в произвольном направлении и отпустите, сообщив ему небольшой дополнительный импульс в направлении *x* или *y*. Не рекомендуется поднимать воронку над основанием рамы выше чем на 2—3 см.

Получите на листе бумаги траекторию результирующего движения за один период. Обведите карандашом полученную кри-

вую, определите амплитуды, разность фаз и запишите уравнения слагаемых колебаний. Данные измерений и вычислений  $T$ ,  $x_m$ ,  $y_m$ ,  $\varphi$  внесите в таблицу.

Рассчитайте, при каком соотношении длин маятников отношение периодов их колебаний будет равно 2. Поместите муфты на нитях в положение, удовлетворяющее найденному условию. Проверьте правильность выбранного положения муфты непосредственным измерением периодов колебаний маятника в плоскости рамы  $T_1$  и в направлении, перпендикулярном плоскости рамы,  $T_2$ . Данные измерений и вычислений  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  занесите в таблицу.

Отклонив маятник в сторону, приведите его в движение, сообщив первоначальный толчок: в первом случае в направлении оси  $x$ , а во втором — в направлении оси  $y$ . Нарисуйте фигуры, образованные песком, на листе бумаги за один период.

**З а д а н и е 3.** Сложение двух взаимно перпендикулярных колебаний с помощью осциллографа.

Отключите генератор развертки осциллографа. Подайте на горизонтально отклоняющие пластины (вход  $x$ ) напряжение от выходных клемм звукового генератора 1 на частоте примерно 200 Гц. На вертикально отклоняющие пластины (вход  $y$ ) подайте напряжение от выходных клемм звукового генератора 2. Плавно изменяя частоту выходного напряжения звукового генератора 2, получите на экране осциллографа фигуры, соответствующие отношениям частот слагаемых колебаний: 1:1, 1:2, 2:1, 1:3 и 2:3. Нарисуйте наблюдаемые фигуры.

### Вопросы и упражнения

1. Выведите формулы (1) и (2) с помощью метода векторных диаграмм и прямым расчетом.

2. Можно ли при выполнении задания 1 поставить ручку «Синхронизация» на панели осциллографа в положение «Внутренняя»?

3. Выведите уравнение траектории движения материальной точки (3), совершающей колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, если  $\omega_1/\omega_2 = 1$  и разность фаз колебаний  $\varphi$ . Рассмотрите частные случаи  $\varphi = 0$ ,  $\varphi = \pi/2$ .

4. По результатам выполнения задания 2 определите кинематические параметры движения воронки по эллиптической траектории: скорость, нормальное и тангенциальное ускорения, полное ускорение, радиус кривизны в различных точках траектории. Запишите уравнение траектории в параметрическом виде.

5. Как по виду фигур Лиссажу определить соотношение частот слагаемых колебаний?

6. Выведите уравнение траектории точки, совершающей колебания в двух взаимно перпендикулярных направлениях, если  $\omega_1/\omega_2 = 1$  и  $\varphi = 0$ .

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ  
ВЕЛОСИПЕДНОГО КОЛЕСА

Цель работы: экспериментальное определение момента инерции велосипедного колеса методами вращения и колебаний.

Приборы и принадлежности: велосипедное колесо со шкивом и гнездами, набор гирь, металлический шарик, электрический секундомер, миллиметровая линейка, штангенциркуль.

Литература: [5, § 5.1—5.4, 10.1]; [30, § 5.1—5.4, 8.1—8.5]; [35, гл. V, § 30—36, 39, 41].

Введение

В работе момент инерции тела (велосипедного колеса) определяется двумя методами: методом вращения и методом колебаний.

В первом случае центр масс тела лежит на оси вращения. Колесо приводится во вращение силой натяжения нити, к свободному концу которой подвешен груз  $m$  (рис. 1.5.1). Из уравнения динамики вращательного движения тела относительно неподвижной оси  $I_k \varepsilon = M_z$  можно вычислить момент инерции колеса  $I_k$ , если известны угловое ускорение  $\varepsilon$  и момент силы натяжения нити  $M_z$ . Эти величины можно определить, измерив путь  $h$ , пройденный грузом массой  $m$  за время  $t$ :

$$I_k = \frac{M_z}{\varepsilon} = mR^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right), \quad (1)$$

где  $\varepsilon = 2h/Rt^2$ .

Формула (1) выведена без учета сил трения. В работе предлагается учесть возникающие при вращении колеса силы трения. Для этого необходимо измерить максимальную массу подвешенного на нити груза  $\Delta m$ , при которой колесо еще не вращается. Так как в условиях равновесия  $\Delta mgR = M_{тр}$ , то расчетная формула с учетом сил трения на оси колеса принимает вид:

$$I_k = (m - \Delta m)R^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - \frac{m}{m - \Delta m} \right). \quad (2)$$

Во втором случае положение центра масс тела необходимо сместить ниже оси вращения. В этом случае колесо представляет собой фи-

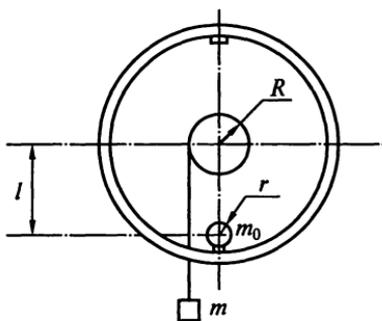


Рис. 1.5.1

зический маятник. При отклонении его от положения равновесия на малый угол маятник приходит в колебательное движение с периодом, зависящим от его момента инерции относительно закрепленной оси:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m_m g d}}, \quad (3)$$

где  $m_m$  — масса маятника;  $d$  — расстояние от центра масс до оси вращения.

Выражение (3) позволяет вычислить момент инерции тела, измерив период колебаний физического маятника.

### Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка представляет собой велосипедное колесо, способное вращаться вокруг горизонтальной оси (см. рис. 1.5.1). На шкив колеса намотана нить. К свободному концу нити прикреплена чашечка, на которую накладывают различные грузы. Время движения груза измеряют с помощью электрического секундомера. Расстояние  $h$ , которое проходит груз  $m$ , определяют метровой линейкой.

На внутренней стороне обода колеса симметрично по диаметру имеются два одинаковых небольших гнезда. Помещая в одно из них металлический шарик массой  $m_2$ , мы получаем физический маятник, способный колебаться вокруг оси колеса.

В этом случае момент инерции маятника  $I$  складывается из момента инерции самого колеса  $I_k$  и момента инерции шарика  $I_{ш}$  относительно оси, проходящей через центр колеса:  $I_{ш} = 0,4m_0r^2 + m_0l^2$ , где  $r$  — радиус шарика,  $l$  — расстояние от центра масс шарика до оси вращения. Выражение (3) в этом случае легко преобразуется к виду

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{ш} + I_k}{m_0 g l}}. \quad (4)$$

Для определения  $I_k$  измеряют период колебания маятника  $T$  (с помощью электрического секундомера), массу шарика  $m_0$ , радиус шарика  $r$  и расстояние  $l$ .

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение момента инерции колеса методом вращения.

Произведите необходимые измерения и вычислите момент инерции колеса для трех различных грузов. Интервалы времени  $t$ , за

которые груз  $m$  проходит путь  $h$ , в каждом случае определите из трех измерений. Данные измерений  $t$ ,  $h$ ,  $m$ ,  $\Delta t$ ,  $R$  и вычисления  $I_k$  внесите в таблицу.

**Задание 2.** Определение момента инерции колеса методом колебаний.

Период колебаний определяется по времени 10 полных колебаний маятника. Данные измерений  $m_0$ ,  $t$ ,  $d$ ,  $l$  и вычислений  $T$ ,  $I_{ш}$ ,  $I_k$  внесите в таблицу. Сравните значения  $I_k$ , полученные двумя методами.

Оцените погрешность определения  $I_k$  методом колебаний и методом вращения.

### Вопросы и упражнения

1. Выведите выражения (1) — (4).
2. С какой точностью необходимо взять из таблицы значения  $\pi$ ,  $g$  при определении  $I_k$  методом колебаний и методом вращения?
3. Какой из двух используемых методов (вращения или колебания) дает меньшую погрешность при определении  $I_k$ ?
4. Случайная или систематическая ошибка определяет точность измерения  $I_k$  в выполненных вами экспериментах?
5. Найдите скорость груза и угловую скорость вращения колеса через время  $t$  после начала движения, исходя из законов динамики и закона сохранения энергии.
6. Получите формулу для расчета момента инерции колеса, которое использовано в работе.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.6

### ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

**Цель работы:** экспериментальное изучение вращательного движения твердого тела с помощью прибора Обербека.

**Приборы и принадлежности:** прибор Обербека, электрический секундомер, штангенциркуль, набор гирь, линейка.

**Литература:** [5, гл. 5]; [35, § 30 — 36, 44 — 48].

### Введение

Вращательное движение твердого тела относительно неподвижной оси  $z$  описывается уравнением:

$$I_z \varepsilon = M_z, \quad (1)$$

где  $I_z$  — момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси;  $\varepsilon$  — угловое ускорение;  $M_z$  — проекция момента внешних сил на ту же ось.

Экспериментальную проверку уравнения (1) можно провести, исследуя зависимость  $\varepsilon(M)$  при постоянном  $I$  или зависимость  $\varepsilon(I)$  при постоянном  $M$ .

Если цилиндр радиусом  $R$  вращается под действием силы натяжения намотанной на него нити с грузом, опускающимся в поле тяжести, то значение  $M_z$  можно вычислить, измерив путь  $h$ , пройденный грузом  $m$  за время  $t$ :  $M = m(g - a)R$ ;  $a = 2h/t^2$ , откуда

$$M_z = m \left( g - \frac{2h}{t^2} \right) R; \quad \varepsilon = \frac{2h}{Rt^2}. \quad (2)$$

Выражение (2) получено без учета сил трения в оси прибора. При учете сил трения (см. работу 1.5):

$$M_z = (m - \Delta m)R \left( g - \frac{2h}{t^2} \frac{m}{m - \Delta m} \right), \quad (3)$$

где  $\Delta m$  — масса перегрузка, при котором начинается движение системы.

Опытная проверка основного уравнения динамики вращательного движения твердого тела может быть выполнена на приборе Обербека.

### Описание экспериментальной установки

Прибор Обербека (рис. 1.6.1) представляет собой крестовину, укрепленную на двойном шкиве. Ось шкива установлена горизонтально и закреплена в подшипниках. Крестовина вращается

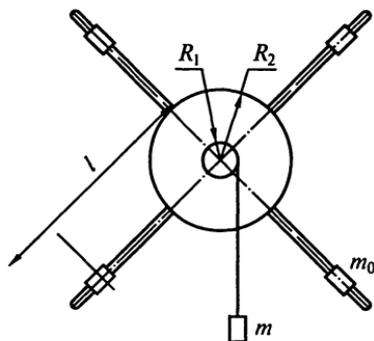


Рис. 1.6.1

под действием силы натяжения нити, намотанной на шкив. Изменение момента силы натяжения производится либо с помощью грузов различной массы  $m$ , прикрепляемых к свободному концу нити, либо изменением радиуса шкива, на который наматывается нить. Изменение момента инерции прибора достигается передвижением четырех малых тел одинаковой массы  $m$  по направляющим крестовины на расстояние  $l$  от оси прибора.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Исследование зависимости  $\varepsilon(M)$ .

Проведите измерения  $h$  и  $t$  для нескольких значений массы грузов, подвешиваемых к нити, намотанной сначала на шкив радиусом  $R_1$ , а затем радиусом  $R_2$ . Рассчитайте значения  $\varepsilon$  и  $M_z$ . Постройте график зависимости  $\varepsilon(M_z)$ . Определите из графика значение  $I$ . Оцените приборную и случайную ошибки измерений  $I$ . Значения  $t$ ,  $h$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $m$ ,  $\Delta m$ ,  $M_z$ ,  $\varepsilon$  и  $I$  внесите в таблицу.

**Задание 2.** Исследование зависимости  $I$  от распределения масс относительно оси вращения.

Проведите измерения  $h$  и  $t$  для двух разных положений тел на крестовине, соответствующих расстояниям  $l_1$  и  $l_2$ . При измерении расстояний  $l_1$  и  $l_2$  предварительно убедитесь, что прибор сбалансирован (грузы расположены симметрично). Используя формулы (2) и (3), из экспериментальных данных рассчитайте значения моментов инерции прибора  $I_1$  и  $I_2$ . Сравните разность этих значений с теоретическим значением

$$I_2 - I_1 = 4m_0(l_2^2 - l_1^2). \quad (4)$$

Значения  $h$ ,  $t$ ,  $l$ ,  $\Delta m$ ,  $m$ ,  $R$  и  $I$  внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Выведите уравнения (1) — (4).
2. Почему при выполнении эксперимента грузы на крестовине должны располагаться симметрично относительно оси вращения?
3. Случайной или систематической ошибкой определяется точность измерения  $I$  в эксперименте?
4. С какой точностью необходимо брать значения  $g$  из таблиц при расчете  $I$ ?
5. Получите формулу момента инерции крестовины с грузами.
6. Найдите скорость груза и угловую скорость вращения крестовины через время  $t$  после начала движения исходя из уравнения динамики и закона сохранения энергии.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.7

### ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ ШТЕЙНЕРА

Цель работы: экспериментальное определение момента инерции образцов методом трифилярного подвеса и проверка теоремы Штейнера.

Приборы и принадлежности: трифиляр, секундомер, штангенциркуль, образцы для измерения.

Литература: [5, § 5.1—5.6, 10.1]; [30, § 5.1—5.4, 8.1—8.5]; [35, § 30—36, 39—42, 44—48].

## Введение

Если момент сил, приложенных к твердому телу относительно некоторой оси, пропорционален углу отклонения  $\alpha$  от положения равновесия

$$M_z = -k\alpha, \quad (1)$$

то твердое тело совершает гармоническое колебание относительно этой оси с периодом

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_z}{k}}. \quad (2)$$

Уравнение (2) позволяет вычислить момент инерции тела, если известны  $T$  и  $k$ . Одним из методов определения момента инерции тел является метод трифилярного подвеса. Этот метод предполагает использование специальной конструкции — трифиляра, представляющего собой круглую платформу, подвешенную на трех симметрично расположенных вертикальных нитях (рис. 1.7.1). Платформа может совершать крутильные колебания вокруг вертикальной оси, перпендикулярной к ее плоскости и проходящей через ее центр.

При крутильных колебаниях платформы ее центр масс перемещается по оси вращения, занимая наивысшее положение при максимальном отклонении платформы от положения равновесия и наинизшее при прохождении положения равновесия.

При малых углах отклонения от равновесного положения колебания платформы происходят по гармоническому закону (если можно пренебречь силами трения). Используя закон сохранения энергии, легко получить следующее выражение для периода колебаний трифиляра [11]:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_z\varphi_0^2}{2mgh_{\max}}}, \quad (3)$$

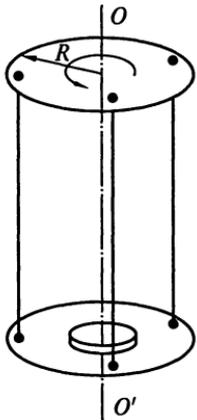


Рис. 1.7.1

где  $I_z$  — момент инерции платформы относительно оси вращения;  $h_{\max}$ ,  $\varphi_0$  — смещение центра масс платформы и угол поворота при максимальном отклонении ее от положения равновесия (рис. 1.7.2) соответственно;  $m$  — масса платформы.

Величина  $h_{\max}$  определяется геометрически. Если нить длиной  $l$  отклонилась от вертикали на угол  $\alpha$ , то  $h_{\max} = l - l\cos\alpha = 2l\sin(\alpha/2)$ .

Так как для малых колебаний можно считать  $\sin\alpha/2 \approx \alpha/2$  и  $A'A_0 \approx A'A''$  (см. рис. 1.7.2), то  $l\alpha = R\varphi$ , и выражение для  $h_{\max}$  примет вид:

$$h_{\max} = \frac{R^2\varphi_0^2}{2l}, \quad (4)$$

где  $R$  — расстояние от центра платформы до точки закрепления нити.

С учетом (4) получаем

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_z l}{mgR^2}} \quad (5)$$

и

$$k = \frac{mgR^2}{l}.$$

Все величины, за исключением  $I_z$ , входящие в формулу (5), могут быть измерены экспериментально.

С помощью трифилярного подвеса легко определить моменты инерции различных тел. Сначала измеряют период колебаний ненагруженного трифиляра  $T_0$ . Используя (5), рассчитывают его момент инерции  $I_{0z}$ . Затем на нижний диск трифиляра помещают тело массы  $m$ , момент инерции  $I$  которого необходимо измерить. Центр масс тела должен лежать на оси вращения трифиляра. Пусть  $T$  — период колебаний нагруженного трифиляра. Тогда момент инерции системы относительно оси  $OO'$  будет

$$I_z = I + I_{0z} = \frac{(m + m_0)gR^2}{4\pi^2 l} T^2. \quad (6)$$

Вычитая из (6)  $I_{0z}$ , получаем искомый момент инерции  $I$ .

Метод трифилярного подвеса позволяет также проверить теорему Штейнера. Для этого необходимо иметь два одинаковых тела. Располагая их на платформе так, чтобы их центры масс совпадали с осью вращения, а затем симметрично по диаметру, определяют моменты инерции в обоих случаях  $I_1$  и  $I_2$ . Разность  $I_2 - I_1$  должна быть равна  $2ma^2$ , где  $a$  — расстояние от оси вращения до центра масс каждого тела.

### Описание экспериментальной установки

Общий вид экспериментальной установки приведен на рис. 1.7.1. Для увеличения точности измерений периода колебаний трифилярного подвеса длину нитей подвеса делают порядка нескольких метров. Верхние концы нитей прикреплены к диску. Расстояния от точек прикрепления концов нитей на платформе и диске до оси вращения одинаковы. Вращательный импульс, необходимый для нача-

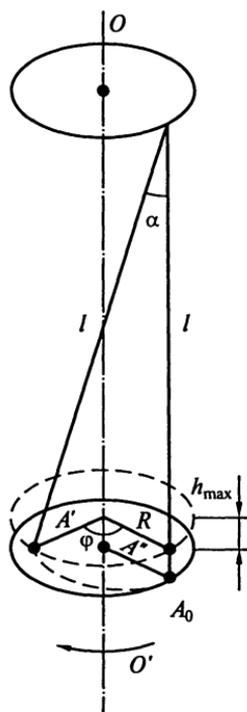


Рис. 1.7.2

ла крутильных колебаний, сообщается платформе путем поворота верхнего диска вокруг его оси с помощью рычажного приспособления, приводимого в действие натяжением шнура. Этим достигается полное отсутствие других, не крутильных колебаний, наличие которых затрудняет измерение. Массы тел, моменты инерций которых необходимо определить, измеряются на аналитических весах.

### Измерения и обработка результатов

**За д а н и е 1.** Определение моментов инерции тел.

Определите момент инерции платформы без грузов (период колебаний определяется из 20—30 колебаний).

Определите момент инерции двух образцов (№1 — треугольник и №2 — прямоугольник) относительно оси, проходящей через центр масс образцов перпендикулярно их плоскости, и сравните полученные результаты с теоретическими расчетами.

**За д а н и е 2.** Проверка теоремы Штейнера.

Проверьте теорему Штейнера для цилиндрических образцов. Данные измерений и вычислений  $t$ ,  $T$ ,  $m$ ,  $a$ ,  $I$  внесите в таблицу. Оцените погрешность измерений  $I_z$ .

### Вопросы и упражнения

1. Поясните, почему при крутильных колебаниях платформы трифиляра ее центр масс перемещается вдоль оси вращения.

2. Получите выражения (2) — (6).

3. Определите момент инерции цилиндрических образцов  $I_0'$  относительно оси, проходящей через центр масс, по данным двух экспериментов из задания 3: когда образцы расположены на платформе так, что их центры масс совпадают с осью вращения, и когда они расположены симметрично по диаметру платформы на расстоянии  $a$  от центра. В каком случае точность определения  $I_0'$  выше? Почему?

4. Зависит ли период колебания трифилярного подвеса от радиуса верхней платформы?

5. С какой точностью необходимо взять из таблиц значения  $\pi$ ,  $g$  при определении  $I_z$ ?

6. Рассчитайте моменты инерции треугольного, прямоугольного и цилиндрического образцов относительно трех взаимно перпендикулярных осей, являющихся осями их симметрии.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.8

### ИЗУЧЕНИЕ КИНЕМАТИКИ И ДИНАМИКИ КАЧЕНИЯ ШАРА

**Цель работы:** экспериментальное определение траектории движения и момента инерции металлического шарика при движении его по наклонной плоскости в поле тяжести.

Приборы и принадлежности: специальная установка, стальной шарик, миллиметровая бумага, копировальная бумага, весы.

Литература: [5, § 1.1—1.7, гл. 5]; [30, гл. 1, гл. 5]; [35, § 2—4, 19, 33—36, 44—48].

## Введение

Движение центра масс твердого тела в поле постоянной силы является равноускоренным. В общем случае траектория равноускоренного движения представляет собой параболу. Если перпендикулярная к ускорению составляющая начальной скорости равна нулю, то парабола вырождается в прямую линию.

Пусть составляющие начальной скорости  $v_{0x}, v_{0y} > 0$ , а ускорение  $a = a_y < 0$ . Траектория, которую описывает в пространстве центр масс, в этом случае является параболой, линия симметрии которой параллельна оси  $y$  (рис. 1.8.1).

Координаты центра масс тела изменяются по закону:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{a_y t^2}{2}, \quad x = x_0 + v_{0x}t,$$

где  $x_0, y_0$  — координаты начальной точки.

Прямая  $OA$  на рис. 1.8.1 соответствует траектории движения центра масс тела в отсутствие постоянной силы ( $a_y = 0$ ). Отрезки  $Z_i$  определяются разностью  $y_0 + v_{0y}t - y$  и равны  $a_y t^2 / 2$ . Поэтому график  $Z(t^2)$  есть прямая линия, из наклона которой к оси абсцисс можно вычислить ускорение  $a_y$ .

Мгновенный радиус кривизны траектории  $\rho$  определяется мгновенным значением нормального ускорения  $a_n = v^2 / \rho$ , где  $v$  — мгновенная скорость.

Движение твердого тела в поле постоянной силы можно осуществить, заставляя шарик катиться по наклонной плоскости (рис. 1.8.2). При этом вдоль плоскости действует сила  $F_y = mg \sin \phi$ , приложенная к центру масс ( $\phi$  — угол наклона плоскости к горизонту), и сила трения сцепления  $F_T$ , приложенная в точке соприкосновения шарика с плоскостью. Если шарик катится без скольжения, то соблюдаются следующие соотношения:  $a_y = \alpha R$  и  $I_1 \alpha = mgR \sin \phi$ , где  $a_y$  — ускорение поступатель-

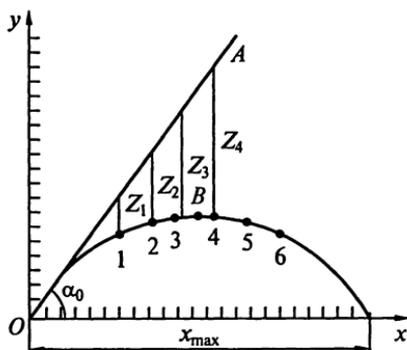


Рис. 1.8.1

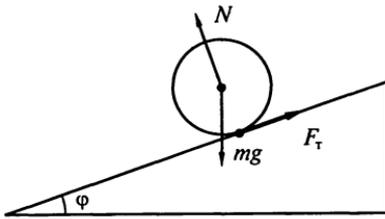


Рис. 1.8.2

ного движения центра масс шарика,  $R$  — радиус шарика,  $\alpha$  — угловое ускорение вращательного движения,  $I_1$  — момент инерции шарика относительно мгновенной оси вращения, проходящей через точку касания шарика с наклонной плоскостью.

Из второго уравнения при известном ускорении поступательного движения центра масс тела можно определить его момент инерции относительно мгновенной оси:  $I_1 = mR^2 g \sin \varphi / a_y$ .

В начале работы определяют кинематические характеристики движения центра масс металлического шарика, катящегося по наклонной плоскости. Затем по ранее вычисленному значению ускорения  $a_y$  рассчитывают момент инерции шарика и сравнивают с его теоретическим значением.

### Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка (рис. 1.8.3) позволяет получить траекторию движения металлического шарика по наклонной плоскости, а также измерить промежутки времени, в течение которого шарик передвигается от начальной к произвольно выбранной точке траектории.

Рабочая поверхность установки 1 ограничена планками 6, 7, 8, 14. Миллиметровую бумагу помещают на рабочую поверхность установки и прижимают откидной планкой 6. Подвижную планку 8 можно передвигать вдоль рабочей поверхности установки и фиксировать в нужном положении стопором 13. Металлический желоб 2 имеет в верхней части держатель 3, на котором устанавливают шарик. С помощью зажимов 4 держатель можно передвигать по желобу, устанавливая шарик на нужной высоте. Желоб можно вращать вокруг оси, перпендикулярной рабочей поверхности. Нужное положение желоба фиксируется стопором 16. Транспортир 15 служит для ориентировочного определения направления начальной скорости шарика. Питание установки осуществляется от городской электрической сети

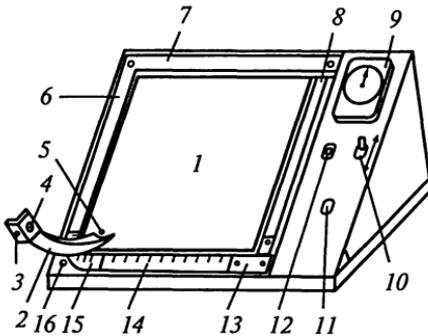


Рис. 1.8.3

Питание установки осуществляется от городской электрической сети

с напряжением 220 В. При положении тумблера 10 «Включено» на панели установки зажигается сигнальная лампочка 12. Пуск шарика осуществляется кнопкой 11. При контакте шарика с рабочей поверхностью установки замыкается контакт 5 и включается электрический секундомер 9, отсчитывающий время движения шарика по рабочей поверхности установки. Описывая параболическую траекторию, шарик ударяется о планку 14 или 8. При этом замыкается контакт, вмонтированный в эти планки, и останавливается секундомер.

После нескольких пробных пусков шарика на миллиметровую бумагу, находящуюся на рабочей поверхности установки, кладут копировальную бумагу. Затем осуществляют рабочий пуск шарика, и на миллиметровой бумаге получают траекторию движения шарика.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение траектории и ускорения центра масс шарика при его движении по наклонной плоскости.

Получите на миллиметровой бумаге траекторию движения шарика. Выберите на траектории 6 точек. Измерьте для каждой из этих точек координаты  $y_i$ , время  $t_i$  (подвижная планка в этих измерениях устанавливается вблизи выбранной точки траектории), отрезки  $v_{0y}t_i$ , а также угол наклона  $\alpha$  касательной к траектории в начальной точке. Из этих измерений вычислите средние значения скоростей  $v_{0x}$ ,  $v_{0y}$  и  $v_0$ , также координаты  $z_i = v_{0y}t_i - y_i$ . Постройте график в координатах  $[z_i, t^2]$  и определите ускорение движения шарика  $a_y$ . Вычислите радиусы кривизны траектории в точках  $O$  и  $B$  (см. рис 1.8.1). Значения  $x$ ,  $z$ ,  $t$ ,  $v_0$ ,  $v_{0x}$ ,  $v_{0y}$ ,  $\alpha_y$  и  $\rho$  занесите в таблицу.

**Задание 2.** Определение момента инерции шарика относительно мгновенной оси и оси, проходящей через его центр масс.

Измерьте массу и радиус шарика и угол наклона рабочей поверхности к горизонту. Пользуясь значением  $a_y$ , полученным при выполнении задания 1, вычислите момент инерции шарика относительно мгновенной оси вращения  $I_1$  и оси, проходящей через его центр масс  $I_0$ . Рассчитайте теоретические значения  $I_1$  и  $I_0$ . Данные вычислений  $I_1$ ,  $I_0$  внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Докажите, что в общем случае центр масс твердого тела, движущегося в поле постоянной силы, описывает параболу. Получите уравнение траектории движения центра масс твердого тела, брошенного под углом к горизонту.

2. Получите формулу для вычисления ускорения центра масс твердого тела по известным значениям максимальной высоты и времени подъема.

3. Выведите формулы для вычисления мгновенного радиуса кривизны траектории движения центра масс шарика в начальной точке и точке максимального подъема.

4. Докажите, что при постоянном значении модуля начальной скорости существуют две траектории (навесная и настильная), имеющие одинаковые значения координаты  $x$  при  $y=0$ . Докажите, что в этом случае имеет место соотношение  $\alpha_0 = 90 - \alpha_0$ , где  $\alpha_0$  и  $\alpha_0$  — соответственно углы наклона касательной в точке  $O$  к оси  $x$  для настильной и навесной траекторий.

5. Получите формулу для ускорения движения центра масс шарика при скатывании его по наклонной плоскости, используя закон сохранения энергии. Объясните, почему при этом работа силы трения сцепления не учитывается.

6. Влияет ли сила трения качения на полученные вами результаты? Ответ обоснуйте, проделав необходимые расчеты.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.9

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: исследование свойств физического маятника и экспериментальное определение ускорения свободного падения.

Приборы и принадлежности: физический маятник, секундомер, металлическая метровая линейка.

Литература: [5, § 5.6, гл. 6]; [30, § 8.1 — 8.6]; [35, § 39 — 41].

#### Введение

При малых углах отклонения от положения равновесия физический маятник совершает гармонические колебания с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + ma^2}{mga}}, \quad (1)$$

где  $I_0$  — момент инерции маятника относительно оси, проходящей через центр масс маятника;  $m$  — масса маятника;  $a$  — расстояние от точки подвеса до центра масс маятника.

Величину  $l = a + I_0/(ma)$  называют *приведенной длиной физического маятника*. Ее можно определить различными способами. В работе используют два метода.

**Метод обратного маятника.** Он основан на следующем свойстве маятника: для любой точки подвеса можно найти сопряженную точку с тем же периодом колебания.

Из уравнения (1) для сопряженных точек получаем следующее соотношение:  $\frac{(I_0 + ma_1^2)}{a_1} = \frac{(I_0 + ma_2^2)}{a_2}$ , откуда  $\frac{I_0}{m} = a_1 a_2$ .

Подставляя значение  $\frac{I_0}{m}$  в (1),

получим:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{a_1 + a_2}{g}}$  и  $l = a_1 + a_2$ .

Таким образом, приведенная длина физического маятника равна расстоянию между сопряженными точками.

**Графический метод.** На рис. 1.9.1 приведен типичный график зависимости периода колебаний маятника в виде однородного стержня длиной  $L$  от расстояния  $x$  точки подвеса до центра масс маятника. Видно, что если периоды  $T$  равны при  $x = a_1$  и  $x = a_2$ , то  $l = a_1 + a_2$ .

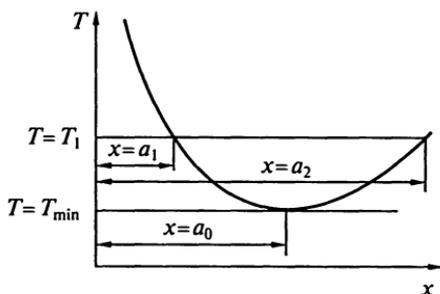


Рис. 1.9.1

### Описание экспериментальной установки

Физический маятник, используемый в эксперименте (рис. 1.9.2), представляет собой металлический стержень, на котором нанесены сантиметровые деления. По стержню могут передвигаться и закрепляться в произвольном положении грузы в виде чечевиц и опорные призмы, задающие положение точки подвеса. Грузы имеют нарезные втулки для более тонкой регулировки их положения на стержне.

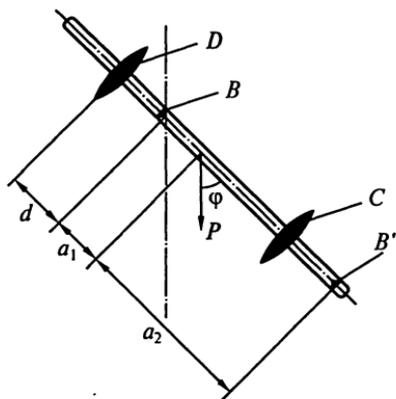


Рис. 1.9.2

### Измерения и обработка результатов

**За д а н и е 1.** Определение ускорения свободного падения  $g$  методом оборотного маятника.

В эксперименте выбирают две точки подвеса маятника  $B$  и  $B'$ , расстояние между которыми равно 1 м. Последовательно подвешивая маятник в этих точках, измеряют периоды колебаний  $T$  для 10—15 различных положений груза  $D$ . По полученным дан-

ным строят график  $T = T(d)$ , где  $d$  — расстояние между грузом  $D$  и призмой  $B$ .

Пересечение кривых, полученных для точек подвеса  $B$  и  $B'$ , позволяет определить период колебаний для случая, когда точки  $B$  и  $B'$  являются сопряженными. В этом случае расстояние между ними равно приведенной длине физического маятника.

Проведите измерения  $T$  при различных положениях груза  $D$ , подвесив маятник в точках  $B$  и  $B'$ . Период необходимо вычислять по времени не менее чем 40—50 колебаний маятника. Постройте на одном графике зависимости  $T(d)$  для точек подвеса  $B$  и  $B'$  и определите из графика значение  $T_{\text{гр}}$ , при котором точки  $B$  и  $B'$  — сопряженные. Вычислите ускорение свободного падения.

Данные измерений и вычислений  $t$ ,  $d$ ,  $T$ ,  $T_{\text{гр}}$  внесите в таблицу. Оцените точность определения ускорения свободного падения таким методом.

**Задача 2.** Определение ускорения свободного падения  $g$  по графику зависимости периода колебаний физического маятника от положения точки подвеса.

В качестве маятника используют однородный стержень длиной  $L$ . Оба груза и одна призма снимаются. В эксперименте измеряются периоды колебаний маятника при перемещении точки подвеса от середины, т. е. от центра масс, к концу стержня (необходимо взять не менее 15 точек). Особенно тщательно измерения проводят около точки, соответствующей минимальному периоду колебаний. По данным эксперимента строят график зависимости периода колебаний от расстояния между точкой подвеса и центра масс стержня (изменением положения центра масс маятника при движении опорной призмы по стержню пренебрегают ввиду малой массы опорной призмы по сравнению с массой стержня). По графику определяют приведенные длины ( $l = a_1 + a_2$ ) для трех различных значений периода. Для каждого случая вычисляют ускорение свободного падения и в качестве результата берут среднее арифметическое этих значений.

Произведите необходимые измерения, постройте график зависимости  $T = f(a)$  и определите ускорение свободного падения, используя маятник в виде стержня. Данные измерений и вычислений  $t$ ,  $T$ ,  $a$ ,  $l$ ,  $g$  внесите в таблицу. Оцените погрешность определения  $g$ .

### Вопросы и упражнения

1. Дайте определение физического маятника и получите выражение (1).
2. Как определить положение центра масс физического маятника, если известно положение сопряженных точек подвеса при наименьшем периоде колебаний маятника?
3. Почему амплитуда колебаний маятника при измерениях его периода должна быть небольшой?

4. Что является основным источником ошибок при определении  $g$  использованными вами методами?

5. Как влияет трение в системе на точность определения  $g$ ?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.10

### ИЗУЧЕНИЕ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Цель работы: определение добротности физического маятника.

Приборы и принадлежности: физический маятник, измерительная шкала, осветительная лампа с оптической системой, пластина, секундомер.

Литература: [5, § 5.6, гл. 6]; [30, § 8.1—8.6, 8.9]; [10, § 39—41]; [12, § 6.3].

#### Введение

Свободные колебания реального маятника являются затухающими, так как энергия, сообщенная системе, постепенно расходуется на преодоление сил трения. Закон убывания амплитуды зависит от характера сил трения, действующих на маятник.

В данном эксперименте силу сопротивления и, следовательно, тормозящий момент  $M_{\text{тр}}$  можно считать пропорциональными скорости, т.е.  $M_{\text{тр}} = -r \frac{d\varphi}{dt}$ , где  $r$  — коэффициент трения,  $\varphi$  — угловое перемещение маятника.

Уравнение движения для малых колебаний маятника имеет в этом случае вид:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\beta \frac{d\varphi}{dt} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (1)$$

где  $\beta = r/(2I_z)$  — коэффициент затухания;  $\omega_0 = \sqrt{mgl/I_z}$  — собственная частота колебаний маятника ( $m$  — масса маятника,  $I_z$  — момент инерции маятника относительно оси вращения,  $l$  — расстояние от центра масс маятника до оси вращения).

Решение уравнения (1) для случая  $\beta^2 < \omega_0^2$  (малое сопротивление среды) имеет вид:

$$\varphi = \varphi_m \cos(\omega t + \Theta), \quad \varphi_m = \varphi_{m_0} e^{-\beta t}, \quad (2)$$

где  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  — угловая частота свободных колебаний;  $\varphi_{m_0}$ ,  $\Theta$  — соответственно начальная амплитуда и фаза колебаний.

Наряду с коэффициентом затухания  $\beta$  при анализе колебательных систем широко используется понятие добротности системы.

Добротность характеризует относительную убыль энергии колебаний за период [1]:

$$Q = 2\pi \frac{E}{A_{\text{тр}}} = \frac{\omega_0^2}{2\beta\omega}, \quad (3)$$

где  $E$  — полный запас энергии системы;  $A_{\text{тр}}$  — работа против сил трения за период колебаний.

При малых колебаниях с небольшим трением ( $\beta \ll \omega_0$ )  $\omega \approx \omega_0$  и выражение для добротности принимает вид:

$$Q = \frac{\omega}{2\beta} \approx \frac{\omega_0}{2\beta}. \quad (4)$$

В работе определяется добротность физического маятника. Как следует из (4), для вычисления добротности необходимо определить коэффициент затухания  $\beta$  и угловую частоту свободных колебаний маятника.

### Описание экспериментальной установки

Маятник представляет собой стержень с грузом на нижнем конце, подвешенный на специальном кронштейне с помощью двух игольчатых опор. Маятник может совершать колебания в вертикальной плоскости. Зеркальце, расположенное на верхнем конце маятника, отражает падающий на него от осветителя свет («зайчик») на шкалу. Перемещения «зайчика» по шкале следуют за колебаниями маятника: расстояние  $d$ , на которое смещается «зайчик» по шкале от первоначального положения, равно  $d(t) = L\varphi(t)$ , где  $L$  — расстояние от зеркала до шкалы,  $\varphi(t)$  — угловое смещение маятника.

Для увеличения затухания к стержню маятника прикрепляют металлическую пластину. Располагая пластину под разными углами по отношению к плоскости колебаний маятника, можно изменить затухание и добротность системы в несколько раз.

### Измерения и обработка результатов

Для определения частоты свободных колебаний маятника измеряют время 20 полных колебаний. Начальное отклонение «зайчика» рекомендуется выбрать равным 12—15 делениям шкалы.

Коэффициент затухания  $\beta$  определяют по графику зависимости амплитуды колебаний от времени. Начальное отклонение маятника составляет 17 делений шкалы. Секундомер включают, когда амплитуда колебаний становится равной 15 делениям шкалы,

после чего фиксируют показания секундомера, когда амплитуда принимает значения 13, 11, 9, 5 и 3 делений шкалы. По полученным данным строят графики зависимостей  $\varphi_m$  от  $t$  и  $\ln \varphi_m$  от  $t$ .

**Задание.** Определение параметров маятника с затуханием.

Произведите необходимые измерения, постройте графики зависимостей  $\varphi_m(t)$  и  $\ln \varphi_m(t)$  при двух различных положениях тормозящей пластины на стержне маятника (пластину расположите вдоль плоскости колебаний маятника и перпендикулярно к ней). Вычислите в каждом случае  $\omega$ ,  $\beta$ ,  $Q$ . Данные измерений и вычислений  $d$ ,  $t$ ,  $T$ ,  $\omega$ ,  $\beta$ ,  $Q$  внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Что называется свободными колебаниями маятника? Как сдвинуты по фазе перемещение и скорость точки при свободных колебаниях?

2. Что такое декремент затухания, логарифмический декремент затухания? Объясните их физический смысл.

3. Зависит ли частота собственных колебаний тела от его массы?

4. С какой точностью в каждом эксперименте можно определить собственную частоту колебаний маятника?

5. Укажите положительные стороны и недостатки зеркального метода отсчета, использованного в работе.

6. Можно ли по данным эксперимента проверить линейность зависимости момента сил трения от угловой скорости движения маятника?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.11

### ИЗУЧЕНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: экспериментальное изучение движения тела в неинерциальной системе отсчета; исследование амплитудной и фазовой характеристики вынужденных колебаний.

Приборы и принадлежности: экспериментальная установка, секундомер, лупа.

Литература: [5, гл. 8, § 10.1—10.3, 11.1—11.5]; [30, гл. 4, § 8.1—8.6, 8.9, 8.11]; [35, § 63—66]; [12, § 6.4].

### Введение

В инерциальной системе отсчета вынужденные колебания физического маятника в поле силы тяжести описываются уравнением

$$I_z \frac{d^2\alpha}{dt^2} = M_g + M_r + M_{\text{вынужд}}, \quad (1)$$

где  $I_z$  — момент инерции маятника относительно оси вращения;  $\alpha$  — угол отклонения маятника от положения равновесия;  $M_g$ ,  $M_r$  и  $M_{\text{вынужд}}$  — соответственно моменты сил тяжести и трения, а также вынуждающей силы, действующей на маятник.

При малых  $\alpha$  ( $M_g = -mgl \sin \alpha \approx -mg\alpha = -k\alpha$ ) момент сил трения можно считать пропорциональным угловой скорости маятника ( $M_r = -r \frac{d\alpha}{dt}$ ), и если внешняя (вынуждающая) сила гармонически изменяется со временем, то уравнение (1) принимает вид:

$$I_z \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -k\alpha - r \frac{d\alpha}{dt} + M_0 \cos \omega t$$

или

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + 2\beta \frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2 \alpha = \frac{M_0}{I_z} \cos \omega t, \quad (2)$$

где  $k = mgl$  — коэффициент момента силы тяжести, возвращающей маятник в положение равновесия ( $m$ ,  $g$  и  $l$  — соответственно масса, ускорение свободного падения и расстояние от центра масс маятника до оси подвеса);  $r$  — коэффициент трения;  $\beta = r/(2I_x)$  — коэффициент затухания;  $\omega_0 = \sqrt{k/I_z}$  — угловая частота собственных колебаний маятника;  $\omega$  — угловая частота момента вынуждающей силы;  $M_0$  — амплитуда момента вынуждающей силы.

Движение маятника, описываемое этим уравнением, является сложным. Оно представляет собой сумму вынужденных гармонических колебаний с некоторой угловой амплитудой  $\alpha_0$  и угловой частотой  $\omega$  и свободных колебаний с частотой  $\omega_{\text{св}} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ , затухающих с течением времени. Однако после переходного процесса, когда свободные колебания затухнут, маятник начнет колебаться по гармоническому закону (стационарный режим) с некоторым сдвигом по фазе  $\varphi$  по отношению к вынуждающему воздействию:

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t - \varphi), \quad (3)$$

где

$$\alpha_0 = \frac{M_0}{I_z \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (4)$$

и

$$\text{tg} \varphi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

В настоящей работе рассматриваются вынужденные колебания физического маятника с подвижной точкой подвеса.

## Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка представляет собой два маятника. Причем один из них (малый) подвешен в некоторой точке другого (большого). На рис. 1.11.1 схематически изображены оба маятника и их взаимное расположение в произвольный момент времени. Большой маятник, состоящий из стержня  $AB$ , вдоль которого могут перемещаться массивные грузы  $D$ , может совершать колебательное движение в вертикальной плоскости. Перемещение грузов по стержню позволяет изменять период колебаний большого маятника. Угол отклонения от вертикали  $\gamma$  отсчитывается по шкале  $M$ . Угловая амплитуда установившихся вынужденных колебаний малого маятника определяется по шкале  $N$ .

Как видно из схемы, малый маятник участвует в двух независимых движениях: поступательном вместе с точкой подвеса (при

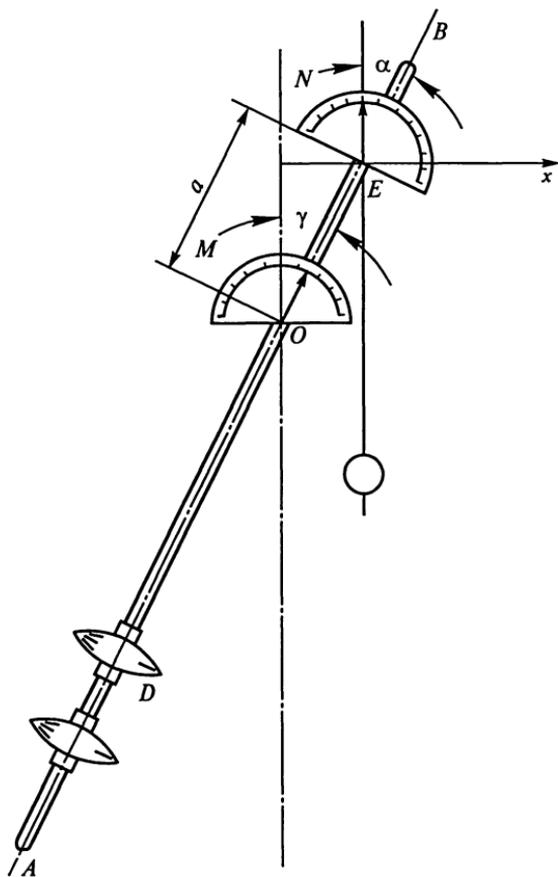


Рис. 1.11.1

малых колебаниях большого маятника) и колебательном, что позволяет в дальнейшем рассматривать только колебательное движение, перейдя в систему отсчета, связанную с его точкой подвеса.

Запишем в этой системе уравнение движения малого маятника. При малых колебаниях большого маятника можно считать, что точка подвеса совершает гармонические колебания по прямой  $X$  по закону  $x = X_0 \cos(\omega t)$ , где  $X_0$  — амплитуда смещения точки подвеса,  $\omega$  — угловая частота колебаний большого маятника. Следовательно, выбранная система отсчета является неинерциальной, так как движется с ускорением  $a_{\text{системы}} = -X_0 \omega^2 \cos(\omega t)$ . Чтобы в такой системе записать уравнение движения малого маятника, нужно кроме действующих сил тяжести и трения учесть силу инерции  $F$ :  $F = -m \frac{d^2 x}{dt^2} = m X_0 \omega^2 \cos(\omega t)$ . Эта сила является вынуждающей для колебаний малого маятника и ее максимальный момент относительно центра масс малого маятника —  $M_0 = m X_0 l \omega^2$ , где  $l$  — расстояние от точки подвеса малого маятника до его центра масс.

Таким образом, на малый маятник в процессе его движения действуют три силы: сила тяжести, сила трения (пропорциональная скорости) и гармонически изменяющаяся вынуждающая сила, в результате действия которых маятник начинает раскачиваться, т. е. приобретает угловое ускорение.

Следовательно, введя те же обозначения, что и в (2), уравнение колебательного движения малого маятника имеет вид:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + 2\beta \frac{d\alpha}{dt} + \omega_0^2 \alpha = \frac{M_0}{I_z} \cos(\omega t).$$

Амплитуда этих колебаний и разность фаз момента вынуждающей силы и смещения определяются уравнениями (4).

Конструкция экспериментальной установки дает возможность варьировать частоту вынуждающей силы и, следовательно, позволяет получить экспериментальную зависимость  $\alpha_0 = \alpha(\omega)$  (амплитудная характеристика маятника).

Фазовая характеристика колебаний малого маятника  $\varphi = \varphi(\omega)$  может быть рассчитана по формуле (4), а коэффициент затухания  $\beta$  и частота собственных колебаний  $\omega_0$  определяется экспериментально.

## Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е 1.** Определение частоты и коэффициента затухания собственных колебаний малого маятника.

Значение коэффициента затухания определяют по графику зависимости амплитуды колебания малого маятника от времени. Аналитически эта зависимость выражается формулой  $\alpha_m(t) = \alpha_{m0}e^{-\beta t}$ . За время релаксации  $\tau = 1/\beta$  амплитуда уменьшается в  $e$  раз ( $e \cong 2,7$ ), т.е.  $\alpha_{m\tau} = \alpha_{m0}/e$ . Таким образом, зная  $\tau$ , легко вычислить  $\beta$ .

Для определения  $\beta$  малого маятника большой маятник устанавливают в нерабочее положение (плоскости призмы опираются на подставку). Малому маятнику задают начальное отклонение, превышающее 15 делений шкалы. Секундомер включают, когда амплитуда колебаний  $\alpha_{m0}$  становится равной 15 делениям шкалы, и измеряют промежуток времени, в течение которого амплитуда  $\alpha_m$  примет значение, равное 13 делениям шкалы. Затем при тех же начальных условиях измеряют промежутки времени, в течение которых амплитуда уменьшается соответственно до 11, 9, 7, 5, 3 делений шкалы. По полученным данным строят график в координатах  $(\alpha_m, t)$  и проводят необходимые расчеты.

Для определения частоты свободных колебаний маятника  $\omega_1$  измеряют время  $t$  десяти полных колебаний маятника. Частоту вычисляют по формуле  $\omega_1 = 10 \cdot 2\pi/t$ .

Произведите необходимые измерения, постройте график зависимости  $\alpha_m = f(t)$  и определите частоту свободных колебаний и коэффициент затухания  $\beta$  малого маятника. Данные измерений  $\alpha_m, t, \tau$  и вычислений  $\beta, \omega_1$ , а также их относительных ошибок  $\epsilon(\beta)$  и  $\epsilon(\omega)$  занесите в таблицу.

**Задание 2.** Изучение амплитудной характеристики колебаний малого маятника  $\alpha_m = \alpha(\omega)$ .

Большой маятник устанавливают в рабочее положение путем поворота его на  $90^\circ$  вокруг оси, проходящей вдоль стержня маятника. Необходимо убедиться, что он находится в нужной плоскости и лезвие призмы заняло положение в канавке на опорной раме. Предварительно грузы устанавливают в самом нижнем положении. Большой маятник отклоняют на  $6^\circ$  (такое начальное отклонение сохраняется при всех измерениях) и определяют период колебания большого маятника (по времени 10 полных колебаний). После установления вынужденных колебаний (1,5 мин) — это время надо выдерживать при всех измерениях — определяют амплитуду вынужденных колебаний малого маятника. Затем маятник приводят в нерабочее положение, и оба груза передвигаются на два деления вверх. Приводя маятник в рабочее положение, повторяют измерения до тех пор, пока верхний груз не займет крайнее верхнее положение. Полученные данные оформляют в виде графика в координатах  $(\alpha_m, \omega)$ .

Произведите необходимые измерения и постройте график зависимости амплитуды вынужденных колебаний от частоты вынуждающей силы. Данные измерений  $t, \alpha_m$  и вычислений  $\omega$  внесите в таблицу.

**Задание 3.** Изучение фазовой характеристики вынужденных колебаний малого маятника.

Прежде всего следует убедиться, что при малых частотах смещение малого маятника находится практически в фазе со смещением точки подвеса (в противофазе со смещением нижней части большого маятника). Сдвиг фаз в этом случае близок к нулю.

При больших частотах смещение малого маятника практически находится в противофазе со смещением точки подвеса (в фазе со смещением нижней части большого маятника). Сдвиг фаз при этом близок к  $-\pi$ . Промежуточные значения находят с помощью формулы (4). Вычисления производят для семи значений частоты: резонансной и по три на восходящей и нисходящей ветвях амплитудной характеристики.

Нанесите в соответствующем масштабе полученные результаты на график амплитудной характеристики (откладывая по оси ординат величину сдвига фаз).

### **Вопросы и упражнения**

1. Какие колебания называют вынужденными?
2. Выведите формулы для амплитуды и разности фаз между смещением и вынуждающей силой прямолинейных вынужденных колебаний, возбуждаемых силой, меняющейся по гармоническому закону.
3. В чем состоит явление резонанса? Каково его значение в природе и технике?
4. Какую информацию о колебательной системе можно получить из резонансной кривой? Как меняется резонансная кривая при изменении коэффициента затухания?
5. При каких условиях возникает необходимость рассматривать силы инерции?

## *ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.12*

### **ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА**

**Цель работы:** определение собственных частот поперечных колебаний струны и расчет плотности материала струны.

**Приборы и принадлежности:** струна, вибратор, звуковой генератор, набор гирь.

**Литература:** [5, § 11.1—11.5]; [35, гл. X].

### **Введение**

В гибкой, натянутой однородной струне, выведенной из положения равновесия, возникает сложное колебание, которое может

быть представлено как наложение многих нормальных или собственных колебаний, отличающихся своими частотами. Стационарная картина колебаний может наблюдаться, если возмущение в струне вызвано внешней периодической (гармонической) силой. Смещение частиц струны под действием этой силы перпендикулярно к самой струне. Возникшее возмущение вызывает появление поперечной волны, распространяющейся по струне в обе стороны, и при определенных условиях в струне появляются поперечные стоячие волны — явление, называемое резонансом струны.

На закрепленных концах струны всегда должны быть узлы смещения, так что поперечные стоячие волны, возникающие при собственных колебаниях струны, должны удовлетворять следующим условиям:

$$l = n \frac{\lambda_n}{2} \quad \text{или} \quad v_n = \frac{nv}{2l}, \quad (1)$$

где  $l$  — длина струны;  $\lambda_n$  и  $v_n$  — длина волны и частота собственных колебаний;  $n$  — целое число;  $v$  — скорость распространения упругой деформации в струне.

Скорость распространения упругой деформации в струне не зависит от частоты собственного колебания и определяется плотностью материала струны  $\rho$  и ее натяжением, которое зависит от приложенного к струне механического напряжения  $\sigma = F/S$  ( $F$  — сила натяжения,  $S$  — площадь поперечного сечения струны):

$$v = \sqrt{\frac{F}{S\rho}}. \quad (2)$$

С учетом (2) получим

$$v_n = \frac{n}{(2l)} \sqrt{\frac{F}{S\rho}}. \quad (3)$$

Соотношение (3) позволяет экспериментально определить плотность материала струны, так как входящие в нее величины  $v_n$ ,  $n$ ,  $F$ ,  $S$  могут быть измерены. В работе собственные частоты колебаний струны определяют методом резонанса.

### Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки дана на рис. 1.12.1. Сила натяжения струны  $A$  регулируется грузами  $B$ . Вынужденные колебания в струне возбуждают вибратором  $C$ , частота колебаний которого опре-

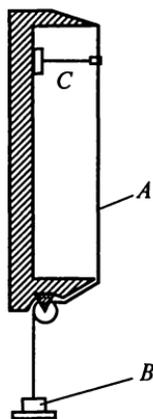


Рис. 1.12.1

деляется звуковым генератором. Амплитуда вынужденных колебаний струны максимальна при резонансе, т. е. при совпадении собственной частоты и частоты вынуждающей силы.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерьте длину  $l$  и диаметр  $d$  струны. Измерьте частоты собственных колебаний струны для  $n = 1, 2, 3, 4$  при  $F = 10, 15, 20, 25$  Н. Постройте график зависимости  $(v_n/n)^2$  от  $F$  (на графике результаты, соответствующие различным  $n$ , обозначьте по-разному). Пользуясь графиком, определите плотность струны  $\rho$ ; данные измерений  $F, v, l, d, n$  и вычислений  $(v_n/n)^2, S, \rho$  внесите в таблицу.

**Задание 2.** Вычислите скорость распространения упругих колебаний в струне при различных значениях силы натяжения и постройте график  $v^2 = f(F)$ . Вычислите относительную ошибку измерения  $\rho$  и  $v$  в эксперименте.

## Вопросы и упражнения

1. Выведите уравнение стоячей волны, возникающей в струне.
2. Начертите графики смещения точек в стоячей волне в струне при  $n = 2$  и для двух моментов времени, отличающихся на  $T/4$ , и укажите на них положение узлов и пучностей скорости, деформации, кинетической и потенциальной энергии.
3. Как отличаются амплитуды колебаний точек струны, соответствующие различным  $n$  при неизменной силе натяжения? Почему?
4. Почему результаты измерений целесообразно привести в виде графика  $(v_n/n)^2 = f(F)$ ?
5. Почему вибратор, создающий вынужденные колебания струны, помещают вблизи закрепленного конца струны?
6. Систематическая или случайная ошибка определяет точность проведенных вами измерений?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.13

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ КАМЕРТОНА МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

**Цель работы:** исследование явления акустического резонанса и определение частоты колебаний камертона.

**Приборы и принадлежности:** стеклянная трубка, металлический сосуд, резиновый шланг, два камертона, резиновый молоточек, наушники, масштабная линейка.

**Литература:** [5, § 10.3, гл. 11].

## Введение

В трубе длиной  $l$ , закрытой с одного конца, можно возбудить стоячую звуковую волну с пучностью смещения (и скорости) на открытом конце и узлом этих величин на закрытом (явление акустического резонанса). Длина такой звуковой волны  $\lambda_n$  удовлетворяет условию

$$l = (2n + 1) \frac{\lambda_n}{4}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

Этим длинам волн соответствуют резонансные частоты:

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v(2n + 1)}{4l}, \quad (2)$$

где  $v$  — скорость звука в условиях эксперимента.

В данной работе явление акустического резонанса положено в основу определения частоты колебаний камертона.

## Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка изображена на рис. 1.13.1. Звуковые волны, возбуждаемые колеблющимся камертоном  $K$ , распространяются в воздухе. Стекло́нная трубка  $A$  соединена резиновым шлангом с сосудом  $B$ , заполненным водой. Если уровень воды в трубке таков, что длина воздушного столба удовлетворяет условию (1), то устанавливается стоячая волна с максимумом смещения на открытом конце трубки  $A$ . Уровень воды в трубке можно изменять, передвигая сосуд  $B$  по вертикальным направляющим.

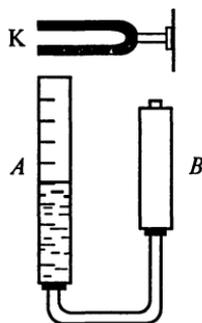


Рис. 1.13.1

## Измерения и обработка результатов

Возбуждая в камертоне свободные колебания (с помощью резинового молоточка) и постепенно понижая уровень воды в трубке (начиная с положения, когда уровень почти совпадает с верхним обрезом трубки), отмечают положение уровня воды в момент наиболее громкого звучания (акустический резонанс).

Для более точного определения положения уровня во время резонанса применяют наушники, соединенные резиновым шлангом с верхним концом стеклянной трубки. Рекомендуется опреде-

лить три последовательных положения резонансного уровня, для каждого из которых выполняется условие (1).

Длину звуковой волны в воздухе можно найти из выражения  $l_3 - l_2 = \lambda_{\text{рез}}/2$ , где  $l_2$  и  $l_3$  — второй и третий резонансные уровни, откуда  $v_{\text{рез}} = v_{\text{кам}} = v/\lambda_{\text{рез}}$ .

**З а д а н и е.** Проведите необходимые измерения с двумя камертонами и вычислите их частоты колебаний. Данные измерений и вычислений  $l$ ,  $\lambda$ ,  $v$  внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Напишите уравнение стоячей волны, возникающей при колебаниях воздушного столба в трубке. Узел или пучность смещения приходится на границу «вода — воздух»?

2. Начертите график смещения точек от времени в стоячей волне в трубе при  $n=2$  и укажите на нем положение узлов и пучностей скорости точек, деформации, кинетической и потенциальной энергии.

3. Происходит ли передача энергии в стоячей волне? Аргументируйте свой ответ.

4. Начертите графики смещения, скорости точек и деформации от координаты в стоячей волне в трубе для двух моментов времени, отличающихся на  $T/4$ .

5. Как происходит движение отдельных частей камертона после удара по его ножке резиновым молоточком?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.14

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ

**Ц е л ь р а б о т ы:** измерение скорости распространения звука в воздухе методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний.

**П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и:** звуковой генератор, электронный осциллограф, микрофон, телефон, измерительная скамья.

**Л и т е р а т у р а:** [1, гл. 11]; [10, § 73, 74, 85].

### Введение

В бегущей волне колебания двух точек, находящихся на расстоянии  $l$  друг от друга, сдвинуты по фазе на

$$\varphi = 2\pi \frac{l}{\lambda} = \frac{2\pi lv}{v}, \quad (1)$$

где  $\nu$ ,  $\lambda$  — частота и длина волны;  $v$  — скорость распространения волны в упругой среде.

Выражение (1) может быть использовано для экспериментального определения скорости распространения звука в воздухе по измеренным значениям величин  $\varphi$ ,  $v$ ,  $\lambda$ .

### Описание экспериментальной установки

Схема установки изображена на рис. 1.14.1. Громкоговоритель Г, излучающий звуковые волны, питается от звукового генератора ЗГ. Звуковая волна достигает микрофона М и порождает в его цепи переменное напряжение. Между переменным напряжением на выходе звукового генератора и напряжением, возникающим в цепи микрофона, существует разность фаз  $\varphi$ , зависящая от взаимного расположения микрофона и громкоговорителя. При перемещении микрофона по измерительной скамье на расстояние  $l = \lambda n$ , составляющее целое число волн, разность фаз  $\varphi$  изменяется на  $2\pi n$ .

Разность фаз  $\varphi$  определяется по форме эллипса на экране осциллографа, если вертикальные пластины осциллографа соединены с выходом звукового генератора, а горизонтальные — с микрофоном (см. описание лабораторной работы 1.4). При разности фаз  $\varphi = 2\pi n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) эллипс вырождается в прямую, проходящую через первую и третью четверти координатной плоскости, а при  $\varphi = \pi(2n + 1)$  — в прямую, проходящую через второй и четвертый квадранты.

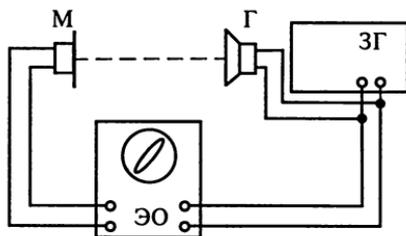


Рис. 1.14.1

### Измерения и обработка результатов

Собрав электрическую схему установки, телефон и микрофон располагают у края измерительной скамьи и подают напряжение на звуковой генератор и осциллограф. Медленно перемещая микрофон к противоположному концу измерительной скамьи, отмечают положение микрофона, при котором на экране осциллографа видна прямая линия. Продолжая передвигать микрофон, считают число  $n$  повторных появлений такой же прямой на экране осциллографа.

Каждое последующее повторение первоначальной картины соответствует изменению разности фаз на  $2\pi$  радиан. Измеряя перемещение микрофона  $l$  при  $n$  повторениях картины на экране осциллографа,

циллографа и пользуясь соотношением (1), находят скорость звука  $v$  (значение  $v$  отсчитывают по шкале генератора).

Для сравнения полученного результата с табличными данными вычисляют скорость  $v$  при условиях опыта, пользуясь соотношением

$$v = v_0 \sqrt{T / 273\text{К}}, \quad (2)$$

где  $T$  — температура воздуха в комнате, выраженная в абсолютной шкале температур;  $v_0$  — скорость звука при  $0^\circ\text{C}$  (берется из справочника).

**Задание.** Проведите необходимые измерения и определите скорость распространения звуковых колебаний в воздухе для трех частот (между 1000 и 3000 Гц). Данные измерений и вычислений  $n$ ,  $l$ ,  $\lambda$ ,  $v$ ,  $\nu$  внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Каков механизм распространения звуковых волн в воздухе?
2. Выведите уравнение кривой, наблюдаемой на экране осциллографа. От какого параметра зависит форма этой кривой? Почему она меняется при перемещении микрофона?
3. Как изменится картинка на экране осциллографа, если на телефон подать сигнал от второго ЗГ с частотой в два (три) раза больше, чем частота сигнала от первого ЗГ?
4. Постройте графики зависимости смещения точки, ее скорости и деформации в бегущей волне от координаты для двух моментов времени, отличающихся на  $T/4$ . Покажите на графике точки, соответствующие максимумам кинетической и потенциальной энергии.
5. От чего зависит точность определения значения скорости звука в предлагаемом опыте? Как повысить точность метода?
6. Опишите принцип действия микрофона и громкоговорителя. Почему предлагается проводить эксперимент в узком диапазоне частот ЗГ?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.15

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ И СКОРОСТИ ЗВУКА В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ МЕТОДОМ РЕЗОНАНСА

**Цель работы:** исследование явления акустического резонанса и определение скорости звука в твердых телах.

**Приборы и принадлежности:** прибор Кундта, стеклянная труба, набор стержней, масштабная линейка, пробковые опилки, фланель, канифоль.

**Литература:** [1, гл. 11]; [10, § 73—81].

## Введение

При переходе акустических колебаний из одной среды в другую частота колебаний сохраняется, но изменяется длина волны, так как скорость звука зависит от упругих свойств среды.

Следствием этого является соотношение

$$v_1 = v_2 \lambda_1 / \lambda_2, \quad (1)$$

где  $\lambda_1, \lambda_2$  — длина волн в средах 1 и 2, а  $v_1$  и  $v_2$  — скорости звука в этих средах.

Если второй средой является воздух, то

$$v_2 = v_0 \sqrt{\Theta / 273}, \quad (2)$$

где  $v_0 = 332$  м/с — скорость звука в воздухе при нормальных условиях;  $\Theta$  — температура воздуха во время измерения.

Для определения скорости звука в твердом теле используется прибор Кундта, в котором продольные колебания твердого стержня возбуждают акустические волны в столбе воздуха.

### Описание экспериментальной установки

Прибор Кундта (рис. 1.15.1) состоит из стержня  $B$ , один конец которого, снабженный небольшим диском  $D$ , помещается в открытый конец стеклянной трубы  $A$ , запаянной с другого конца. Стержень закреплен в середине с помощью винта  $C$ . При возбуждении в стержне продольных колебаний они передаются столбу воздуха.

Изменяя длину воздушного столба (перемещением стержня относительно трубы), можно создать условия, соответствующие акустическому резонансу. В трубе возникает стоячая волна, в результате чего пробковые опилки, первоначально распределенные равномерно по длине трубы, образуют отчетливую периодическую картину, собираясь в местах, соответствующих узлам смещения. При этом собственная частота колебаний стержня совпадает с собственной частотой колебаний столба воздуха.

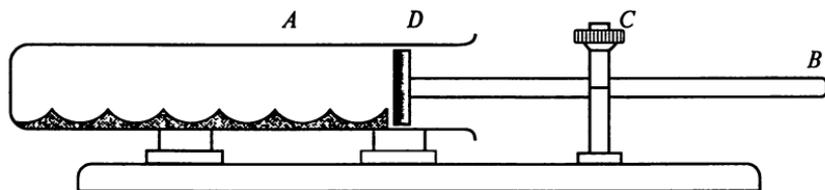


Рис. 1.15.1

Длину звуковой волны в воздухе  $\lambda_1$  можно определить, измерив расстояние между  $2k$  узлами стоячей волны ( $k$  — целое число).

Длина волны основного тона стержня длиной  $l$  равна  $\lambda_2 = 2l$ .

Измерив  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  и используя соотношения (1) и (2), находят скорость распространения волны в твердом теле.

## Измерения и обработка результатов

Собрав установку, возбуждают продольные колебания в стержне из исследуемого материала. Для этого плотно обхватив свободный конец стержня фланелевой салфеткой с канифолью, энергично сдвигают салфетку от точки крепления стержня к его концу. Постепенно передвигая стеклянную трубку относительно стержня, добиваются отчетливой картины стоячих волн в трубке.

**З а д а н и е.** Проведите необходимые измерения и вычислите скорость звука в латуни, железе и дереве. Результаты измерений и вычислений  $l_1, l_2, \lambda_1, \lambda_2, v_1, v_2$  внесите в таблицу. Сравните полученные данные с приведенными в справочнике.

## Вопросы и упражнения

1. Постройте графики смещения, скорости точек и деформации при образовании стоячей волны в стержне для произвольного момента времени. Как изменяются эти графики через промежуток времени, равный  $T/4$ ?

2. Какой из стержней, исследуемых в работе, имеет наибольшую частоту основного тона?

3. Каков механизм возбуждения колебаний в стержне?

4. Почему пробковые опилки собираются в местах, соответствующих узлам смещения?

5. Нужно ли изменять положение стержня (см. рис. 1.15.1) относительно стеклянной трубки  $A$  при смене стержня (для получения отчетливой картины стоячей волны)?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.16

### ГРАДУИРОВКА ЗВУКОВОГО ГЕНЕРАТОРА МЕТОДОМ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ

**Цель работы:** исследование явления интерференции звуковых волн в воздухе и градуировка звукового генератора.

**Приборы и принадлежности:** две U-образные трубки, звуковой генератор, громкоговоритель, микрофон, электронный осциллограф.

**Литература:** [5, гл.11]; [35, § 73, 74, 85].

## Введение

Если два когерентных источника гармонических колебаний, создающие в упругой среде бегущие волны, накладывающиеся друг на друга, возбуждают в некоторой точке среды колебания одного направления, то в результате интерференции амплитуда результирующего колебания равна

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} (l_1 - l_2)}, \quad (1)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — амплитуды колебаний в данной точке среды, создаваемые каждым источником в отдельности;  $\lambda$  — длина распространяющихся в среде волн (предполагается, что источники синфазны);  $l_1$  и  $l_2$  — расстояния данной точки от первого и второго источников.

Амплитуда колебаний точек, для которых разность хода составляет целое число волн  $\Delta = l_1 - l_2 = n\lambda$ , будет максимальной; амплитуда минимальна там, где  $\Delta = (2n + 1)\lambda/2$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Эти соотношения используют в данной работе для определения частоты и длины звуковой волны в воздухе.

## Описание экспериментальной установки

Источником звуковых волн в опыте является громкоговоритель  $\Gamma$  (рис. 1.16.1), питаемый от звукового генератора ЗГ. Излучаемые громкоговорителем волны распространяются по двум трубам  $a$  и  $b$ , которые вначале и конце соединяются в общую трубу. Результирующее колебание, возникающее в конце труб, улавливается микрофоном  $M$  и преобразуется в электрические колебания. Переменное напряжение с выхода микрофона подводится к пластинам вертикального отклонения электронного осциллографа ЭО. Длину одной из труб  $a$  можно менять. Шкала  $\Pi$  и указатель  $У$  позволяют измерить увеличение длины трубы  $a$  по сравнению с длиной трубы  $b$ .

Звуковые волны, распространяющиеся по трубам  $a$  и  $b$  разной длины, приобретают некоторую разность хода. Изменяя эту разность, можно последовательно создавать условия, при которых амплитуда результирующих колебаний и сигнал на осциллографе принимают максимальное и

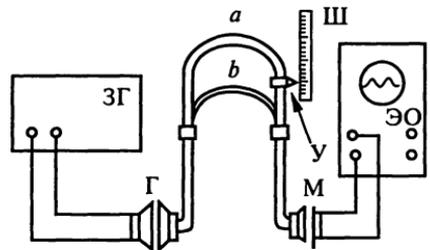


Рис. 1.16.1

минимальное значения. При этом разность хода, соответствующая двум соседним максимумам или минимумам интерференционной картины, равна  $\lambda$ .

Следует иметь в виду, что перемещение подвижной трубы на отрезок  $h$  означает изменение разности хода на  $2h$ .

Частоту звуковых волн, а следовательно, и частоту сигнала звукового генератора можно вычислить по формуле  $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{v_0}{\lambda} \sqrt{T/273\text{K}}$ , где  $v$  — скорость звука в воздухе в условиях эксперимента,  $T$  — температура воздуха во время измерения;  $v_0 = 332$  м/с — скорость звука в воздухе при нормальных условиях.

## Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е.** Провести необходимые измерения для пяти значений частот генератора в интервале 2—5 кГц. Данные измерений и вычислений  $\alpha$ ,  $h$ ,  $\nu$ ,  $v$ ,  $\lambda$  внесите в таблицу ( $\alpha$  — деление шкалы звукового генератора). Для получения, возможно, более точного значения длины волн в работе рекомендуется определять разность хода, соответствующую условию минимумов.

### Вопросы и упражнения

1. Какие волны называют когерентными?
2. Каким образом в данной работе создаются когерентные волны?
3. Получите выражение (1).
4. Почему точность измерений длины волны  $\lambda$  при регистрации положений минимумов больше, чем при регистрации положений максимумов?
5. Чем ограничивается точность измерения  $\lambda$  в эксперименте?
6. Опишите принцип действия микрофона и громкоговорителя.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.17

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА

**Ц е л ь р а б о т ы:** экспериментальное определение модуля Юнга материала проволоки методом растяжения.

**П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и:** специальная установка, набор гирь, индикатор удлинения.

**Л и т е р а т у р а:** [5, гл. 6]; [35, § 73—75].

### Введение

В области упругих деформаций напряжение, возникающее в деформированном теле, пропорционально относительной деформации

ции. В случае продольной деформации образца цилиндрической формы это соотношение (закон Гука) записывается обычно в следующей форме:

$$\sigma = F/S = E\varepsilon,$$

где  $\sigma$  — напряжение;  $F$  — деформирующая сила;  $S$  — площадь поперечного сечения образца;  $E$  — модуль Юнга материала образца;  $\varepsilon = \Delta l/l$  — относительная деформация ( $l$  — длина поперечного сечения образца).

Если измерить деформирующую силу и соответствующее ей удлинение образца  $\Delta l$ , то модуль Юнга можно вычислить по формуле  $E = \sigma/\varepsilon = Fl/(S\Delta l)$ .

### Описание экспериментальной установки

На рис. 1.17.1 дана схема экспериментальной установки. К верхнему кронштейну  $N$  крепится калиброванная проволока  $K$ , модуль упругости материала которой следует определить. На том же кронштейне с помощью нитей  $M$  подвешена платформа  $D$  с грузами  $P$ , которые переключаются на платформу  $C$  и нагружают испытуемую проволоку. Таким образом, верхний кронштейн находится во время эксперимента под постоянным напряжением и его деформация не вносит ошибок при измерении удлинения испытуемой проволоки. Измерение удлинения образца осуществляется с помощью индикатора  $B$ , закрепленного неподвижно на нижнем кронштейне  $A$ .

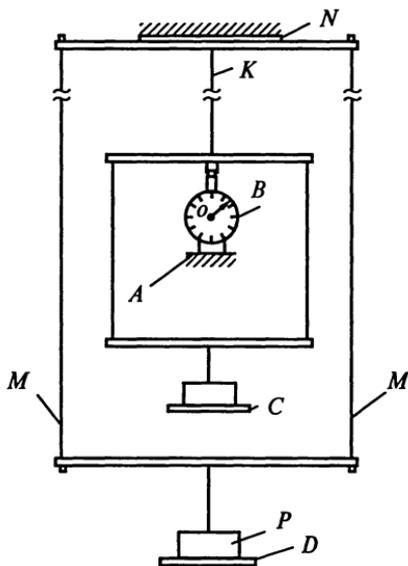


Рис. 1.17.1

### Измерения и обработка результатов

Проволока нагружается гирей массой 1 кг, после чего на индикаторе поворотом внешнего кольца устанавливается нуль отсчета. Затем, поочередно переключая гири (массой 0,5 кг каждая) на платформу  $C$ , фиксируют удлинение. По полученным данным строят график в координатах  $[\sigma, \varepsilon]$  и вычисляют модуль Юнга. Длина и диаметр проволоки даны в паспорте работы.

**З а д а н и е.** Проведите измерения удлинений проволоки при четырех значениях деформирующей силы. Рекомендуется выбрать значения деформирующей силы 5, 10, 15 и 20 Н.

Проделайте измерения три раза. Постройте график зависимости напряжения  $\sigma$  от деформации  $\epsilon$ , нанеся на него все экспериментальные точки, полученные в трех сериях измерений.

Рассчитайте модуль упругости материала проволоки. Пользуясь справочной таблицей, определите, из чего сделана проволока. Оцените погрешность результата. Данные измерений и вычислений  $F$ ,  $\Delta l$ ,  $\sigma$ ,  $\epsilon$ ,  $E$  внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Какие деформации называют упругими?
2. Объясните устройство измерительной части установки.
3. Как изменяется объем образцов при продольном растяжении или сжатии?
4. Случайная или систематическая ошибка определяет точность проведенного вами эксперимента?
5. Как распределены деформации растяжения или сжатия в однородном цилиндрическом теле, если тело: а) неподвижно; б) движется с ускорением?
6. Как распределены деформации сжатия, создаваемые силой тяжести, в однородном цилиндрическом теле (сила тяжести параллельна оси цилиндра), если: а) оно подвешено за верхний конец к неподвижной опоре; б) оно стоит на неподвижной опоре?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.18 ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ СДВИГА

**Цель работы:** экспериментальное определение модуля сдвига материала проволоки методом крутильных колебаний.

**Приборы и принадлежности:** крутильный маятник, микрометр, линейка, секундомер.

**Литература:** [5, гл. 6]; [35, § 73—80].

### Введение

При закручивании проволоки в ней возникают деформации сдвига. При малых углах поворота  $\varphi$  эти деформации являются упругими, поэтому момент возвращающих сил пропорционален углу закручивания:

$$M = -k\varphi. \quad (1)$$

Коэффициент  $k$  в этом уравнении зависит от упругих свойств вещества проволоки, характеристикой которых в данном случае

является модуль сдвига  $G$ . По закону Гука можно найти связь между  $k$  и  $G$  [15]:

$$k = G \frac{\pi r^4}{2l}, \quad (2)$$

где  $r$ ,  $l$  — соответственно радиус и длина проволоки.

С учетом (2) уравнение (1) принимает вид:

$$M = -G \frac{\pi r^4}{2l} \varphi. \quad (3)$$

Это соотношение указывает на два возможных метода экспериментального определения модуля сдвига:

*статический* — путем измерения момента внешних сил (численно равного моменту сил упругости) и соответствующего угла закручивания исследуемой проволоки;

*динамический* — путем измерения периода  $T$  крутильных свободных колебаний тела, подвешенного на свободном конце проволоки.

Если  $I$  — момент инерции маятника, то  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{G \frac{\pi r^4}{2l}}}$ .

Откуда

$$G = \frac{8\pi l}{r^4} \frac{I}{T^2}. \quad (4)$$

Динамический метод не требует точной аппаратуры для измерения углов и момента сил и находит широкое применение для экспериментального определения модуля сдвига. Именно этот метод и используется в данной работе.

### Описание экспериментальной установки

Крутильный маятник (рис. 1.18.1) представляет собой стержень 1. С помощью небольшого цилиндра 2 маятник подвешен на проволоке 3, модуль сдвига материала которой определяется в эксперименте. На стержень 2 симметрично надеваются цилиндрические подвижные грузы 4 одинаковых массы  $m$  и формы. Различным расположением этих грузов достигается изменение момента инерции маятника относительно оси вращения.

Экспериментальное определение модуля сдвига, как вид-

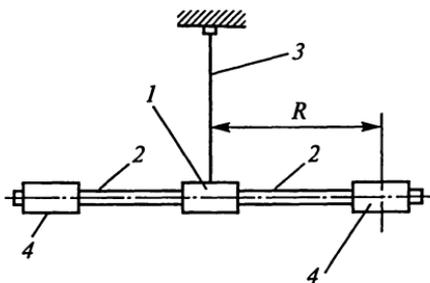


Рис. 1.18.1

но из уравнения (4), связано с измерениями длины и радиуса испытываемой проволоки, периода колебаний и момента инерции маятника относительно оси вращения. Первые три величины могут быть измерены непосредственно. Момент инерции определяют следующим образом. Проводят измерения периода колебаний маятника для двух различных положений грузов на стержне. Из условия постоянства отношения  $I/T^2$  для данного маятника следует

$$\frac{I}{T^2} = \frac{I_1 - I_2}{T_1^2 - T_2^2} = \frac{2m(R_1^2 - R_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (5)$$

где  $R_1, R_2$  — расстояния от центра масс груза до оси вращения.

Таким образом, уравнение (4) принимает вид:

$$G = \frac{16\pi m(R_1^2 - R_2^2)l}{(T_1^2 - T_2^2)r^4}. \quad (6)$$

Здесь все величины, стоящие в правой части, могут быть изменены экспериментально.

### Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е.** Проведите измерения периода колебаний крутильного маятника при двух различных положениях подвижных грузов и рассчитайте модуль сдвига материала испытываемой проволоки. Рекомендуется для расчета периода измерять время  $t$ , соответствующее 50 колебаниям. Пользуясь справочной таблицей физических величин, определите материал проволоки. Данные измерений  $m, R_1, R_2, t_1, t_2, l, r$  и вычислений  $T_1, T_2, G$  внесите в таблицу.

Оцените погрешность результата, исходя из точности применяемых измерительных приборов.

### Вопросы и упражнения

1. Как распределены упругие деформации сдвига по длине проволоки в статическом и динамическом случаях?

2. Какие измерения вносят максимальную погрешность при определении модуля сдвига? Систематическая или случайная ошибка определяет точность эксперимента?

3. Как должны быть расположены грузы на стержне при двух измерениях, чтобы погрешность эксперимента была минимальной?

4. Какие деформации называют упругими?

5. Чем ограничена амплитуда гармонических колебаний крутильного маятника?

6. Выведите формулы (3) и (5).

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ПОЛЕТА СНАРЯДА С ПОМОЩЬЮ КРУТИЛЬНОГО МАЯТНИКА

Цель работы: определение момента инерции крутильного маятника, модуля сдвига материала проволоки, скорости полета снаряда.

Приборы: специальная установка.

Литература: [5, § 5.1—5.3, гл. 6, § 10.1—10.4]; [35, § 26, 73—79].

### Введение

Симметричное тело, подвешенное к проволоке, представляет собой крутильный маятник. Если повернуть его в горизонтальной плоскости на угол  $\varphi$ , то в закрученной нити возникают силы, возвращающие тело в начальное положение.

При малых углах поворота  $\varphi$  деформации проволоки являются упругими, поэтому момент возвращающих сил  $M$  пропорционален углу закручивания  $\varphi$

$$M = -k\varphi. \quad (1)$$

Коэффициент  $k$  зависит от упругих свойств вещества проволоки, характеристикой которых является модуль сдвига  $G$ . По закону Гука можно найти связь между  $k$  и  $G$  [5]

$$k = G \frac{\pi R^4}{2l}, \quad (2)$$

где  $R$ ,  $l$  — соответственно радиус и длина проволоки.

Уравнение движения крутильного маятника в отсутствие вынуждающей силы имеет вид

$$\ddot{\varphi} + 2\beta\dot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (3)$$

где  $\beta = r/2I$ ;  $\omega_0^2 = k/I$ ;  $I$  — момент инерции маятника;  $k$  — коэффициент трения.

Решение уравнения для случая  $\beta^2 < \omega_0^2$  имеет вид

$$\varphi = \varphi_m \cos(\omega t + \psi_0); \quad \varphi_m = \varphi_0 e^{-\beta t}, \quad (4)$$

где  $\psi_0$  — начальная фаза колебаний;  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ .

Из измерения зависимости амплитуды колебаний от времени можно определить коэффициент затухания  $\beta$  и рассчитать собственную частоту колебаний маятника  $\omega_0$ , измерив период колебаний  $T$ .

Свободные колебания крутильного маятника могут быть использованы для определения скорости полета снаряда.

При неупругом соударении свободно летящего снаряда массой  $m$  с телом маятника маятник приходит в колебательное движение с амплитудой колебания, зависящей от скорости полета снаряда. Для определения скорости полета снаряда  $v$  необходимо измерить максимальное отклонение маятника от положения равновесия  $\varphi_0$ . Тогда  $v$  можно рассчитать по следующей формуле

$$v = \frac{\omega_0 \varphi_0 I}{md}, \quad (5)$$

где  $d$  — расстояние от места удара снаряда до оси колебаний маятника.

Для определения момента инерции маятника  $I$  используется выражение (3). Коэффициент  $k$  рассчитывают из изменений периодов колебаний маятника  $T_1$ ,  $T_2$  при двух положениях навесных грузов (см. лабораторную работу 1.18)

$$k = \frac{4\pi^2 2m_{\text{гр}}(d_1^2 - d_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}, \quad (6)$$

где  $d_1$  и  $d_2$  — расстояния от положения грузов до оси вращения в двух опытах.

### Описание экспериментальной установки

Общий вид крутильного маятника показан на рис. 1.19.1. Тело маятника жестко соединено двумя проволоками П, натянутыми между двумя кронштейнами  $K_1$  и  $K_2$ , закрепленными на станине. На третьем среднем кронштейне  $K_3$  расположено стреляющее устройство, а также прозрачный экран с нанесенной на него угловой шкалой и фотоэлектрический датчик, служащий для отсчета числа колебаний, совершенных маятником, и времени его движения.

Маятник представляет собой стержень, на котором укреплены два груза  $g$  и небольшие цилиндры Ц с пластилином. При изменении положения грузов момент инерции маятника изменяется.

При выстреле снаряд вылетает по горизонтальной прямой, которая перпендикулярна стержню маятника, и застревает в цилиндре с пластилином на расстоянии  $d$  от оси колебаний маятника.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерьте зависимость амплитуды свободных колебаний маятника от времени. За начальное отклонение маятника принимают  $80^\circ$ . Постройте график зависимости  $\varphi(t)$  и определите по нему коэффициент затухания  $\beta$ .

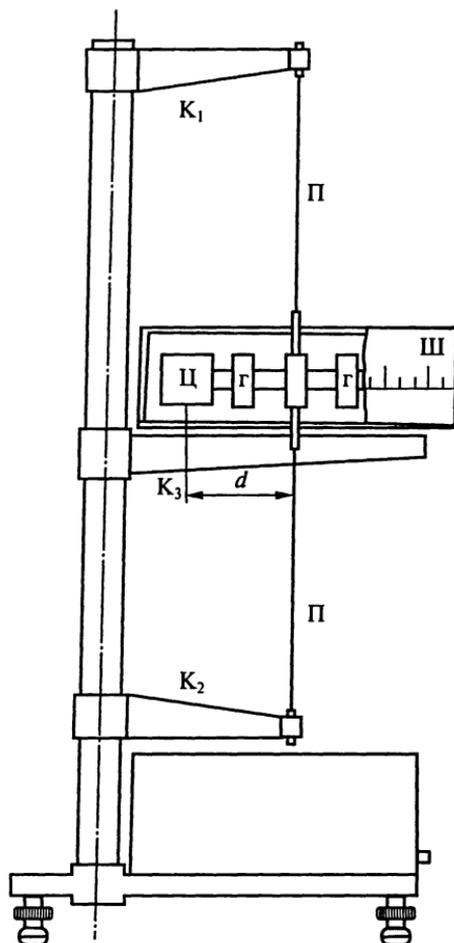


Рис. 1.19.1

Задание 2. Проведите измерение периодов затухания колебаний  $T_1$  и  $T_2$  маятника для двух положений грузов на стержне. Из измеренных значений  $T_1$  и  $T_2$  рассчитайте коэффициент упругости проволоки  $k$ , модуль сдвига материала проволоки и моменты инерции маятника.

Задание 3. Расположите маятник так, чтобы начальное положение оси стержня маятника соответствовало нулевому положению на лимбе шкалы. Грузы поставьте в одно из выбранных вами ранее положений. Произведите выстрел, заметьте максимальное отклонение маятника от положения равновесия  $\varphi_0$ . Проведите измерение периода колебаний  $T$  и расстояния  $d$ . Рассчитайте скорость снаряда. Оцените погрешность в определении величин  $\beta$ ,  $T$ ,  $v$ ,  $I$ . Данные измерений и вычислений внесите в таблицу.

## Вопросы и упражнения

1. Что называют свободными колебаниями маятника? Как сдвинуты по фазе угловые перемещения и угловая скорость маятника при свободных колебаниях?
2. В каких координатах надо построить график  $\varphi(t)$  для определения коэффициента затухания  $\beta$ ?
3. Как распределены упругие деформации в проволоке в статическом и динамическом случаях?
4. Чем ограничена амплитуда гармонических колебаний крутильного маятника?
5. Какие физические величины сохраняются при неупругом соударении снаряда и маятника?
6. Выведите формулы (5) и (6).

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.20

#### ИЗУЧЕНИЕ СТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ ПО ТРУБЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

Цель работы: экспериментальная проверка применимости уравнения Бернулли для случая течения воды по трубе переменного сечения.

Приборы и принадлежности: трубка Бернулли, секундомер, мерный сосуд.

Литература: [5, § 10.2—10.6]; [15, § 100—104, 107, 111]; [13, § 123—125]; [35, § 94—98].

#### Введение

Стационарное течение идеальной жидкости по достаточно тонкой горизонтальной трубке тока (когда скорости жидкости в любых точках сечения можно считать одинаковыми) описывается уравнением Бернулли:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;  $p_1$ ,  $v_1$ ,  $p_2$ ,  $v_2$  — соответственно давления и скорости жидкости в двух произвольных сечениях трубки  $S_1$  и  $S_2$ . Расход жидкости (т. е. объем жидкости, протекающей через любое сечение трубки в единицу времени) рассчитывают по формуле

$$Q = \frac{2(p_2 - p_1)}{\sqrt{\left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_2^2}\right) \rho}}. \quad (2)$$

В данной работе изучается движение воды по горизонтальной трубке переменного сечения. В стационарном режиме при малых скоростях течения воды можно сделать допущение, что весь поток жидкости представляет единую трубку тока. Вода не является идеальной жидкостью, поэтому экспериментально найденная зависимость расхода воды от перепада давлений будет отличаться от теоретической, заданной уравнением (2). Относительное значение этого отклонения с учетом погрешностей эксперимента позволяет судить о возможности применения уравнения Бернулли для решения конкретных задач с заданным значением допустимых ошибок.

### Описание экспериментальной установки

Трубка переменного сечения, используемая в работе, изображена на рис. 1.20.1. Один конец трубки соединен резиновым шлангом с водопроводным краном. Протекающая через трубку вода с помощью другого шланга отводится в раковину или в мерный сосуд. В узком  $S_2$  и широком  $S_1$  сечениях горизонтальной трубки впаяны вертикальные трубки. Разность уровней воды в них при стационарном потоке воды показывает разность давлений воды на стенки горизонтальной трубки в данных сечениях. Верхние концы впаянных трубок соединены вместе резиновым шлангом, который опускается в раковину. Это предотвращает бесконтрольный выброс воды через трубки при слишком большой разности давлений  $\Delta p$ . Скорость течения воды регулируется краном. Расход воды определяют с помощью мерного сосуда.

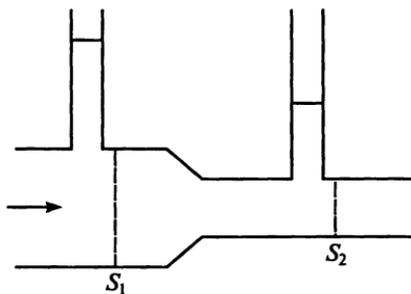


Рис. 1.20.1

### Измерения и обработка результатов

Экспериментальная установка позволяет производить измерения расхода воды для заданной разности давления  $\Delta p = p_2 - p_1$  между двумя фиксированными сечениями трубы. Расход воды определяется из измерений объема воды  $V$ , заполняющей мерный сосуд за время  $\Delta t$ .

**З а д а н и е.** Проведите измерения  $Q$  для пяти значений  $\Delta p$  через каждые 20 мм вод. ст., начиная с  $\Delta p = 20$  мм вод. ст. Следует выполнить не менее трех серий таких измерений. По полученным дан-

ным постройте график зависимости  $Q = f(\sqrt{\Delta p})$ . На тот же график нанесите теоретическую зависимость, вычисленную по формуле (2). Оцените случайную ошибку измерений. Данные измерений  $V$ ,  $\Delta t$ ,  $Q_{\text{экс}}$ ,  $\Delta p$  и вычисления  $Q_{\text{теор}}$  внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Объясните различие между теоретической и полученной вами экспериментальной зависимостью  $Q = f(\sqrt{\Delta p})$ .
2. Изменяются ли результаты эксперимента, если изменить направление течения?
3. Как измеряют статическое и динамическое давления?
4. Чем определяется случайная ошибка эксперимента? Как повысить точность измерений?
5. Выведите формулы (1) и (2).

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.21

### ИЗУЧЕНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ЦИЛИНДРИЧЕСКИМ ТРУБАМ

Цель работы: экспериментальное исследование ламинарного и турбулентного течения жидкости и определение коэффициента вязкости жидкости.

Приборы и принадлежности: сосуд с водой, три трубки разного сечения, манометрические трубки, зажимы.

Литература: [5, § 7.3—7.6]; [35, § 94—98].

### Введение

При течении вязких жидкостей наблюдаются два различных режима течения: ламинарный и турбулентный. Важной характеристикой течения вязкой жидкости является безразмерная величина — число Рейнольдса:

$$\text{Re} = \frac{\rho r v_{\text{ср}}}{\eta}, \quad (1)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;  $r$  — внутренний радиус трубы;  $v_{\text{ср}}$  — средняя (по сечению трубы) скорость течения;  $\eta$  — коэффициент вязкости жидкости.

При движении жидкостей, для которых число Рейнольдса не превышает  $10^3$ , осуществляется ламинарный режим течения. Для чисел Рейнольдса выше  $2 \cdot 10^3$  устанавливается турбулентное течение. В промежуточной области (от  $10^3$  до  $2 \cdot 10^3$ ) наблюдается переходный режим течения.

Средняя скорость течения жидкости может быть рассчитана по формуле

$$v_{\text{cp}} = \frac{Q}{\pi r^2}, \quad (2)$$

где  $Q$  — объем жидкости, проходящей через сечение трубы за 1 с.

Вместе с тем расход жидкости  $Q$  при ламинарном течении связан с коэффициентом вязкости и градиентом давления  $\Delta p/\Delta l$  формулой Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi r^4}{8\eta} \frac{\Delta p}{\Delta l}, \quad (3)$$

где  $\Delta p$  — перепад давлений жидкости на длине трубы  $\Delta l$ .

Соотношения (1)—(3) позволяют (для ламинарного течения) выразить число Рейнольдса  $Re$  и вязкость  $\eta$  через плотность жидкости  $\rho$  и величины, которые можно измерить:

$$Re = \frac{\rho Q^2 8 \Delta l}{\pi^2 r^5 \Delta p}; \quad \eta = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8 Q \Delta l}. \quad (4)$$

### Описание экспериментальной установки

В работе для определения числа Рейнольдса и коэффициента вязкости жидкости используют экспериментальную установку, схематически изображенную на рис. 1.21.1. В установке использованы три цилиндрические трубки различного радиуса с гладкой внутренней поверхностью, укрепленные в горизонтальном положении на общей станине. Вода поступает в трубки из водопровода через буферный бачок Б, установленный для устранения колебаний давления в водопроводе. Зажимы  $K_1$ ,  $K_2$  и  $K_3$  позволяют отключить ненужные в данный момент трубки от питающего шланга и регулировать скорость течения в рабочей трубке. Манометрические трубки  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$  служат для измерения перепада давления на участках  $D_i - A_i$ .

Вода, выливающаяся из трубок, собирается в мерные сосуды, и по ее объему  $V$  и времени сбора  $\Delta t$  определяется объемный расход жидкости. Радиусы трубок и длины участков  $D_i - A_i$  указаны в паспорте установки.

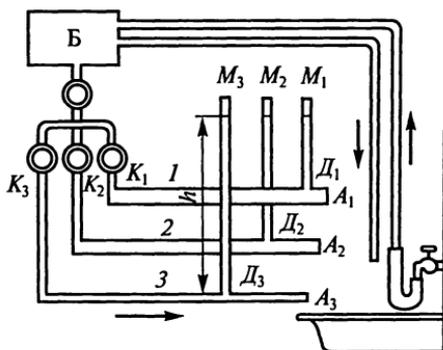


Рис. 1.21.1

## Измерения и обработка результатов

Конструкция экспериментальной установки позволяет измерить перепад давления  $\Delta p$  на фиксированной длине  $\Delta l = DA$ . Зависимость градиента давления  $\Delta p/\Delta l$  от средней скорости  $v_{cp}$  (или от  $Q$ ) является линейной для ламинарного течения (см. [16]) и квадратичной для турбулентного режима. Таким образом, линейный участок на графике в координатах  $(Q, \Delta p)$  будет соответствовать ламинарному течению, а там, где линейность нарушается, течение становится турбулентным. Экспериментальные данные для построения такого графика получают, измеряя перепад давления  $\Delta p_i$  и расход воды  $Q_i$  для различных скоростей течения воды.

Для трубки малого радиуса измерения расхода жидкости рекомендуется производить для перепада давления от 0 до 50 см вод. ст. через каждые 5 см; для трубки среднего радиуса — для перепада от 0 до 20 см вод. ст. через 3 см, от 20 до 35 см — через 5 см, от 35 до 75 см — через каждые 10 см. Для трубки большого радиуса для перепада от 0 до 5 см вод. ст. — через каждые 1 см, от 6 до 15 см — через каждые 5 см, а от 15 до 75 см — через 10 см. Необходимо следить, чтобы во время сбора воды в мензурку высота столба  $h$  в манометре была постоянной. При малых расходах воды (малый перепад давлений, тонкие трубки) время сбора воды следует брать достаточно большим. Коэффициент вязкости жидкости определяют по углу наклона линейного участка графика, а число Рейнольдса рассчитывают по формуле (4) для начального, среднего и конечного участков линейной зависимости.

**Задачи.** Проведите необходимые измерения и постройте графики зависимости  $Q = f(\Delta p)$  для всех трубок. Для ламинарного режима течения рассчитайте коэффициент вязкости и число Рейнольдса (3 значения). Сравните полученное значение коэффициента вязкости с табличным. Данные измерений и вычислений  $\Delta t$ ,  $V$ ,  $h$ ,  $\Delta p$ ,  $Q$ ,  $Re$ ,  $\eta$  внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. В чем заключается принцип работы буферного бачка?
2. Оцените точность измерения  $\eta$ . Случайная или систематическая ошибка ограничивает точность эксперимента?
3. Каков физический смысл числа Рейнольдса?
4. Как измеряют статическое и динамическое давления в жидкости?
5. Для каких жидкостей справедливо уравнение Бернулли? При каких значениях  $Re$  течение некоторых реальных жидкостей может быть описано уравнением Бернулли?

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента вязкости глицерина.

Приборы и принадлежности: цилиндрический сосуд с глицерином, свинцовые шарики, линейка, микрометр, секундомер.

Литература: [5, § 7.1—7.3, 7.5, 7.6]; [35, § 89, 96, 97, 101].

### Введение

Зависимость скорости движения шарика в вязкой среде от времени описывается выражением

$$v = \frac{2}{9} \frac{g(\rho - \rho_{\text{ж}})r^2}{\eta} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (1)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения;  $\rho$ ,  $\rho_{\text{ж}}$  — плотности шарика и жидкости;  $r$  — радиус шарика;  $\eta$  — коэффициент вязкости жидкости;  $\tau = \frac{2}{9} \rho \frac{r^2}{\eta}$  — время установления движения.

При  $t \rightarrow \infty$  (а фактически, когда  $t > \tau$ ) движение становится равномерным. Эта формула справедлива при определенных условиях, когда движение жидкости относительно шарика можно считать ламинарным и сила трения описывается формулой Стокса  $\vec{F} = -6\pi r \eta \vec{v}$ . Движение можно считать ламинарным, если  $Re = \rho_{\text{ж}} v r / \eta < 2300$  (для воды).

В методе Стокса коэффициент вязкости жидкости определяется из измерений размера шарика и значения установившейся скорости движения  $v_{\text{уст}}$

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{g(\rho - \rho_{\text{ж}})r^2}{v_{\text{уст}}}. \quad (2)$$

### Описание экспериментальной установки

Схема установки показана на рис. 1.22.1. Вязкая жидкость (глицерин) налита в цилиндрический сосуд с нанесенными на внешней

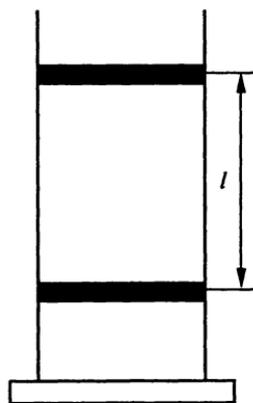


Рис. 1.22.1

стороне краской рисками-кольцами, расстояние между которыми измеряют линейкой. Первая риска должна быть нанесена в том месте сосуда, где движение шарика уже устоявшееся и скорость движения не меняется. В качестве шарика используется свинцовая дробь. Время прохождения дробинкой этого расстояния отсчитывается по секундомеру. Радиус шарика измеряют с помощью микрометра. Чтобы при погружении дробинки в жидкость к ней не прилипали пузырьки воздуха, ее предварительно смачивают глицерином.

### Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е.** Определение коэффициента вязкости жидкости.

Измерьте скорость движения шарика. Проведите опыты пять раз, записав в таблицу найденные значения  $t$ ,  $l$ ,  $v_0$ ,  $r$ . Рассчитайте значение  $\eta$  в каждом опыте. Определите среднее значение  $\eta$  и максимальное значение  $\Delta\eta$ . Значения  $\rho$  и  $\rho_{\text{ж}}$  возьмите из справочных таблиц. Рассчитайте числа Рейнольдса для двух опытов. Найдите время установления скорости равномерного движения  $\tau$  для двух опытов. Данные измерений и вычислений внесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Запишите уравнение движения шарика в вязкой жидкости и решите его.
2. Объясните физический смысл числа Рейнольдса.
3. Запишите уравнение движения шарика, брошенного вверх с начальной скоростью  $v_0$ , если движение происходит в вязкой жидкости. Найдите его решение.
4. Почему отсчет времени движения шарика берется не от поверхности жидкости, а от некоторой глубины (обозначенной первым кольцом)? Как определить эту глубину?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.23

### ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ДОПЛЕРА В АКУСТИКЕ

**Цель работы:** исследование зависимости доплеровского сдвига частоты от частоты звуковых колебаний источника звука и от скорости движения отражающей поверхности.

**Приборы:** специальная установка, генератор сигналов ГЗ-33, осциллограф С1-1, автотрансформатор, вольтметр.

**Литература:** [5, § 11.7—11.10].

## Введение

При относительном движении источника колебаний и наблюдателя (приемника) частота звуковых или электромагнитных колебаний, определяемая наблюдателем, отличается от частоты, измеренной в системе отсчета, где источник и наблюдатель находятся в состоянии покоя (эффект Доплера). В данной работе изучаются соотношения между частотами волновых процессов в неподвижных и движущихся системах отсчета, имеющие место в акустике.

В акустике эффект Доплера определяется скоростью  $v$  источника звука и скоростью  $u$  приемника относительно воздуха — среды, где распространяется звук. Если источник создает звуковые волны частоты  $f_0$ , то частота звуковых колебаний  $f$ , воспринимаемая приемником, описывается выражением

$$f = f_0 \frac{c \mp u}{c \pm v} = f_0 \frac{1 \mp \frac{u}{c}}{1 \pm \frac{v}{c}}, \quad (1)$$

где  $c$  — скорость звука в среде. Верхний знак в числителе и знаменателе соответствует случаю взаимного удаления источника и наблюдателя, а нижний — их сближению.

Если  $v/c \ll 1$ , то знаменатель выражения (1) можно разложить в ряд. Ограничиваясь членами первого порядка относительно  $v/c$  и  $u/c$ , получаем

$$f \approx f_0 \left(1 \mp \frac{u}{c}\right) \left(1 \mp \frac{v}{c}\right) \approx f_0 \left(1 \mp \frac{u+v}{c}\right). \quad (2)$$

Сходное соотношение для частоты, воспринимаемой наблюдателем, получается, если источник и приемник неподвижны, но звуковые волны попадают в приемник после отражения от пластины, движущейся относительно среды со скоростью  $u$  (рис. 1.23.1).

В этом случае частота звуковых колебаний, принимаемых микрофоном М, отличается от частоты звука, излучаемого громкоговорителем Г, на величину доплеровского сдвига частоты

$$\Delta f_g = \mp 2f_0 \frac{u}{c}, \quad (3)$$

где верхний знак, как и раньше, соответствует удалению пластины от источника звука.

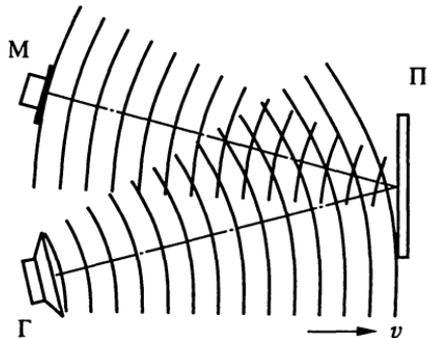


Рис. 1.23.1

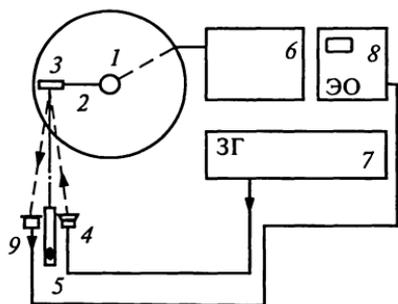


Рис. 1.23.2

## Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.23.2. Источником звука является громкоговоритель 4, преобразующий электрические колебания, создаваемые звуковым генератором 7, в звуковые волны. Звук отражается от пластины 3, которая укреплена на вращающейся металлической ферме 2.

Частоту вращения фермы можно изменять в широких пределах, меняя напряжение, подаваемое на обмотки двигателя 1 с помощью автотрансформатора 6. Напряжение измеряют вольтметром.

В микрофон 9, расположенный рядом с громкоговорителем, поступают звуковые колебания непосредственно от громкоговорителя (частота  $f_0$ ) и колебания, отраженные от пластины 3 (частота  $f$ ). Причем звуковой сигнал, отраженный от вращающейся пластины, попадает в микрофон лишь в короткие (по сравнению с периодом вращения) промежутки времени, соответствующие определенному относительному положению пластины, громкоговорителя и микрофона.

Между микрофоном и громкоговорителем установлена войлочная прокладка 5 для уменьшения мощности прямого звука, попадающего в микрофон непосредственно от громкоговорителя.

Микрофон подключен к осциллографу 8. Скорость пластины невелика, поэтому доплеровский сдвиг частоты  $\Delta f_d$  много меньше частоты  $f_0$ . На экране осциллографа наблюдается периодически появляющаяся картина биений с частотой  $\Delta f_d$ , являющаяся результатом сложения двух звуковых волн, попадающих в микрофон в определенные моменты времени одновременно.

Нетрудно показать, что скорость сближения пластины и громкоговорителя равна

$$u = 2\pi Rv, \quad (4)$$

где  $R$  — расстояние от оси вращения до пластины (размеры пластины много меньше  $R$ );  $v$  — частота вращения пластины.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Наблюдение биений при сложении двух колебаний.

Соберите схему, показанную на рис. 1.23.3. Установите на выходах генераторов сигналы равных амплитуд и примерно одинаковых частот ( $\sim 10$  кГц). Подберите частоту развертки таким образом, чтобы на экране осциллографа были видны биения.

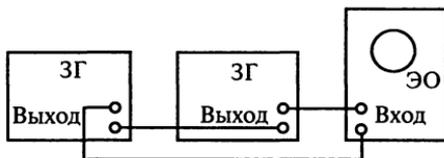


Рис. 1.23.3

Медленно изменяйте частоту колебаний одного из генераторов, пока не получится новая устойчивая картина на экране осциллографа (частоту развертки и уровень синхронизации при этом не изменяйте). Оцените, как меняется число наблюдаемых максимумов при увеличении разности частот генераторов. Зарисуйте картину биений для обоих случаев.

**За д а н и е 2.** Исследование зависимости величины доплеровского сдвига от частоты генератора.

Соберите электрическую схему, соответствующую рис. 1.23.2. Установите на выходе звукового генератора максимально возможное напряжение  $U_{\text{ген}}$  (частота 9 кГц). Установите напряжение на выходе автотрансформатора 40 В. Меняя частоту развертки осциллографа, получите на экране периодически появляющуюся устойчивую картину биений. Желательно, чтобы на экране осциллографа наблюдалось 3 максимума биений. С помощью секундомера определите время  $N$  оборотов пластины ( $N = 30$ ) и подсчитайте частоту ее вращения  $\nu$ .

Для определения частоты биений  $\Delta f_{\text{д}}$ , не меняя положения ручек управления на панели осциллографа, подайте напряжение от ЗГ непосредственно на вертикальный вход осциллографа. Уменьшайте частоту сигнала до тех пор, пока число периодов звуковых колебаний на экране осциллографа не совпадет с числом максимумов биений. Частота этих колебаний соответствует  $\Delta f_{\text{д}}$ .

Аналогичные измерения проделайте при нескольких значениях частот генератора, лежащих в диапазоне 9—12 кГц, и неизменной частоте  $\nu$ . По полученным данным определите скорость и и рассчитайте  $\Delta f_{\text{д}}$  для каждого значения частоты. Постройте теоретическую и экспериментальную зависимости  $\Delta f_{\text{д}}(f_0)$ . Данные измерений и вычислений  $N$ ,  $t$ ,  $\Delta f_{\text{д}}$ ,  $u$ ,  $f_0$ ,  $U$  занесите в таблицу.

**За д а н и е 3.** Исследование зависимости доплеровского сдвига частоты от скорости движения отражающего объекта.

Установите частоту  $f_0 = 10$  кГц. Проведите указанные в задании 2 измерения  $N$ ,  $t$ ,  $\Delta f_{\text{д}}$  при различных скоростях вращения пластины (изменяя напряжение, питающее электродвигатель:  $U_{\text{вых}} = 25, 30, 35, 40, 50$  В).

По полученным данным определите  $u$ ,  $\Delta f_{\text{д}}$  для каждого значения. Данные измерений  $U$ ,  $N$ ,  $t$ ,  $\Delta f_{\text{д}}$ ,  $u$  занесите в таблицу. Постройте график экспериментальной и теоретической зависимости  $\Delta f_{\text{д}}(u)$ .

## Вопросы и упражнения

1. Одинаков ли доплеровский сдвиг частоты при движении источника звука к приемнику: в воде, в воздухе? (Скорость движения и частоту звука в системе, неподвижной относительно источника, считать одинаковыми.)

2. Получите соотношения (1) — (3).

3. Наблюдается ли эффект Доплера, если скорость распространения волн и скорость источника (или приемника) взаимно перпендикулярны?

4. Рассмотрите эффект Доплера для случая, когда источник или приемник движутся со сверхзвуковой скоростью.

5. Как подбирается коэффициент поглощения войлочной прокладки, установленной между микрофоном и громкоговорителем?

## Раздел 2. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.1

#### ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Цель работы: изучение устройства электроизмерительных приборов; получение навыков использования авометра для измерения силы тока, напряжения и сопротивления; определения повреждений в электрических цепях с помощью авометра.

Приборы и принадлежности: авометр, электрическая цепь с неисправностями, источник тока, реостат, ПК.

Литература: [6, § 5.4, 7.8]; [18, § 70]; [11, гл. 6]; [46, гл. 6].

#### Введение

Электроизмерительные приборы позволяют измерять силу тока, напряжение, мощность и другие электрические величины. Основной частью каждого измерительного прибора является измерительный механизм. В зависимости от принципа действия измерительные механизмы и приборы относят к одной из следующих систем: магнитоэлектрической, электромагнитной, электродинамической, электронной и т. д.

#### 1. ПРИБОРЫ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

У приборов магнитоэлектрической системы подвижная часть измерительного механизма (рис. 2.1.1) представляет собою *рамку*  $B$  — плоскую катушку, намотанную на легкий прямоугольный каркас. Рамка может вращаться в зазоре между неподвижным стальным цилиндром  $A$  и полюсами наконечников постоянного магнита ( $N'S'$ ). Концы обмотки соединяются со спиральными пружинами  $E$ , через которые подводится ток. К рамке жестко прикреплена стрелка  $C$ . В зазоре между наконечниками магнита и стальным цилиндром создается постоянное магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ . Вращающий момент  $\vec{M}$ , действующий на рамку, равен:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \quad (1)$$

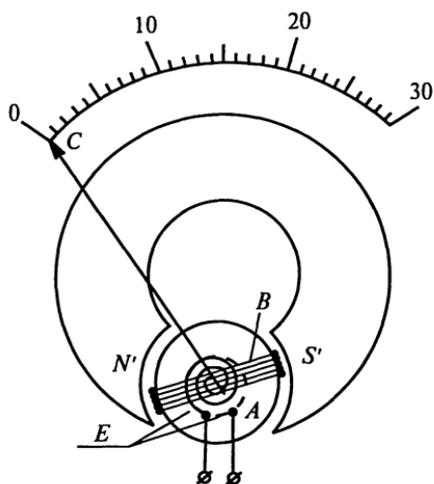


Рис. 2.1.1

где  $\bar{p}_m$  — магнитный момент плоской рамки (напомним, что  $\bar{p}_m = SN\bar{n}$ ,  $S$  — площадь рамки,  $\bar{n}$  — нормаль к плоскости рамки,  $N$  — число витков провода в рамке,  $I$  — сила тока в рамке).

Если  $\bar{p}_m$  и  $\bar{B}$  перпендикулярны друг другу (конфигурация поля в зазоре обеспечивает выполнение этого условия при поворотах рамки), то момент силы, действующий на рамку с током, равен  $M = BSIN$ , или

$$M = K_1 I, \quad (2)$$

где  $K_1 = BSN$ .

Вращение рамки вызывает закручивание пружин, в которых возникает противодействующий момент упругих сил  $M_p$ , пропорциональный углу закручивания (поворота рамки)  $\alpha$ :

$$M_p = K_2 \alpha. \quad (3)$$

При равенстве моментов (2) и (3) стрелка прибора останавливается. В этом случае выполняется условие  $K_1 I = K_2 \alpha$ , откуда

$$\alpha = IK_1 / K_2 = IC_1, \quad (4)$$

где  $C_1$  — постоянная прибора, определяющая цену его деления.

Из уравнения (4) следует, что сила тока может быть определена по углу поворота измерительного механизма  $\alpha$ .

Магнитное поле в зазоре, где движется рамка с током, обычно достаточно велико, поэтому даже слабый ток вызывает значительный вращающий момент и внешние магнитные поля практически не вносят погрешности в результат измерения.

К достоинствам приборов магнитоэлектрической системы можно отнести: равномерность шкалы; высокую чувствительность и точность; малое потребление энергии из измеряемой цепи; нечувствительность к внешним магнитным полям; к недостаткам: измерение только постоянного тока; измерительный механизм выходит из строя при перегрузках; чувствительность к внешним механическим воздействиям подвижной рамки.

## 2. ПРИБОРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ

Измерительный механизм электромагнитной системы (рис. 2.1.2) состоит из неподвижной катушки  $A$  и подвижного ферромагнитного сердечника  $B$ , укрепленного на одной оси со стрелкой прибора

С. К этой же оси прикреплен один из концов спиральной пружины  $E$ , создающей при закручивании противодействующий момент сил.

Под действием магнитного поля, создаваемого измеряемым током, протекающим через катушку, сердечник втягивается в катушку, стремясь расположиться так, чтобы энергия системы была минимальна. Так как энергия магнитного поля катушки пропорциональна квадрату силы тока, протекающего через нее, можно считать, что сила, втягивающая сердечник, и вращающий момент будут зависеть от силы тока квадратично:  $M = K_3 I^2$ , где  $K_3$  — коэффициент, зависящий от формы сердечника и конфигурации магнитного поля\*.

Если момент, обусловленный взаимодействием магнитного поля и тока, равен моменту упругих сил (3), то стрелка останавливается, т. е.  $K_3 I^2 = K_2 \alpha$ , откуда

$$\alpha = K_3 / K_2 I^2 = C_2 I^2. \quad (5)$$

Угол поворота стрелки прибора  $\alpha$  пропорционален квадрату силы тока (5) и, следовательно, не зависит от направления тока, поэтому такие приборы пригодны для измерения как постоянного, так и переменного тока.

Поле катушки из-за ее большого поперечного сечения относительно невелико. Поэтому для защиты от внешних магнитных полей используют либо железный экран, либо астатическое устройство механизма.

В астатическом приборе (рис. 2.1.3) имеются две одинаковые катушки, расположенные с двух сторон от оси с двумя сердечниками. Катушки намотаны так, что поле одной направлено противоположно полю другой. Внешнее поле, усиливая действие одной, ослабляет действие другой и в результате практически не оказывает влияния на показания прибора. Достоинствами приборов магнитоэлектрической системы являются: измерение как постоянного, так и переменного тока; устойчивость к внешним механическим

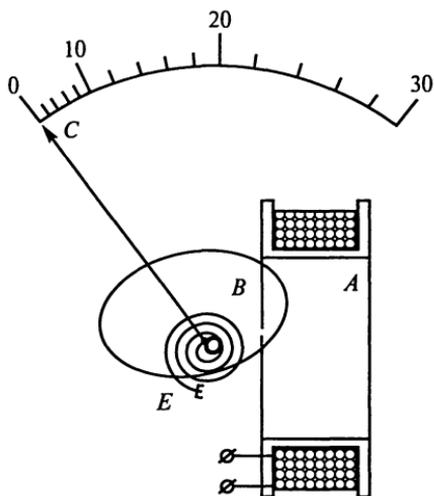


Рис. 2.1.2

\* При детальном рассмотрении величина  $K_3$  оказывается зависящей также от силы тока  $I$  и угла поворота  $\alpha$ . Поэтому реальная зависимость  $M(I)$  является более сложной и устанавливается экспериментально при градуировке прибора.

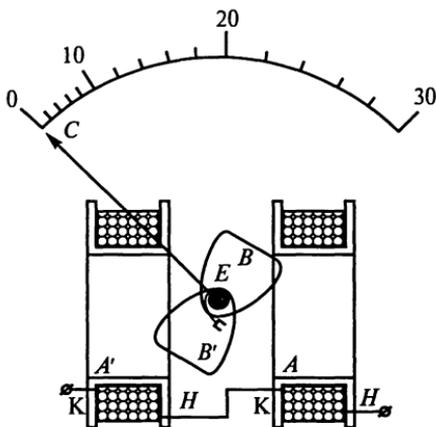


Рис. 2.1.3

(рис. 2.1.4). Устройство таких приборов аналогично устройству приборов магнитоэлектрической системы за тем исключением, что магнитное поле, в котором поворачивается рамка с током В, создается неподвижной катушкой Б, по которой течет измеряемый ток.

Если магнитное поле создается неподвижной катушкой, сила тока в которой  $I_1$ , а в подвижной катушке —  $I_2$ , то вращающий момент, действующий на последнюю, равен  $M = K_4 I_1 I_2 \cos \varphi$ , где  $K_4$  — коэффициент, зависящий от конструкции прибора;  $\varphi$  — сдвиг фаз между силами токов  $I_1$  и  $I_2$ .

Так же, как и в других приборах, спиральная пружина обеспечивает возникновение противоположного момента сил (3), что приводит к пропорциональности угла поворота  $\alpha$  катушки В произведению  $I_1 I_2$ :

$$\alpha = C_3 I_1 I_2 \cos \varphi. \quad (6)$$

Если катушки соединены последовательно, то  $I_1 = I_2 = I$ , и

$$\alpha = (K_4 / K_2) I^2 = C_3 I^2. \quad (7)$$

Таким образом, шкала приборов этой системы неравномерна, но благодаря пропорциональности угла поворота  $\alpha$  квадрату силы тока (7) эти приборы могут измерять переменный ток.

Кроме того, приборы электродинамической системы могут быть использованы для измерения полезной мощ-

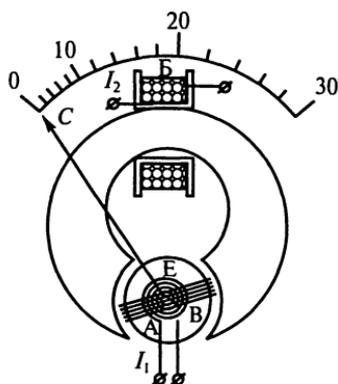


Рис. 2.1.4

воздействиям; высокая перегрузочная способность. К недостаткам можно отнести: неравномерность шкалы; зависимость показаний прибора от внешних магнитных полей; относительно большое потребление энергии от измеряемой цепи.

### 3. ПРИБОРЫ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Принцип действия приборов этой системы основан на взаимодействии проводников с током, а именно, двух катушек — неподвижной Б и подвижной В

ности, выделяющейся в цепи (нагрузке). Если обмотку неподвижной катушки (обычно она имеет большое сопротивление) включить параллельно нагрузке, а подвижную катушку последовательно с нагрузкой, то показания прибора окажутся пропорциональными мощности, потребляемой нагрузкой  $P_n$ . Действительно, из формулы (6), согласно закону Ома, можно получить:

$$\alpha = C_3 I_1 I_2 \cos \varphi = C_3 (U_n I_n / R) \cos \varphi = C_3 P_n / R = C_4 P_n, \quad (8)$$

где  $R$  — сопротивление неподвижной катушки.

Достоинствами приборов электродинамической системы являются: возможность измерения как постоянных, так и переменных токов; возможность измерения мощности (причем шкала мощности равномерна). К недостаткам относятся: неравномерность шкалы при измерении силы тока; сильное влияние внешних магнитных полей; значительное собственное потребление энергии; низкая перегрузочная способность; низкая устойчивость к внешним механическим воздействиям.

#### 4. О РАСШИРЕНИИ ПРЕДЕЛОВ ИЗМЕРЕНИЯ ПРИБОРОВ

Все рассмотренные выше приборы являются измерителями силы тока, так как угол поворота стрелки приборов пропорционален либо силе тока (4), либо квадрату силы тока (5), (7). Минимальное значение измеряемой силы тока, очевидно, зависит как от конструкции прибора, так и от качества его изготовления — сопротивления в подшипниках подвижной части прибора. Максимальная же сила тока, измеряемая прибором, соответствует показанию шкалы при полном отклонении стрелки. Для увеличения предела измеряемой силы тока используют шунты.

*Шунт* (ответвление) представляет собой проводник, подключаемый параллельно к прибору П (рис. 2.1.5, а, где  $I_{np}$  и  $R_{np}$  — сила тока и сопротивление прибора;  $I_{ш}$  и  $R_{ш}$  — сила тока и сопротивление шунта;  $I$  — сила тока в цепи).

Зная сопротивление прибора  $R_{np}$ , можно рассчитать сопротивление шунта, служащего для расширения предела измерения силы

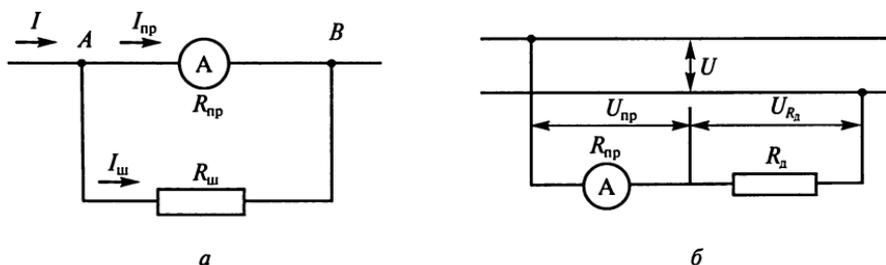


Рис. 2.1.5

тока прибором в  $n$  раз. Измеряемый ток  $I$  в точке  $A$  разветвляется на две части. При этом сила тока, протекающего через прибор, должна составлять  $1/n$ -ю часть силы тока в цепи  $I$ , а сила тока через шунт:

$$I_{\text{ш}} = I - I_{\text{пр}} = I(n - 1)/n. \quad (9)$$

Так как напряжение на приборе и шунте одинаково, то из закона Ома следует, что  $R_{\text{пр}}I_{\text{пр}} = R_{\text{ш}}I_{\text{ш}}$  или  $R_{\text{пр}}/n = R_{\text{ш}} = I(n - 1)/n$ , откуда

$$R_{\text{ш}} = R_{\text{пр}}/(n - 1). \quad (10)$$

Таким образом, с помощью подбора шунтов к одному и тому же прибору можно измерять силу тока в большом диапазоне значений.

Измеритель силы тока — *амперметр* — включают в цепь последовательно с другими резисторами, поэтому измеряемая им сила тока  $I_{\text{пр}}$  всегда меньше силы тока, протекающего в цепи до подключения прибора. Кроме того, сопротивление прибора вызывает падение напряжения, равное  $U_{\text{пр}} = I_{\text{пр}}R_{\text{пр}}$ . Поэтому при использовании амперметров стремятся к выполнению условия  $R_{\text{пр}} \ll R_{\text{цепи}}$ , чтобы  $R_{\text{пр}}$  как можно меньше изменяло силу тока в цепи. Однако падение напряжения на приборе может быть использовано для измерения напряжения на участке цепи, так как  $U_{\text{пр}} \sim I_{\text{пр}}$ , что реализуется в *вольтметрах*.

Для того чтобы вольтметр, включаемый параллельно исследуемому участку, незначительно изменял силу тока в цепи, он должен обладать большим сопротивлением. Это достигается с помощью добавочного сопротивления, включенного последовательно с прибором. Изменяя сопротивление, можно менять предел измерения вольтметра.

Действительно, пусть прибор с добавочным сопротивлением  $R_{\text{д}}$  включен параллельно исследуемому участку, находящемуся под напряжением  $U$  (рис. 2.1.5, б). При расширении предела измерения напряжения прибора в  $n$  раз напряжение на нем должно составлять  $1/n$  часть  $U$ , а напряжение на  $R_{\text{д}}$  равно:

$$U_{R_{\text{д}}} = U - U_{\text{пр}} = U(n - 1)/n. \quad (11)$$

Так как  $R_{\text{пр}}$  и  $R_{\text{д}}$  соединены последовательно, то через них течет одинаковый ток, т. е.  $U_{\text{пр}}/R_{\text{пр}} = UR_{\text{д}}/R_{\text{д}}$  или  $U/nR_{\text{пр}} = (n - 1)U/nR_{\text{д}}$ , откуда

$$R_{\text{д}} = R_{\text{пр}}/(n - 1). \quad (12)$$

Таким образом, один и тот же измерительный механизм может быть использован и как амперметр, и как вольтметр. Изменяя значения  $R_{\text{ш}}$  и  $R_{\text{д}}$ , с его помощью можно измерять большой диапазон значений силы токов и напряжений.

## 5. ЭЛЕКТРОННЫЕ ПРИБОРЫ

К классу *электронных* относятся приборы, в которых происходит преобразование измеряемого электрического параметра с помощью электрических устройств. В них в качестве индикаторов могут использоваться различные устройства: цифровые индикаторы, ионные приборы, светодиоды, электронно-лучевые приборы, а также описанные выше электроизмерительные механизмы. Рассмотрим устройство наиболее простых электронных приборов — электронных вольтметров с индикаторами магнитоэлектрической системы. Блок-схема такого прибора приведена на рис. 2.1.6.

Как видно из рисунка, измеряемое напряжение подается на входные цепи прибора, где расположены делители напряжения и предварительный усилитель. Затем оно усиливается до значения, необходимого для эффективной работы индикатора, выпрямляется и визуализируется индикатором. При измерении больших значений напряжения оно ослабляется входным калиброванным делителем напряжения, чтобы избежать перегрузки усилителя и индикатора. Если входное напряжение мало, то используется предварительный усилитель, который дополнительно усиливает напряжение для эффективной работы регистрирующей системы. Таким образом, используя различные входные цепи, можно расширять пределы измерения и тем самым повышать чувствительность прибора во много раз.

Для измерения постоянных напряжений используются приборы, построенные на базе электронных усилителей постоянного тока. Однако последние обладают рядом существенных недостатков (нестабильность нуля и коэффициента усиления), поэтому в настоящее время в массовых приборах используют двойное преобразование постоянного тока (рис. 2.1.7): измеряемое постоянное напряжение преобразуется в переменное, усиливается, выпрямляется и поступает на индикатор.

Для измерения силы тока применяют приборы, построенные по аналогичным схемам. В них используется калиброванное входное сопротивление, которое включается последовательно в изме-

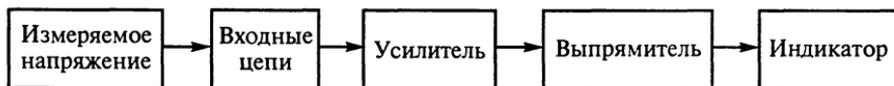


Рис. 2.1.6

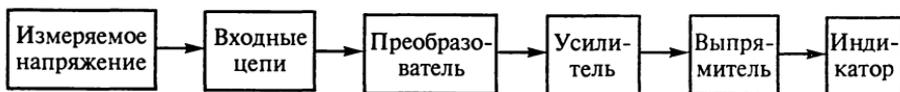


Рис. 2.1.7

ряемую цепь. Так как напряжение на этом сопротивлении пропорционально силе тока, протекающего через него, то для определения силы тока достаточно с помощью описанных выше электронных вольтметров измерить напряжение на калиброванном сопротивлении и отградуировать индикатор.

Достоинствами электронных приборов являются существенное расширение диапазона измерения электрических параметров одним прибором и уменьшение во много раз потребления энергии из измеряемой цепи. Так, электронные вольтметры имеют большое входное сопротивление (больше  $10^6$  Ом) и могут измерять напряжение от  $10^{-6}$  В, а электронные амперметры измеряют силу тока от  $10^{-9}$  А. К недостаткам этих приборов можно отнести сложность конструкции и необходимость дополнительного источника питания.

## 6. ЦЕНА ДЕЛЕНИЯ И ТОЧНОСТЬ ПРИБОРОВ

*Ценой деления* называют значение измеряемой величины, вызывающей отклонение указателя на одно деление шкалы. Если шкала прибора равномерна, то цена деления определяется отношением предела измерения прибора  $A$  к полному числу делений  $N$ , т. е. цена деления равна:  $C = A/N$ .

Другой важнейшей характеристикой прибора является его точность, которая определяет погрешность прибора при данном измерении.

Как известно, погрешность прибора характеризуется двумя величинами:

*абсолютной погрешностью*

$$\Delta a = |a - a_0|, \quad (13)$$

где  $a_0$  — точное значение величины;  $a$  — измеряемое значение этой же величины;

*относительной погрешностью*

$$\delta_a = \frac{\Delta a}{a_0}. \quad (14)$$

Для характеристики точности приборов пользуются также *приведенной погрешностью*, которая определяется как отношение абсолютной погрешности измеряемой величины к наибольшему значению величины  $a_{\max}$ , измеряемой прибором на данном пределе измерения:

$$\gamma = \frac{\Delta a}{a_{\max}} 100. \quad (15)$$

С помощью введенной величины  $\gamma$  все электроизмерительные приборы подразделяют на восемь *классов точности*:  $\gamma = 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0$ .

Приборы с  $\gamma = 0,05 — 0,5$  называют прецизионными и применяют для точных лабораторных измерений. Приборы с  $\gamma = 1,0 — 4,0$  — технические.

Из формулы (15) следует, что, зная приведенную погрешность  $\gamma$  и предел измерения  $a_{\max}$ , можно легко определить абсолютную погрешность прибора:

$$\Delta a = \gamma \frac{a_{\max}}{100}. \quad (16)$$

Относительную погрешность  $\delta_a$  данного измерения  $a_0$  можно оценить, пользуясь формулой (14), заменив в ней  $a_0$  на  $a$ . Таким образом,  $\delta_a$  обратно пропорциональна определяемой величине, и измерения тем точнее, чем  $\delta_a$  ближе к предельному значению.

## 7. СПЕЦИФИКАЦИЯ ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Под спецификацией понимают систему условных обозначений и разъяснений, которые либо нанесены на лицевую панель или шкалу прибора согласно соответствующему ГОСТу (см., например, ГОСТ 13600-78), либо даны в паспорте прибора. В спецификации указываются:

название прибора (амперметр, вольтметр и т.д.) или его условное обозначение;

тип прибора в соответствии с заводской маркировкой (например, микроамперметр типа М 195);

система прибора (отмечается условным обозначением);

род тока (постоянный — условное обозначение «—», переменный — условное обозначение «~»);

пределы измерений;

класс точности.

Кроме вышеперечисленных характеристик приборов, при измерениях важно учитывать такие параметры, как внутреннее сопротивление, частотный диапазон, входная емкость.

### Описание экспериментальной установки. Методика измерений

*Авометр* — универсальный прибор для измерения различных параметров цепей постоянного и переменного электрического тока: силы тока, напряжения и сопротивления. Его многофункциональность нашла отражение в названии прибора, которое происходит от сопряжения слов «ампер-вольт-ом-метр». Иногда в обиходе прибор неточно называют тестером (от английского слова *test* — проба, испытание).

На рис. 2.1.8 показан вид лицевой панели авометра типа АВО-63. В ее верхней части расположена шкала микроамперметра  $I$  магни-

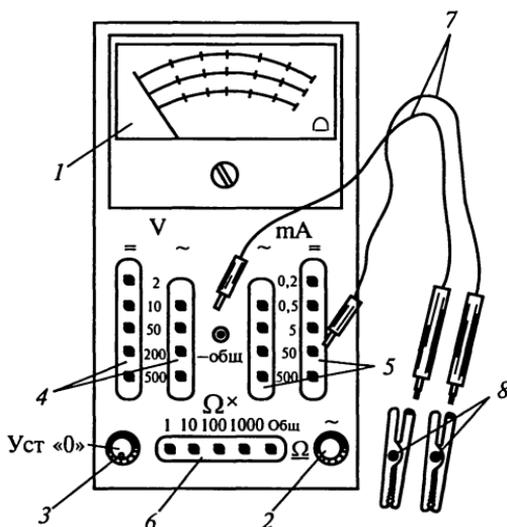


Рис. 2.1.8

тоэлектрической системы — основного измерительного механизма авометра. На лицевую панель вынесены контактные гнезда для подключения прибора к измеряемой цепи, а также ручки переключателя рода работы 2 и потенциометра установки нуля омметра 3. Для удобства работы контактные гнезда объединены в три функциональные группы: левая 4 используется при измерениях напряжения в электрических цепях, правая 5 — при измерениях силы электрического тока, нижняя 6 — при измерениях сопротивления. В свою очередь, первые две группы делятся на две подгруппы каждая: для измерения параметров постоянного и переменного тока соответственно. Вблизи каждой группы на панели нанесены условные обозначения вида измеряемого электрического тока (постоянный «—» или переменный «~») и наименования измеряемого параметра, совпадающие с его размерностью (сила тока или напряжение, mA или V, соответственно). Около каждого гнезда указан также предел измерений, т.е. максимальное значение измеряемого параметра, соответствующее отклонению стрелки прибора до конца шкалы.

Подключение авометра к исследуемой электрической цепи осуществляется с помощью двух соединительных проводников с наконечниками на концах 7. Длинные наконечники (щупы) служат для присоединения непосредственно к элементам цепи. При необходимости на них надевают зажимы типа «крокодил» 8.

Для проведения измерений в цепях постоянного тока микроамперметр авометра снабжен набором шунтов и добавочных сопротивлений, которые расположены под лицевой панелью при-

бора. Так как приборы магнитоэлектрической системы могут измерять лишь постоянный ток, то для работы в цепях переменного тока микроамперметр авометра снабжен выпрямителем из двух полупроводниковых диодов, преобразующих переменный ток в постоянный, а также дополнительным набором шунтов и добавочных сопротивлений.

Подключение выпрямителя к измерительному механизму осуществляют с помощью переключателя 2, а подключение того или иного шунта или добавочного сопротивления — с помощью короткого наконечника одного из соединительных проводников, вставляемого в то или иное гнездо на лицевой панели. Короткий наконечник второго проводника при этом должен быть вставлен в гнездо с надписью «общ», расположенное в центре лицевой панели. В некоторых типах авометров это гнездо обозначается знаками «\*» или «-» (минус). Последнее обозначение указывает, что этот соединительный проводник должен подключаться к той точке измеряемого участка цепи, которая имеет отрицательный потенциал. Это является общепринятым для авометров и других многопредельных электроизмерительных приборов постоянного тока. Для соблюдения правильной полярности подключения прибора соединительные проводники и (или) наконечники на них имеют разный цвет.

При измерении силы тока или напряжения с помощью авометра необходимо:

- отключить источники питания в измеряемой цепи;
- установить переключатель рода работы в положение, соответствующее виду измеряемого электрического тока (указателем положения переключателя является белая точка на ручке переключателя);
- произвести оценку значения измеряемой величины и выбрать соответствующий предел измерения (если значение измеряемой величины не известно, то выбирают наибольший предел измерений);
- вставить короткий наконечник одного из соединительных проводников в гнездо «общ», а другого — в гнездо, соответствующее выбранному пределу измерений;
- присоединить щупы соединительных проводников к нужным точкам участка электрической цепи (при измерениях силы тока последовательно, т. е. в разрыв цепи, при измерениях напряжения — параллельно исследуемому участку цепи) с соблюдением полярности подключения;
- включить источник тока исследуемой цепи (если стрелка прибора отклонилась влево, необходимо немедленно отключить источник и изменить полярность подключения авометра!);
- провести отсчет значения измеряемой величины по выбранной шкале прибора (если стрелка прибора «зашкаливает»,

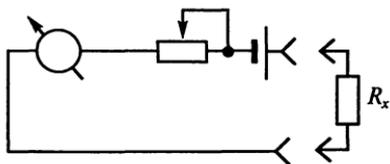


Рис. 2.1.9

нужно отключить источник тока, увеличить предел измерения прибора и провести повторное измерение).

При использовании авометра для измерения сопротивления участка цепи необходимо переключатель рода работ установить в положение

«Ω», а короткие наконечники соединительных проводов вставить в гнезда нижнего ряда (один из них обязательно вставляйте в гнездо «общ. Ω»). Цифры, нанесенные около этих гнезд, обозначают множитель, на который нужно умножить показания шкалы прибора, чтобы получить результат измерения.

Упрощенная схема авометра в режиме омметра приведена на рис. 2.1.9. Из рисунка видно, что в этом режиме в измерительную цепь прибора включается внутренний источник тока (гальванические элементы типа 332, которые установлены в корпусе авометра под крышкой с надписью «Батарея»). При этом прибор измеряет силу тока в цепи, состоящей из последовательно включенных гальванических элементов, измеряемого сопротивления ( $R_x$ ), измерительного механизма прибора и переменного резистора (ручка «Установка нуля»). Очевидно, что сила тока равна нулю, если цепь разомкнута ( $R_x = \infty$ ), и максимальна при  $R_x = 0$ . Это максимальное значение силы тока со временем уменьшается, так как гальванические элементы «сажаются» и увеличивается их внутреннее сопротивление. Для компенсации этого изменения необходимо уменьшить величину резистора «Установка нуля». Поэтому перед каждым измерением сопротивления следует замкнуть между собой длинные щупы соединительных проводов (что соответствует  $R_x = 0$ ) и поворотом ручки резистора установить стрелку прибора в крайнее правое положение, так как нуль шкалы омметра соответствует силе тока полного отклонения стрелки прибора (если этого добиться не удастся, то необходимо заменить элементы). Затем щупы подключаются к измеряемому участку цепи и отсчет ведется по соответствующей шкале прибора с учетом выбранного множителя.

Режим омметра прибора АВО-63 может быть использован для проверки исправности электрических цепей: при разрыве цепи стрелка прибора не отклоняется, а при коротком замыкании устанавливается на нулевое деление шкалы омметра.

### Внимание!

1. Категорически запрещается проводить измерения сопротивления на участке цепи, находящемся под напряжением.

2. Во избежание преждевременного разряда элементов внутреннего источника тока не оставляйте щупы авометра замкнутыми на длительное время.

## Измерения и обработка результатов

Особенностью выполнения настоящей работы является то, что студент сначала самостоятельно знакомится с принципами работы электроизмерительных приборов по настоящему описанию и предлагаемой литературе; выполняет расчеты электрических схем, варианты которых получает у преподавателя (задание 2); проверяет полученные значения задания 2, моделируя эти схемы на компьютере (задание 3); знакомится с паспортными данными используемого в лабораторной работе авометра (задание 4).

После этого студент может приступать к выполнению остальных заданий настоящей лабораторной работы.

**З а д а н и е 1.** Изучение принципов работы электроизмерительных приборов различных систем.

Задание выполняют при самостоятельной подготовке к работе.

**З а д а н и е 2.** Вычисление сопротивления участка цепи и показаний приборов, включенных в электрическую цепь.

Задание выполняют по электрическим схемам, выдаваемым преподавателем.

**З а д а н и е 3.** Проверка полученных в задании 2 результатов вычислений с использованием учебных компьютерных программ «Физика на Вашем РС» и «Открытая физика 1.0. Часть 2».

**З а д а н и е 4.** Ознакомьтесь с техническими данными авометра по заводскому описанию прибора, изложенному в лабораторном практикуме. Выпишите паспортные значения погрешностей прибора.

**З а д а н и е 5.** Соберите простейшую цепь, состоящую из лабораторного источника питания и реостата, измерьте силу тока в этой цепи. Определите абсолютную и относительную ошибки измерений.

**З а д а н и е 6.** Измерьте напряжение на выходе лабораторного источника питания. Определите абсолютную и относительную ошибки измерений.

**З а д а н и е 7.** Измерьте напряжение в электрической сети. Определите абсолютную и относительную ошибки измерений.

**З а д а н и е 8.** Измерьте полное сопротивление реостата, используя авометр как омметр. Определите абсолютную и относительную ошибки измерений. Сравните результат измерений со значением сопротивления реостата, указанном на его корпусе.

**З а д а н и е 9.** С помощью омметра найдите неисправность в предложенном вам макете электрической цепи. Зарисуйте в тетради схему этой цепи с учетом выявленной вами неисправности.

### Вопросы и упражнения

1. Как работают электроизмерительные приборы магнитоэлектрической системы?

2. Что такое класс точности прибора?
3. Как рассчитать максимальную абсолютную погрешность прибора? Поясните ответ конкретными примерами.
4. Как рассчитать максимальную относительную погрешность прибора при любом положении стрелки?
5. Как используется переменный резистор авометра при измерении сопротивлений?
6. Объясните способ измерения сопротивлений омметром.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.2

### ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МОСТИКА УИТСТОНА

**Цель работы:** изучение одного из методов измерения электрического сопротивления.

**Приборы и принадлежности:** микроамперметр, контрольный микроамперметр, контрольный вольтметр, магазин сопротивлений, реохорд с гальванометром, реостаты (0,4 А; 10000 Ом) — 2 шт., двойной ключ, выпрямитель.

**Литература:** [6, § 5.4, 7.8]; [37, § 45]; [18, § 58, 70]; [11, гл. 6]; [46, гл. 6].

#### Введение

Для точного измерения сопротивлений Уитстоном была предложена схема («Мостик Уитстона»), показанная на рис. 2.2.1. Она составлена из четырех резисторов, соединенных друг с другом в замкнутую цепь. Противоположные точки соединения резисторов (например, *A* и *C*) замкнуты содержащей гальванометр ( $\Gamma$ ) перемычкой (мостиком), которая и дала название этой схеме.

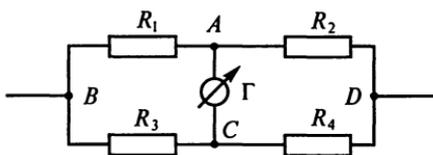


Рис. 2.2.1

К точкам *B* и *D* схемы подключен источник ЭДС. Подбором резисторов можно добиться «баланса моста», т.е. такого состояния, при котором разность потенциалов на концах перемычки *AC* и, следовательно, ток через мостик будут равны нулю, что может быть зарегистрировано гальванометром. Можно показать, что при балансе моста  $R_1/R_2 = R_3/R_4$ .

## Описание экспериментальной установки

Схема лабораторной установки представлена на рис. 2.2.2. Неизвестным сопротивлением служит сопротивление прибора микроамперметра, его включают в одно из плеч мостика Уитстона (между точками  $A$  и  $B$ ). Во второе плечо верхней половины моста (между точками  $A$  и  $D$ ) включен магазин сопротивлений  $R_M$ , с помощью которого осуществляют балансировку схемы. В качестве нижней половины моста (точки  $B$  и  $D$ ) используется реохорд, который представляет собой отрезок проволоки с высоким удельным сопротивлением, натянутый на подставке из изолятора. Вдоль проволоки может перемещаться подвижный контакт (ползун), с помощью которого может изменяться соотношение сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$  отрезков проволоки  $l_1$  и  $l_2$ , расположенных по разные стороны от ползуна. Для случая однородной проволоки постоянного сечения можно считать, что сопротивление проволоки пропорционально ее длине. Реохорд снабжен линейкой для измерения  $l_1$  и  $l_2$ .

Для ограничения силы тока через исследуемый прибор схема мостика питается не непосредственно от выпрямителя, обозначенного на схеме как источник ЭДС ( $\mathcal{E}$ ), а через потенциометр (делитель напряжения)  $\Pi$ , в качестве которого используется школьный реостат. Включение питания производят ключом  $K_1$ , гальванометра  $\Gamma$  ключом  $K_2$ . Ключи  $K_1$  и  $K_2$  объединены в один двойной ключ, причем  $K_1$  должен включаться первым.

В случае баланса моста  $R_{np}/R_M = R_1/R_2 = l_1/l_2$ , откуда  $R_{np} = R_M(l_1/l_2)$ . В частности, если  $l_1 = l_2$ , то  $R_{np} = R_M$ .

В работе предлагается измерить сопротивление измерительного механизма микроамперметра и сконструировать на его основе амперметр и вольтметр с заданными пределами измерений.

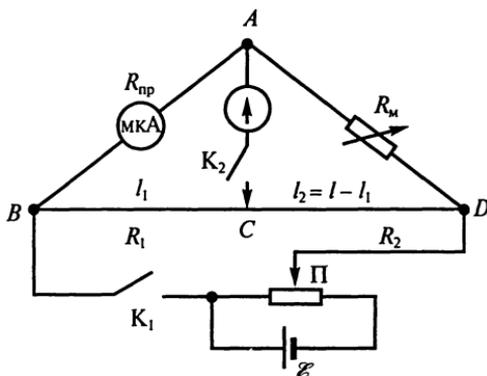


Рис. 2.2.2

## Измерения и обработка результатов

### Задание 1. Измерение сопротивления прибора.

Поставьте контакт ползуна на середину реохорда, а движок потенциометра в такое положение, чтобы напряжение, снимаемое с потенциометра, составляло примерно 0,1 от напряжения источника. На магазине сопротивлений установите сопротивление 100 Ом. Замкните на короткое время ключ  $K_1$ . С помощью потенциометра П установите ток через изучаемый микроамперметр на уровне 0,5—0,8  $I_{\max}$ .

Замкните оба ключа и посмотрите, в какую сторону отклонится стрелка гальванометра. Разомкните ключи. Далее, не изменяя положения ползуна, т. е. сохраняя условие  $I_1 = I_2$ , измените сопротивление магазина, сделав его равным, например, 110 Ом. Если стрелка гальванометра отклоняется при нажатии на ключи в ту же сторону, но «слабее», то это значит, что сопротивление 110 Ом ближе к измеряемому сопротивлению, чем 100 Ом. Увеличивая сопротивление магазина, добейтесь баланса моста, т. е. такого состояния, при котором отклонение стрелки гальванометра при нажатии на ключ будет минимальным. Если стрелка гальванометра отклонится в ту же сторону, но «сильнее», то это будет означать, что сопротивление прибора менее 100 Ом. В этом случае добейтесь баланса моста постепенным уменьшением сопротивления магазина, проверяя положение стрелки гальванометра при кратковременном нажатии на двойной ключ после каждого изменения сопротивления магазина. Достижение баланса моста будет свидетельствовать о том, что измеряемое сопротивление равно сопротивлению магазина. Если с помощью магазина сопротивлений баланс не достигается, то слегка сместите ползун реохорда и повторите процедуру балансировки моста. Повторите измерения до трех раз при различных положениях ползуна реохорда.

Для каждого измерения рассчитайте  $R_{\text{пр}}$ . По данным трех измерений определите среднее  $R_{\text{пр}}$  и оцените погрешность измерений, занесите полученный результат в тетрадь в виде  $R_{\text{пр. эксп}} = R_{\text{пр. сред}} \pm \Delta R$ .

### Задание 2. Расчет и подбор шунта.

Получите у преподавателя карточку с заданием предельных значений силы тока и напряжения ( $I_{\text{зад}}$  и  $U_{\text{зад}}$ ), для измерения которых необходимо подобрать к данному прибору шунт и добавочное сопротивление, соответственно. Запишите их в тетрадь.

Определите параметр  $n$ , необходимый для расчета шунта;  $n = I_{\text{зад}} / I_{\text{макс}}$ , где  $I_{\text{макс}}$  — первоначальный предел измерения прибора, и рассчитайте сопротивление шунта по формуле (10) из лабораторной работы 2.1. Запишите значения  $I_{\text{зад}}$ ,  $I_{\text{макс}}$ ,  $n_{\text{расч}}$  и  $R_{\text{ш}}$  в тетрадь.

Проверьте, удовлетворяет ли рассчитанный шунт поставленному условию — увеличению предела измерения прибора в  $n$  раз. Про-

верку произведите с помощью схемы, показанной на рис. 2.2.3. В качестве шунта к исследуемому прибору (микроамперметру) берется магазин сопротивлений, на котором набирается рассчитанное сопротивление шунта  $R_{ш}$ . С помощью реостата  $R$  установите стрелку исследуемого прибора на максимальное деление шкалы  $I_{иссл}$ . Контрольный (эталонный) прибор (миллиамперметр) будет измерять силу тока в цепи  $I_{контр}$ . Разделив его показание на показание исследуемого прибора, найдите во сколько раз в действительности оказался увеличенным предел измерения прибора, т.е. определите  $n_{эксп}$ . Значения  $I_{контр}$ ,  $I_{иссл}$ ,  $n_{эксп}$  занесите в таблицу. Повторите измерения при других положениях движка реостата, соответствующих отклонению стрелки исследуемого прибора на половину и четверть его шкалы соответственно. Определите значения  $n_{эксп}$  и их отклонения от  $n_{расч}$  в процентах. Запишите полученные значения в таблицу.

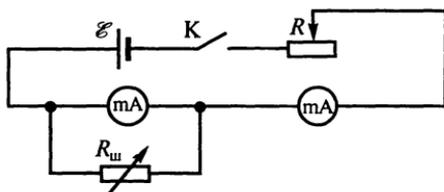


Рис. 2.2.3

З а д а н и е 3. Расчет и подбор добавочного сопротивления. Рассчитайте добавочное сопротивление [см. формулу (12) в лабораторной работе 2.1], которое необходимо подключить к исследуемому прибору, чтобы использовать его в качестве вольтметра. Для этого предварительно определите максимальное напряжение  $U_{max пр} = R_{пр} I_{max}$ , которое можно измерить данным прибором без использования добавочного сопротивления, цену деления исследуемого прибора в вольтах как  $U_0 = U_{max} / N_{дел}$ , а также найдите  $n_{расч} = U_{зад} / U_{max}$ . Значения  $U_{max}$ ,  $n_{расч}$  и  $R_{д}$  запишите в тетрадь. Проверка найденного значения  $n$  для каждого предела путем сравнения сконструированного вами вольтметра с контрольным прибором может быть осуществлена с помощью схемы, изображенной на рис. 2.2.4.

З а д а н и е 3. Расчет и подбор добавочного сопротивления.

Рассчитайте добавочное сопротивление [см. формулу (12) в лабораторной работе 2.1], которое необходимо подключить к исследуемому прибору, чтобы использовать его в качестве вольтметра. Для этого предварительно определите максимальное напряжение  $U_{max пр} = R_{пр} I_{max}$ , которое можно измерить данным прибором без использования добавочного сопротивления, цену деления исследуемого прибора в вольтах как  $U_0 = U_{max} / N_{дел}$ , а также найдите  $n_{расч} = U_{зад} / U_{max}$ . Значения  $U_{max}$ ,  $n_{расч}$  и  $R_{д}$  запишите в тетрадь.

Проверка найденного значения  $n$  для каждого предела путем сравнения сконструированного вами вольтметра с контрольным прибором может быть осуществлена с помощью схемы, изображенной на рис. 2.2.4.

На магазине сопротивлений наберите рассчитанное значение  $R_{д}$ . Это будет добавочное сопротивление к исследуемому прибору. Потенциометром П установите стрелку этого прибора на максимальное деление напряжения шкалы  $U_{иссл}$ . Контрольный прибор покажет при этом истинное значение  $U_{контр}$ . Найдите действительное значение  $n_{эксп}$  подобно тому, как это делалось при выполнении задания 2. Повторите измерения при различных положениях движка потенциометра.

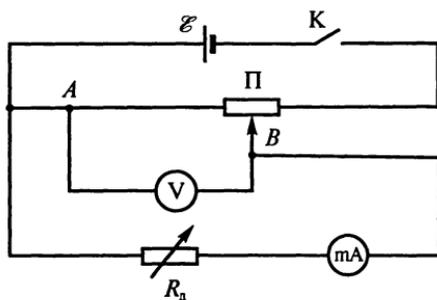


Рис. 2.2.4

Значения  $U_{\text{контр}}$ ,  $U_{\text{иссл}}$  (в делениях и в вольтах),  $n_{\text{эксп}}$ , а также отклонение  $n_{\text{эксп}}$  от  $n_{\text{расч}}$  (в %) запишите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Что такое класс точности прибора? Как рассчитать максимальную абсолютную погрешность прибора?
2. Как рассчитать максимальную относительную погрешность приборов при произвольном положении стрелки (например, на середине шкалы)?
3. Объясните работу потенциометра (делителя напряжения).
4. Докажите, что точность измерений на мостике Уитстона максимальна при равенстве плеч мостика, образуемых реохордом.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.3

### ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ

**Цель работы:** изучение электростатического поля заряженных тел различной конфигурации; экспериментальное нахождение эквипотенциальных линий и использование их для вычисления напряженности поля.

**Приборы и принадлежности:** электрическая ванна в виде плоского стеклянного сосуда, набор электродов различной формы, зонд, электронный вольтметр.

**Литература:** [6, § 1.2, 1.3, 1.6, 1.7, 2.2, 5.11]; [37, § 47]; [18, § 8—13, 23, 24].

### Введение

Для исследования электростатических полей могут быть применены электрометры — приборы электростатической измерительной системы. Однако трудности электрометрических измерений привели к разработке особого метода исследования электростатических полей путем их моделирования электрическим полем стационарного тока (или квазистационарного тока низкой частоты) в слабопроводящей однородной среде. Между такими полями существует математическая аналогия, что обеспечивает успех моделирования. Действительно, уравнение непрерывности имеет вид:

$$\operatorname{div} \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (1)$$

где  $\vec{j}$  — вектор плотности тока;  $\rho$  — объемная плотность электрического заряда.

Для стационарного тока в электролите  $\rho = \text{const}$ , следовательно,

$$\text{div } \vec{j} = 0. \quad (2)$$

Закон Ома в дифференциальной форме имеет вид:

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}, \quad (3)$$

где  $\gamma$  — удельная электрическая проводимость среды.

Учитывая соотношение

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi, \quad (4)$$

которое оказывается справедливым и для поля стационарного тока, получаем

$$\vec{j} = -I\gamma \text{grad } \varphi. \quad (5)$$

Для однородной изотропной проводящей среды имеем

$$\text{div } \vec{j} = -\gamma \text{div grad } \varphi = \gamma \Delta \varphi = 0 \quad \text{или} \quad \Delta \varphi = 0, \quad (6)$$

где  $\Delta$  — оператор Лапласа:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \quad (7)$$

Уравнение (6) называется **уравнением Лапласа**. Потенциал электростатического поля в отсутствие свободных зарядов также подчиняется уравнению Лапласа. Действительно,  $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon \epsilon_0}$ , но  $\rho$  в точках между электрическими зарядами равно нулю, поэтому

$$\text{div } \vec{E} = 0. \quad (8)$$

Подставляя выражение (4) в формулу (8), получаем

$$\text{div grad } \varphi = 0, \quad \Delta \varphi = 0. \quad (9)$$

Тождественность решений уравнений (6) и (9) при одинаковых граничных условиях обеспечивает математическую основу моделирования.

Современные достижения вычислительной техники позволяют проводить математическое моделирование электростатического поля заряженных тел различной конфигурации с помощью непосредственного вычисления значений величин  $E$  и  $\varphi$  в точках пространства, окружающих заряды. Численные методы этих вычислений в большинстве случаев довольно сложны и не обсуждаются в курсе общей физики. Однако они реализованы в ряде учебных компьютерных программ. С их результатами вы ознакомитесь в лабораторной работе.

Экспериментальное исследование электростатического поля удобно проводить с помощью *электролитической ванны*.

Если проводники поместить в однородную слабо проводящую среду, то конфигурация линий тока совпадет с конфигурацией

электростатического поля, созданного неподвижными зарядами, расположенными на этих проводниках. Для упрощения эксперимента исследования проводятся для случая плоского стационарного поля тока.

### Описание экспериментальной установки

На рис. 2.3.1 представлена схема экспериментальной установки. В ванну *A* помещают металлические электроды *B* и *C*. Ванна (из материала с хорошими изоляционными свойствами) заполняется тонким слоем электролита (водопроводной водой), проводимость которого мала по сравнению с проводимостью металла. Металлические электроды *B* и *C*, опираясь на дно ванны, возвышаются над поверхностью электролита. Во избежание поляризации электродов и электролиза электролита питание установки осуществляется переменным током частотой 50 Гц. В пространство между электродами можно вводить зонд — заостренный металлический стержень *D*. При введении зонда в электролит включенный в цепь зонда вольтметр *V* будет давать показания, соответствующие потенциалу исследуемой точки относительно электрода *C*, если сопротивление среды на участке *CD*

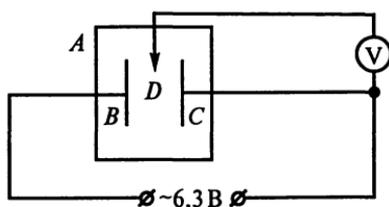


Рис. 2.3.1

будет значительно меньше сопротивления цепи вольтметра. С этой целью в установке используется электронный вольтметр с входным сопротивлением  $R_{\text{вх}} \sim 1 \text{ МОм}$ .

Перемещая зонд из одной точки в другую, можно найти линии равного потенциала и по ним построить картину линий напряженности исследуемого поля.

### Измерения и обработка результатов

Соберите установку по рис. 2.3.1. Налейте в электролитическую ванну водопроводную воду, толщина слоя которой по всей ванне должна быть одинаковой и составлять 3—5 мм.

**Задание 1.** Нахождение эквипотенциальных линий поля.

Постройте эквипотенциальные линии для трех систем электродов: плоские электроды на расстоянии 8—10 см (рис. 2.3.2, *a*); плоские электроды с металлическим цилиндром между ними (рис. 2.3.2, *б*); цилиндрические электроды (рис. 2.3.2, *в*). В каждом случае нанесите на миллиметровую бумагу оси координат и положение электродов, выбрав подходящий масштаб.

Держа зонд вертикально, перемещайте его так, чтобы показания вольтметра не изменялись. Координаты зонда при фиксированных показаниях вольтметра нанесите на заготовленный лист миллиметровой бумаги. Точки с одинаковыми потенциалами соедините линией.

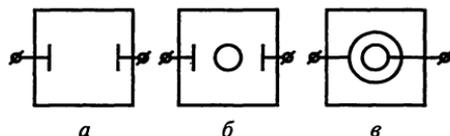


Рис. 2.3.2

Около каждой линии напишите значение потенциала, которому она соответствует. Получите в каждом случае не менее 6 эквипотенциальных линий шагом 1 В:  $\varphi_0 = 0\text{В}$ ,  $\varphi_1 = 1\text{В}$ ,  $\varphi_2 = 2\text{В}$  и т.д. до максимального значения. Измерьте потенциал также и внутри внешнего между электродами металлического цилиндра. Проведите линии напряженности поля и укажите направление вектора напряженности.

**Зада н и е 2.** Расчет напряженности поля.

Используя построенные эквипотенциальные линии и соотношение между напряженностью поля и потенциалом, рассчитайте: напряженность поля в нескольких точках между плоскими электродами (см. рис. 2.3.2, а), модуль поверхностной плотности заряда пластин для случая, отвечающего этому рисунку; напряженность поля около внутреннего и наружного цилиндров; поверхностные плотности зарядов внутреннего и внешнего цилиндров (см. рис. 2.3.2, в).

### Вопросы и упражнения

1. Что называют напряженностью и потенциалом поля в данной точке? Какова связь между напряженностью и потенциалом?

2. Какова взаимная ориентация поверхностей равного потенциала и линий напряженности в электрическом поле? Как объяснить такую ориентацию?

3. Какими зарядами создается электрическое поле между цилиндрами (см. рис. 2.3.2, в): внешним, внутренним, обоих?

4. Можно ли зарядить тело, внося его в электростатическое поле?

5. В каком случае говорят, что макроскопическое тело имеет заряд?

6. Какими свойствами обладают идеальные проводники и идеальные диэлектрики?

7. Какой смысл имеет изображение электростатического поля в виде линий напряженности?

8. Как распределяются заряды на заряженном проводнике? От чего зависит поверхностная плотность заряда?

9. Каково направление вектора  $\vec{E}$  на поверхности заряженного проводника в случае положительно и отрицательно заряженных проводников?

10. Рассчитайте с помощью теоремы Гаусса: а) поле равномерно заряженной плоскости; б) поле заряженной сферы; в) поле равномерно заряженного шара; г) поле заряженного цилиндра.

11. Как меняется потенциал точки электростатического поля точечного заряда, если расстояние точки от заряда монотонно возрастает (уменьшается)?

12. Где целесообразно выбирать точку со значением  $\varphi = 0$  в случаях: а) поля точечного заряда; б) поля плоского конденсатора; в) поля сферического конденсатора?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.4

### ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА ОМА ДЛЯ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: изучение закона Ома для участков цепи, содержащих и не содержащих ЭДС, а также для замкнутой цепи; изучение распределения потенциала в замкнутой и незамкнутой цепях постоянного тока.

Приборы и принадлежности: вольтметр, миллиамперметр, набор резисторов, два источника питания постоянного тока.

Литература: [6, § 5.2, 5.5—5.7]; [31, § 5.3—5.5]; [18, § 57, 58, 67, 68]; [37, § 43, 44].

#### Введение

Согласно закону Ома (в *интегральной форме*), отношение разности потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) на концах проводника к силе тока  $I$  в этом проводнике при неизменных внешних условиях есть величина постоянная для данного проводника:

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I} = \text{const} = R_{12}. \quad (1)$$

Эту величину называют *электрическим сопротивлением* данного участка цепи. На практике часто используют другие формы записи закона Ома:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{12}} \quad \text{или} \quad U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = IR_{12}.$$

Если участок электрической цепи содержит ЭДС, как показано на рис. 2.4.1, то в этом случае имеет место соотношение:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = I(R + r) - \mathcal{E} = IR_{12} - \mathcal{E}, \quad (2)$$

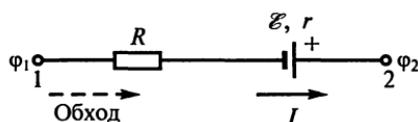


Рис. 2.4.1

где  $R_{12}$  — сопротивление между точками 1 и 2, равное в данном случае сумме сопротивления резистора  $R$  и внутреннего сопротивления  $r$  источника ЭДС.

Выражение (2) называют законом Ома для участка цепи, содержащего ЭДС.

При записи закона Ома для неоднородного участка цепи необходимо соблюдать следующие *правила знаков*: ток считается положительным, если он направлен от точки 1 к точке 2; ЭДС считается положительной, если, перемещаясь от 1 к 2, мы проходим источник от отрицательного полюса к положительному.

Закон Ома может быть использован для определения одного из параметров цепи ( $R$ ,  $I$ ,  $\mathcal{E}$  или  $U$ ), если остальные известны.

При выполнении работы студенты собирают электрические цепи, используя предложенный набор приборов и принадлежностей, и на основе закона Ома с учетом внутренних сопротивлений измерительных приборов определяют неизвестные сопротивления двух резисторов, значения ЭДС и внутреннего сопротивления источников, а в завершение работы строят потенциальную диаграмму, иллюстрирующую изменение потенциалов вдоль электрической цепи.

Так как собственное внутреннее сопротивление источника ЭДС обычно мало по сравнению с сопротивлением внешнего резистора, рекомендуется в заданиях 3 и 4 для большей наглядности последовательно с каждым источником ЭДС включать дополнительный резистор  $r_{\text{доп}}$ , который следует рассматривать в качестве внутреннего сопротивления этого источника.

## Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е 1.** Получение расчетных соотношений (выполняется при самостоятельной подготовке к работе).

Используя закон Ома, выведите и запишите в тетрадь формулы, необходимые для выполнения всех (!) практических заданий. При этом там, где это необходимо, следует учитывать внутреннее сопротивление используемых приборов, а при выводе формул для расчета  $\mathcal{E}$  и  $r$  (см. задание 2) используйте систему из двух уравнений, составленных для одной и той же цепи (см. рис. 2.4.3); но в первое уравнение должны входить величины  $U_1$  и  $I_1$ , полученные при включении в цепь резистора  $R_1$ , а во второе —  $U_2$  и  $I_2$  для  $R_2$  соответственно.

К выполнению практических заданий приступайте только после проверки правильности формул преподавателем.

**З а д а н и е 2.** Определение сопротивления резисторов методом амперметра и вольтметра.

Соберите схему с резистором  $R = R_1$ , изображенную на рис. 2.4.2 (выбор варианта *a* или *b* определяется преподавателем). Измерьте силу тока в неразветвленном участке цепи и напряжение на резисторе  $R_1$  при произвольном положении движка реостата П.

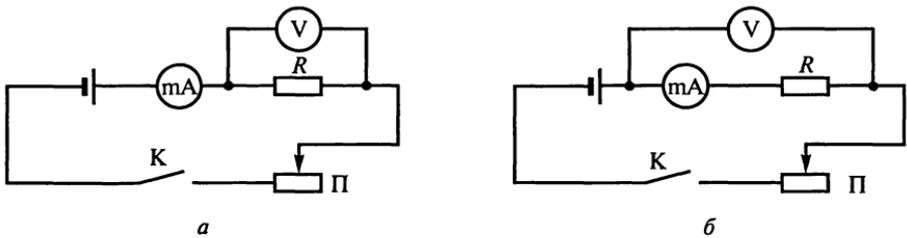


Рис. 2.4.2

Проведите аналогичные измерения при двух других положениях движка реостата. Замените резистор  $R_1$  на  $R_2$  и повторите измерения, записав показания приборов в таблицу.

На основе паспортных данных приборов (или по дополнительным надписям на их шкалах) определите внутреннее сопротивление вольтметра и миллиамперметра с учетом использованных пределов измерений. Запишите эти параметры в тетрадь. Рассчитайте экспериментальные значения сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , учитывая внутренние сопротивления приборов. Вычислите их средние значения и погрешности измерения.

**За д а н и е 3.** Определение ЭДС и внутреннего сопротивления источников.

Соберите схему, приведенную на рис. 2.4.3, включив в схему поочередно  $R_1$  и  $R_2$ . Запишите показания приборов этих двух измерений. Рассчитайте  $\mathcal{E}_1$  и  $r_1$ , решив соответствующую систему уравнений.

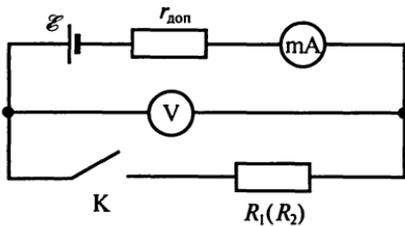


Рис. 2.4.3

Повторите измерения и расчеты для определения  $\mathcal{E}_2$  и  $r_2$ .

**За д а н и е 4.** Проверка закона Ома для сложной неразветвленной замкнутой цепи.

Соберите схему, приведенную на рис. 2.4.4. Рассчитайте силу тока в этой цепи и сравните ее с показаниями миллиамперметра. Значения  $I_{\text{практ}}$  и  $I_{\text{расч}}$  запишите в тетрадь. Исключите из цепи миллиамперметр и подключите вольтметр к концам одного из участков, содержащих только один источник со «своим»  $r_{\text{доп}}$  и один резистор (например, как показано на рис. 2.4.4 штриховой линией). Измерьте разность потенциалов на

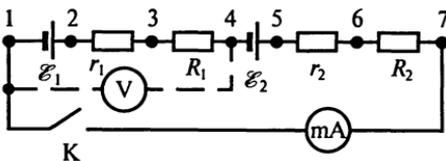


Рис. 2.4.4

концах этого участка, т.е. между точками 1 и 4 при замкнутом и разомкнутом ключе. Проведите такие же измерения на втором участке, т.е. между точками 4 и 7. Обратите внимание на то, что при разомкнутом ключе цепь будет замыкаться через сопротивление вольтметра  $R_V$ . Полученные экспериментальные значения  $U_{1\text{зам}}$ ,  $U_{1\text{раз}}$ ,  $U_{2\text{зам}}$  и  $U_{2\text{раз}}$  запишите.

Рассчитайте теоретические значения этих же величин, исходя из того, что  $R_V$ ,  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $R_1$  и  $R_2$  были определены ранее. Занесите в таблицу и сравните их с результатами измерений.

**Задача 5.** Построение потенциальной диаграммы для замкнутой цепи.

В собранной цепи по рис. 2.4.4 измерьте при замкнутом ключе напряжения между точкой 1 и точками 2, 3, 4, 5, 6 и 7, соответственно, и внесите их в таблицу. Рассчитайте значения сопротивлений между теми же точками, также записав их в таблицу. Постройте потенциальную диаграмму — график  $\varphi = f(R)$  в предположении, что потенциал точки 1 равен нулю, а собственные внутренние сопротивления источников бесконечно малы.

Правильно построенная потенциальная диаграмма представляет собой отрезки параллельных прямых (см. [2], § 5.7). В случае замкнутой цепи потенциал конечной точки диаграммы совпадает с потенциалом начальной точки цепи, а отрезок от начала координат до конечной точки диаграммы равен суммарному сопротивлению всех элементов цепи.

Учитывая, что в разомкнутой цепи разность потенциалов на концах цепи равна алгебраической сумме включенных в нее ЭДС, постройте на том же графике теоретическую потенциальную диаграмму для этой же цепи, но при разомкнутом ключе.

### Вопросы и упражнения

1. Каковы условия выполнимости закона Ома?
2. Как рассчитать сопротивление проводника, площадь сечения которого непрерывно изменяется вдоль его длины?
3. Чем определяется целесообразность выбора вариантов  $a$  и  $b$  (см. рис. 2.4.2) при измерении сопротивления резистора методом амперметра и вольтметра?
4. Каков физический смысл тангенса угла наклона линий потенциальной диаграммы к оси  $R$ ? В каком случае этот угол равен нулю?
5. Одинаков ли наклон потенциальной диаграммы к оси абсцисс для внешних сопротивлений и внутренних сопротивлений источников ЭДС?
6. Нарисуйте потенциальную диаграмму для случаев встречного включения двух источников: а) если  $\mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_2$  и б) если  $\mathcal{E}_1 < \mathcal{E}_2$ .
7. Нарисуйте (примерно) потенциальную диаграмму для п.5, считая, что источники ЭДС имеют реальные внутренние сопротивления  $r_1$  и  $r_2$ .

ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ИСТОЧНИКА ТОКА

Цель работы: изучение компенсационного метода измерения ЭДС; исследование зависимостей полезной и полной мощности источника тока от сопротивления нагрузки.

Приборы и принадлежности: выпрямители (источники тока), нормальный элемент, гальванометр с нулем в середине шкалы, двойной ключ, реохорд, резистор, миллиамперметр, вольтметр, магазин сопротивлений.

Литература: [6, § 5.2, 5.5, 5.7]; [31, § 5.3—5.5]; [37, § 45]; [18, § 22, 70, 71, 195, 194, 197].

Введение

Если вольтметр присоединить к полюсам источника тока  $A$  и  $B$  (рис. 2.5.1), то даже при разомкнутой внешней цепи показание вольтметра не будет равно ЭДС источника тока  $\mathcal{E}$ . Вольтметр измеряет разность потенциалов  $\varphi_B - \varphi_A$  тех точек схемы, к которым он присоединен. Поскольку падениями потенциала в соединительных проводах  $AD$  и  $BC$  можно пренебречь ввиду их малых сопротивлений, то:  $\varphi_B - \varphi_A = \varphi_C - \varphi_D = IR_V$ , где  $R_V$  — сопротивление вольтметра,  $I$  — ток через вольтметр.

На основании закона Ома для участка  $AB$  можно написать:

$$\varphi_B - \varphi_A = \mathcal{E} - Ir, \tag{1}$$

где  $Ir$  — падение потенциала в источнике тока;  $r$  — его внутреннее сопротивление.

Из формулы (1) следует, что в данном случае показание вольтметра ( $\varphi_B - \varphi_A$ ) всегда меньше ЭДС. Эти показания тем ближе к ЭДС, чем меньше сила тока в приборе и источнике. Для не очень точных измерений ЭДС можно использовать вольтметр с достаточно большим сопротивлением.

Для более точных измерений ЭДС с помощью (1) нужно измерить еще и силу тока  $I$ . Это усложняет процесс измерения ЭДС. Однако из (1) следует, что ЭДС источника тока равна разности потенциалов его полюсов только при отсутствии в нем тока. Этого можно добиться, если ЭДС использовать

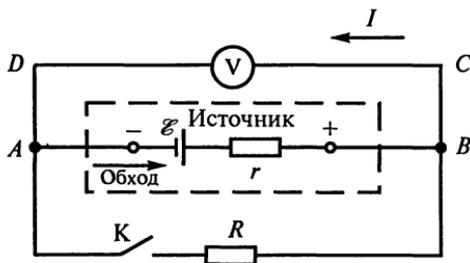


Рис. 2.5.1

пенсировать разностью потенциалов, созданной другим источником. Эта идея и реализуется в так называемом методе компенсации.

Если ключ  $K$  (см рис. 2.5.1) замкнуть, то во внешней цепи через нагрузку (внешнее сопротивление)  $R$  пойдет ток и можно будет говорить о мощности, называемой *полезной* и равной  $P = I^2 R$ . При этом полная мощность источника равна  $P_{\text{полн}} = I\mathcal{E}$ . Для данного источника обе эти мощности зависят от сопротивления нагрузки. При изменении внешнего сопротивления  $R$  от бесконечности (цепь разомкнута) до нуля (короткое замыкание) полная мощность будет расти от нуля до максимального значения, а полезная мощность будет сначала расти, а потом убывать.

Зная ЭДС источника  $\mathcal{E}$ , силу тока  $I$  и напряжение  $U$  на внешнем сопротивлении  $R$ , можно, меняя  $R$ , найти зависимость  $P_{\text{полн}}(R)$  и  $P_{\text{п}}(R)$ .

### Описание экспериментальной установки

Компенсационный метод измерения электродвижущей силы источника тока можно изучить с помощью установки, схема которой дана на рис. 2.5.2. Здесь  $\mathcal{E}_0$  — источник постоянного напряжения (выпрямитель или аккумулятор),  $\mathcal{E}$  — исследуемый гальванический элемент (или элементы);  $AB$  — реохорд с линейкой и подвижным контактом  $D$ ;  $\Gamma$  — гальванометр с нулем в середине шкалы;  $R$  — сопротивление порядка  $10^5$  Ом;  $K_1, K_2$  — двойной ключ. Двойной ключ должен замыкаться так, чтобы цепь с аккумулятором включалась первой.

Источники  $\mathcal{E}_0$  и  $\mathcal{E}$  включены навстречу друг другу, причем

$$|\mathcal{E}_0| > |\mathcal{E}|.$$

Замыкая кратковременно двойной ключ и перемещая движок по реохорду, можно найти такое положение движка  $D$ , при котором тока в гальванометре не будет (наступает компенсация). Можно показать, пользуясь правилами Кирхгофа, что в этом случае справедливо следующее соотношение:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \frac{R_{AD}}{R_{AB} + r_0}. \quad (2)$$

Эта формула удобна для нахождения  $\mathcal{E}$ , так как требует знания  $r_0$ . Поэтому приходят к следующему решению.

Если источник  $\mathcal{E}$  заменить другим источником с ЭДС  $\mathcal{E}_1$ , то при компенсации для него

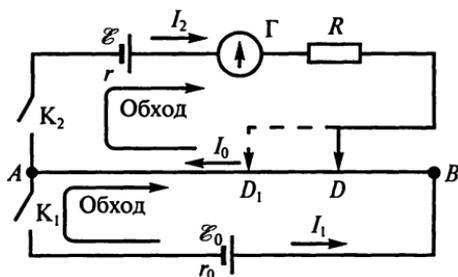


Рис. 2.5.2

будет справедливо соотношение, аналогичное (2):

$$\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_0 \frac{R_{AD_1}}{R_{AB} + r_0}. \quad (2')$$

Компенсация в этом случае наступает при другом положении  $D_1$  движка. Из (2) и (2') получаем

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 \frac{R_{AD}}{R_{AD_1}} = \mathcal{E}_1 \frac{l}{l_1}. \quad (3)$$

Здесь учтено, что вследствие однородности струны  $AB$  сопротивления ее частей  $AD$  и  $AD_1$  пропорциональны их длинам  $l$  и  $l_1$ .

**Внимание!** Во избежание ошибок при измерениях имейте в виду, что длины  $l$  и  $l_1$  отсчитываются от точки  $A$ , которая на схеме является общей точкой одноименных полюсов источников  $\mathcal{E}$  и  $\mathcal{E}_0$ .

Если ЭДС источника  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_n$  стабильна и известна с высокой точностью, то, измерив  $l_1 = l_n$  для этого случая, ЭДС исследуемых элементов можно найти по формуле

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_n \frac{l}{l_n} = \frac{\mathcal{E}_n}{l_n} l = Cl, \quad (4)$$

где  $C$  — калибровочный множитель (В/мм), равный

$$C = \frac{\mathcal{E}_n}{l_n}. \quad (5)$$

Таким образом, измерение ЭДС методом компенсации сводится к одной операции — измерению длины  $l$  части реохорда, при которой наступает компенсация тока исследуемого источником. Разумеется, предварительно следует проградуировать прибор, т. е. найти  $C$  в формуле (4). Для этого следует использовать источник с известной ЭДС — нормальный элемент Вестона.

**Внимание!** Нормальный элемент Вестона — это эталон ЭДС. Его применяют только для градуировки соответствующей измерительной установки. Максимальная допустимая сила тока в нормальном элементе мала — всего несколько микроампер, поэтому нормальный элемент можно использовать только при условии защиты его от перегрузки. Для этого последовательно с ним в цепь включают сопротивление порядка  $10^5$ — $10^6$  Ом.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Нахождение ЭДС источников.

Прежде всего найдите калибровочный множитель  $C$  установки, на которой вы работаете. Для этого соберите схему установки

согласно рис. 2.5.2, взяв в качестве источника ЭДС нормальный элемент. Найдите  $I_n$  при компенсации и, зная  $\mathcal{E}_n$ , рассчитайте  $C$  по формуле (5).

Значение ЭДС нормального элемента указано в паспорте установки. Ввиду важности величины калибровочного множителя  $C$  для дальнейших измерений найдите  $I_n$  не менее трех раз. Полученные значения  $I_n$ ,  $I_{n,ср}$  и  $C$  запишите в таблицу.

Измерьте ЭДС двух предложенных источников ( $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ ). Для этого в схему компенсации (см. рис. 2.5.2) в качестве источника ЭДС  $\mathcal{E}$  включите исследуемый элемент. В каждом случае определяйте состояние компенсации не менее трех раз и в качестве  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  берите их средние значения.

Оцените погрешность измерений ЭДС. Считайте, что она обусловлена только погрешностью измерения  $I$  и  $I_n$ . Используя исходное соотношение (3) и основы теории погрешностей, убедитесь, что относительная погрешность измерения ЭДС в этом случае будет равна

$$\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E} = \Delta I_n/I_n + \Delta I/I. \quad (6)$$

В качестве  $I_n$  и  $I$  берите соответствующие средние значения, а в качестве погрешностей этих значений — цену деления линейки (1 мм). Значения  $I_1$ ,  $I_{1,ср}$ ,  $\mathcal{E}_1$ ,  $I_2$ ,  $I_{2,ср}$ ,  $\mathcal{E}_2$  внесите в таблицу.

Окончательные результаты измерения ЭДС запишите в виде

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_{изм}(1 \pm \delta_{\mathcal{E}}) = \mathcal{E}_{изм} \pm \Delta\mathcal{E}. \quad (7)$$

**Задание 2.** Измерение ЭДС батареи из двух источников.

**А.** Измерьте ЭДС  $\mathcal{E}_3$  батареи, составленной из *последовательно* соединенных источников  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ . Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу, аналогичную предыдущей. Сравните результат с теоретическим расчетом.

**Б.** Проведите аналогичные измерения и вычисления ЭДС  $\mathcal{E}_4$  батареи, состоящей из включенных *навстречу* друг другу источников  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$ . Сравните результат с теоретическим расчетом.

**Задание 3.** Исследование зависимости полной и полезной мощности от сопротивления нагрузки.

Для получения экспериментальных кривых  $P_{полн}(R)$  и  $P_n(R)$  соберите цепь по схеме рис. 2.5.3. В качестве источника ЭДС используют два аккумулятора, соединенные последовательно. Так как внутреннее сопротивление аккумуляторов чрезвычайно мало, то за величину внутреннего сопротивления источника принимается значение дополнительного сопротивления  $r_{доп}$ .

Меняя внешнее сопротивление  $R$  (магазин сопротивлений), следует вы-

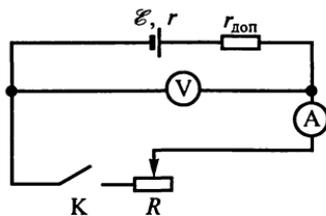


Рис. 2.5.3

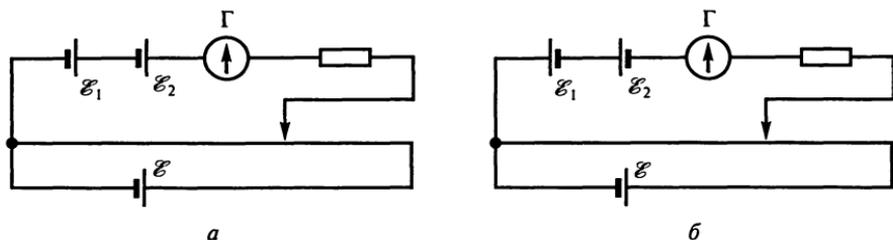


Рис. 2.5.4

бирать такие  $R$ , чтобы получить не менее двадцати значений силы тока. Число экспериментальных точек вблизи максимума мощности  $P_{\text{п}}$  должно быть значительно больше, чем вдали от этого максимума.

Значения  $\mathcal{E}$ ,  $R$ ,  $I$ ,  $U$ ,  $P_{\text{полн}}$ ,  $P_{\text{п}}$  и  $\eta$  (КПД) запишите в таблицу. Постройте графики зависимостей  $P_{\text{полн}}(R)$ ,  $P_{\text{п}}(R)$  и  $\eta(R)$ .

### Вопросы и упражнения

1. Что такое электродвижущая сила?
2. Можно ли скомпенсировать ЭДС, если  $|\mathcal{E}_0| < |\mathcal{E}_1|$  (см. рис. 2.5.2)?
3. Одинаков ли множитель  $C$  для различных установок, имеющих в лаборатории?
4. По какой схеме ( $a$  или  $b$  на рис. 2.5.4) следует включить источники  $\mathcal{E}_1$  и  $\mathcal{E}_2$  для выполнения задания 2, А? Какая разница между этими схемами?
5. По какой схеме ( $a$  или  $b$  на рис. 2.5.5) следует включить источники для выполнения задания 2, Б? Какая разница между этими схемами?
6. Как вычислить ЭДС и внутреннее сопротивление батареи из двух одинаковых источников, соединенных последовательно (параллельно)?
7. Пользуясь результатами измерений, проведенных при выполнении данной работы, найдите внутреннее сопротивление использованных источников, считая их одинаковыми.
8. Как связаны между собой максимальные полная и полезная мощности для данного источника тока?
9. Выведите условие максимума полезной мощности.
10. Каков КПД цепи при максимальной полезной мощности?

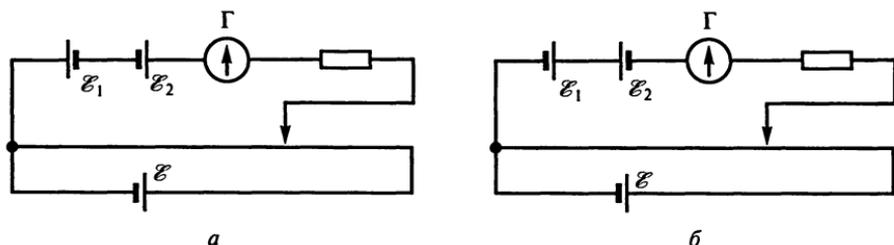


Рис. 2.5.5

## ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ИСТОЧНИКА ТОКА НА УСТАНОВКЕ, ПОДКЛЮЧЕННОЙ К КОМПЬЮТЕРУ

Цель работы: ознакомление с измерительной компьютерной системой; определение ЭДС и внутреннего сопротивления источников тока; исследование зависимости КПД, полезной и полной мощности источника тока от сопротивления нагрузки.

Приборы и принадлежности: измерительный компьютерный блок, ПК, миллиамперметр, вольтметр, ключ, источник тока, набор постоянных и переменных резисторов.

Литература: [6, § 5.2, 5.5, 5.7]; [31, § 5.3—5.5]; [37, § 45]; [18, § 22, 70, 71, 195, 194, 197].

### Введение

Измерение характеристик источника тока требует получения большого количества экспериментальных точек и значительного объема вычислений (см. лабораторную работу 2.5). Для ускорения измерений и облегчения вычислений в настоящей работе используется установка с компьютером.

### Описание экспериментальной установки

На рис. 2.6.1 приведена схема лабораторной установки. Измерительный компьютерный блок (ИКБ) имеет два входа: В1 — для измерения напряжения, В2 — для определения тока в цепи. ИКБ преобразует соответствующие аналоговые сигналы (напряжения) в цифровые, а ПК вводит их в свою память для последующей обработки и управляет ИКБ.

Резистор  $R_1$  используется для определения тока в цепи. Значение его сопротивления вводится в память ПК для вычисления тока в цепи.

Резистор  $R_0$  ограничивает величину тока в цепи.

Два последовательно соединенных резистора  $R_2$  и  $R_3$  предназначены для плавного изменения тока в цепи. Перед началом измерения (ключ К разомкнут) ползуны этих резисторов

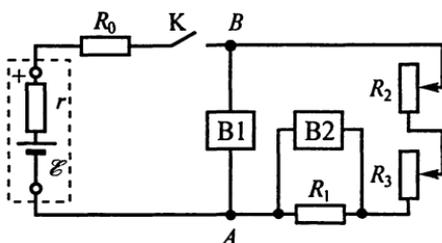


Рис. 2.6.1

устанавливаются в положение, соответствующее максимальным значениям их сопротивлений. После замыкания ключа К плавно уменьшают до нуля сопротивление сначала резистора  $R_2$ , а затем  $R_3$  ( $R_2^{\max} > R_3^{\max}$ ). При этом после каждого изменения сопротивления резисторов  $R_2$  и  $R_3$  значения напряжений на входах ИКБ (В1 и В2) вводятся в память ПК.

Современные промышленные источники постоянного тока (химические батареи, выпрямители и т. п.) предназначены для работы в цепях, сопротивление которых  $R \gg r$ , а при  $R \approx r$  они обычно выходят из строя. Поэтому в лабораторной установке последовательно с источником тока установлено ограничивающее сопротивление  $R_0 \gg r$ , имеющее значение  $R_0 = 10 - 30$  Ом. Оно и является в данном случае внутренним сопротивлением источника тока и именно его величина измеряется при выполнении настоящей лабораторной работы. Это сопротивление может быть «спрятано» в корпусе источника тока.

Входные сопротивления ИКБ составляют более  $10^5$  Ом, но со временем параметры установки могут изменяться и рекомендуется перед началом основных измерений проводить калибровку установки. При этом эталонный вольтметр подсоединяется параллельно входу В1 (рис. 2.6.2), а эталонный миллиамперметр подключается последовательно с сопротивлением  $R_1$  (рис. 2.6.3).

Калибровку установки проводят путем последовательного ввода в память ПК показаний эталонного вольтметра (миллиамперметра) и соответствующего напряжения со входа В1 (В2) при плавном уменьшении до нуля сопротивления сначала резистора  $R_2$ , а затем  $R_3$ .

Значения сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  приведены в дополнении к лабораторной работе.

Как видно из рис. 2.6.1, разность потенциалов между точками А и В равна  $U = \phi_B - \phi_A = \mathcal{E} - I(r + R_0) = I(R_1 + R_2 + R_3) = IR$ .

При изменении сопротивлений  $R_2$  и  $R_3$  от их максимальных значений до нуля, измеряя значения  $U$  и  $I$ , можно получить линейную зависимость ( $r \ll R_0$ ,  $R_1 \ll R_0$  и  $R_2^{\max} + R_3^{\max} \gg R_0$ )  $U = \mathcal{E} - IR_0$ .

Построив на основе проведенных измерений зависимость  $U = f(I)$ , можно из нее получить значения ЭДС ( $\mathcal{E}$ ), тока ко-

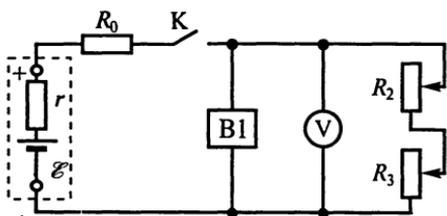


Рис. 2.6.2

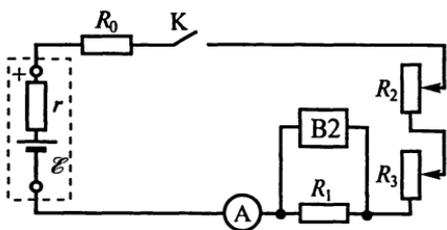


Рис. 2.6.3

роткого замыкания —  $I_{кз}$  ( $I_{кз} = \mathcal{E}/R_0$ ) и внутреннего сопротивления источника  $R_0$ .

Кроме того, как показано во введении лабораторной работы 2.5, результаты этих измерений позволяют получить зависимости полной мощности  $P_{полн}$ , полезной мощности  $P_n$  и коэффициента полезного действия источника тока  $\eta$  от сопротивления нагрузки  $R = R_1 + R_2 + R_3$ .

В настоящей работе экспериментальные значения, введенные в память ПК, а также вычисленные программой ПК величины  $I$ ,  $R$  и  $P_n$  могут быть выведены на экран в виде таблицы и графиков зависимостей  $U = f(I)$  и  $P_n = f(R)$ , а при наличии принтера распечатаны на нем.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Изучение программы измерений и ИКБ.

Ознакомьтесь с руководством по работе с программой измерений и ИКБ, а также с дополнением к работе.

**Задание 2.** Калибровка установки по напряжению.

Соберите установку в соответствии с рис. 2.6.2 и дополнением к работе. Убедитесь, что переменные резисторы  $R_2$  и  $R_3$  установлены так, что их сопротивления максимальны. Войдите на ПК в программу «Измерение напряжения». Замкните ключ К и, последовательно плавно уменьшая сопротивление  $R_2$  и  $R_3$  до нуля, введите не менее 10 показаний эталонного вольтметра в ПК. Проведите обработку результатов измерений в соответствии с инструкцией для пользователя. Выйдите в основное меню программы.

**Задание 3.** Калибровка установки по силе тока.

Соберите установку в соответствии с рис. 2.6.3 и дополнением к лабораторной работе. Убедитесь, что переменные резисторы  $R_2$  и  $R_3$  установлены так, что их сопротивления максимальны. Войдите на ПК в программу «Измерение силы тока». Замкните ключ К и, последовательно плавно уменьшая сопротивления  $R_2$  и  $R_3$  до нуля, введите не менее 10 показаний эталонного амперметра в ПК. Проведите обработку результатов измерений в соответствии с инструкцией для пользователя. Выйдите в основное меню программы.

**Задание 4.** Определение ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока.

Соберите установку в соответствии с рис. 2.6.1 и дополнением к лабораторной работе. Убедитесь, что переменные резисторы  $R_2$  и  $R_3$  установлены так, что их сопротивления максимальны. Войдите на ПК в программу «Определение ЭДС и внутреннего сопро-

тивления источника тока». Замкните ключ  $K$  и, последовательно плавно уменьшая сопротивление  $R_2$  и  $R_3$  до нуля, введите не менее 20 экспериментальных значений в ПК. Затем, проведя обработку результатов измерений, выведите на экран монитора таблицу с вашими результатами. Распечатайте на принтере или запишите эти данные в тетрадь. Введите в память ПК ваши результаты, а в тетради запишите название файла, в котором хранятся данные проведенных измерений.

Повторно выведите на экран монитора таблицу с результатами измерений из памяти ПК (файла, в котором хранятся ваши данные). Проверьте, соответствует ли эта таблица вашим записям (распечатке).

Проведите обработку этих результатов на ПК для построения зависимости  $U=f(I)$ . После появления на экране монитора этого графика распечатайте его на принтере (нарисуйте в тетради) и запишите в тетрадь высвеченные на экране полученные значения ЭДС и внутреннего сопротивления источника тока. Выйдите в основное меню программы.

**Задание 5.** Определение полезной и полной мощностей и коэффициента полезного действия источника тока.

Войдите на ПК в программу «Определение полезной мощности источника тока». Выведите на экран монитора таблицу с результатами измерений из памяти ПК. Проверьте, соответствует ли эта таблица вашим записям (распечатке) задания 4.

Проведите построение на ПК графика  $P_n=f(R)$ . Распечатайте его на принтере (зарисуйте в тетради) и укажите характерные особенности полученной вами зависимости.

### Вопросы и упражнения

1. Что такое электродвижущая сила?
2. Объясните, почему со временем яркость свечения лампочки карманного фонаря постепенно уменьшается.
3. Что называют полной и полезной мощностью источника тока?
4. Чему равен коэффициент полезного действия источника тока, когда его полезная мощность максимальна?
5. Каково должно быть сопротивление эталонного вольтметра (см. задание 2), чтобы оно не сказывалось на результатах измерений?
6. Каково должно быть сопротивление эталонного вольтметра (см. задание 3), чтобы оно не сказывалось на результатах измерений?
7. На основании каких соображений выбраны сопротивления резисторов  $R_2$  и  $R_3$ ?
8. Как влияет на результаты измерений величина сопротивления резистора  $R_1$ ?
9. Рассчитайте сопротивления и мощность резистора  $R_0$  для источника с паспортным значением  $\mathcal{E} = 12$  В и мощностью 3 Вт.

ИЗУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель работы: ознакомление с устройством и работой электронного осциллографа.

Приборы и принадлежности: электронный осциллограф — 2 шт., звуковой генератор — 2 шт.

Литература: [31, § 10.2]; [18, § 178, 187, 188].

**Введение**

Осциллограф предназначен для исследования формы электрических сигналов путем наблюдения и измерения их параметров. С его помощью можно наблюдать изменение тока и напряжения во времени. Кроме того, осциллограф позволяет сравнивать форму, амплитуду и частоту различных сигналов, а также исследовать неэлектрические процессы, например кратковременные изменения давления при использовании пьезокристалла, микрофона и т.д.

Достоинством осциллографа является его высокая чувствительность и практическая безынерционность действия, что позволяет исследовать процессы с амплитудой напряжения менее 1 мВ и длительностью  $10^{-8}$  с.

Блок-схема осциллографа представлена на рис. 2.7.1. Осциллограф состоит из электронно-лучевой трубки, усилителей каналов

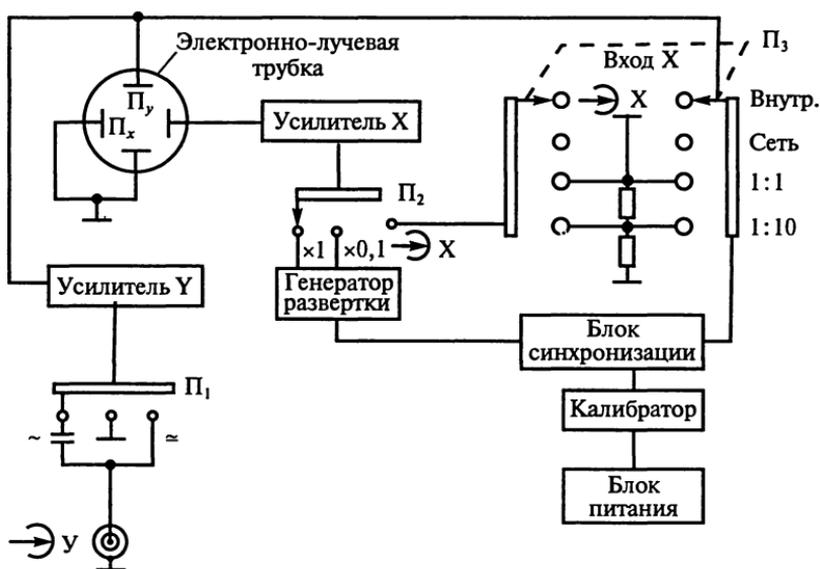


Рис. 2.7.1

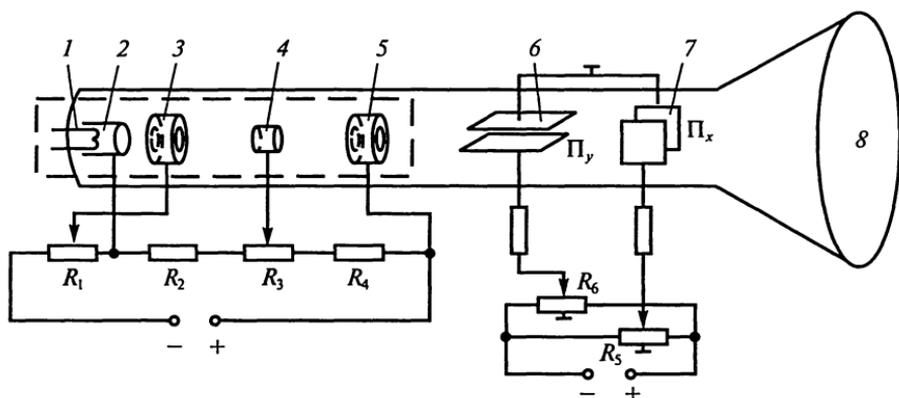


Рис. 2.7.2

X и Y, генератора развертки, блоков синхронизации сигнала, калибровки прибора и питания. Все блоки прибора находятся внутри металлического корпуса, на переднюю панель которого выведены экран электронно-лучевой трубки, переключатели и ручки управления, клеммы и зажимы для подачи на осциллограф исследуемых и управляющих его работой напряжений.

*Электронно-лучевая трубка* представляет собой стеклянную колбу специальной формы. Внутри колбы создан высокий вакуум. В колбе (рис. 2.7.2) помещается электронная пушка, вертикально отклоняющие пластины 6, горизонтально отклоняющие пластины 7 и экран 8, покрытый флюоресцирующим веществом.

Электронная пушка состоит из нити накала 1 и катода 2, который является источником электронов, а также системы электродов, находящихся под различными потенциалами относительно катода 2, с помощью которых достигаются регулировка электронного тока в пучке (электрод 3) и фокусировка пучка электронов в точку на внутренней поверхности экрана 8 (электроды 3, 4, 5).

Электрод 3 имеет отрицательный относительно катода 2 потенциал, который задается сопротивлением  $R_1$ . Изменяя потенциал электрода 3, можно регулировать число электронов в пучке, пролетающих в сторону экрана, т. е. устанавливать яркость изображения на экране.

Необходимость фокусировки электронного пучка очевидна, поскольку электростатическое отталкивание между электронами в пучке приводит к его размыванию.

В электронно-лучевых трубках, которые применяются в электронных осциллографах, часто используется электростатический метод фокусировки. Он основан на том, что в электрическом поле на электрон действует сила:

$$\vec{F} = e\vec{E} = -e \text{ grad } \varphi. \quad (1)$$

Как видно из этой формулы, сила, действующая на электрон, направлена в сторону максимального возрастания потенциала перпендикулярно к эквипотенциальной поверхности, на которой в данный момент находится электрон.

Таким образом, импульс электрона меняется только в направлении нормали к эквипотенциальной поверхности, а тангенциальная составляющая импульса сохраняется:

$$\frac{dP}{dt} = -e \frac{d\varphi}{dn}, \quad (2)$$

$$P_{\parallel} = mV_{\parallel} = \text{const.} \quad (3)$$

Рассмотрим в неоднородном электростатическом поле область такого малого объема, чтобы эквипотенциальные поверхности с потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  можно было считать параллельными (рис. 2.7.3). Тогда отношение синусов углов  $\alpha$  и  $\beta$  равно:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{P_{\parallel} / \sqrt{P_{1\perp}^2 + P_{\parallel}^2}}{P_{\parallel} / \sqrt{P_{2\perp}^2 + P_{\parallel}^2}}. \quad (4)$$

Учитывая, что кинетическая энергия электрона равна

$$W = \frac{P^2}{2m} = \frac{P_{\perp}^2}{2m} + \frac{P_{\parallel}^2}{2m}, \quad (5)$$

получим закон преломления электронов при прохождении эквипотенциальных поверхностей с различными потенциалами:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\frac{W_2}{W_1}}, \quad (6)$$

где роль показателей преломления играют выражения вида  $\sqrt{W}$ .

Соотношение (6) аналогично закону преломления света на границе двух оптических сред. Поэтому для фокусировки электронного пучка можно создать так называемые электростатические линзы, т.е. электрические поля с цилиндрической симметрией, формы эквипотенциальных поверхностей которых похожи на поверхности оптических линз. Именно такие электростатические линзы и создаются в зазорах между электродами электронной пушки, благодаря специальной форме электродов и определенной разности потенциалов между ними.

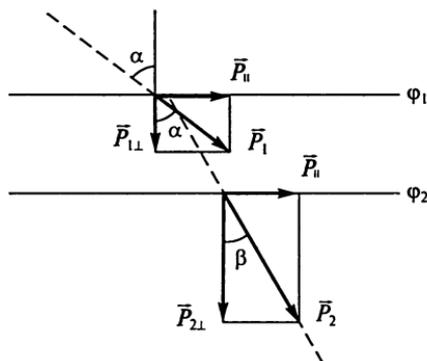


Рис. 2.7.3

Ускоряющий электрод 4 (см. рис. 2.7.2) находится под высоким положительным потенциалом (300—1000 В) относительно катода 2. В промежутке между ускоряющим 4 и регулирующим яркость изображения 3 электродами формируется первая короткофокусная линза. Вторая (длиннофокусная) линза формируется в промежутке между электродами 4 и 5 (потенциал последнего составляет  $10^3$ — $10^4$  В). Эта линза предназначена для формирования тонкого электронного пучка, сходящегося в точку на внутренней поверхности экрана.

Фокусировка, т.е. сведение пучка в точку на экране трубки, достигается изменением потенциала анода 4 с помощью резистора  $R_3$  (см. рис. 2.7.2).

Отклонение электронного пучка в электронно-лучевых трубках с электростатическим управлением осуществляется с помощью двух пар пластин  $\Pi_x$  и  $\Pi_y$ , между которыми создаются электрические поля, перпендикулярные друг другу и к направлению (ось  $z$ ) импульса, влетающего в них электрона. Такие поля изменяют направление импульса электрона на угол, тангенс которого равен:

$$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\frac{e(\varphi_2 - \varphi_1)}{W_0}} = \sqrt{\frac{eU\Delta r_1}{dW_0}}, \quad (7)$$

где  $\varphi_1$  — потенциал точки, где электрон влетает в поле;  $\varphi_2$  — то же, где электрон вылетает из поля;  $W_0$  — начальная кинетическая энергия электрона, влетающего в поле;  $U$  — разность потенциалов между пластинами;  $d$  — расстояние между пластинами;  $\Delta r_1$  — смещение электрона в направлении поля.

Поскольку смещение электрона в поле  $\Delta r_1$  пропорционально силе, действующей на него, то в однородном поле [см. (2) и (3)]

$$\Delta r_1 \approx eE \approx \frac{eU}{d} \approx U, \text{ т.е. } \Delta r_1 = C_1 U. \quad (8)$$

Таким образом, для пластин  $\Pi_x$  смещение  $x$  точки на экране, где сходится электронный пучок, будет зависеть от  $U$ :

$$x = \Delta r_1 + Z \operatorname{tg}\alpha = C_1 U + Z \sqrt{\frac{eC_1 U^2}{dW_0}} = \alpha_x U, \quad (9)$$

где  $\alpha_x = C_1 + Z \sqrt{\frac{eC_1}{dW_0}} = \text{const}$ ;  $Z$  — расстояние от пластин до экрана.

Смещение, вызываемое полем пластин  $\Pi_y$ , определяют по аналогичной формуле, поэтому

$$x = \alpha_x U_x; \quad (10)$$

$$y = \alpha_y U_y, \quad (11)$$

где  $x$  — смещение луча в горизонтальном направлении;  $y$  — то же, в вертикальном направлении;  $U_x$  — разность потенциалов между горизонтально отклоняющими пластинами ( $\Pi_x$ );  $U_y$  — то же, между вертикально отклоняющими пластинами ( $\Pi_y$ ).

Коэффициенты пропорциональности  $\alpha_x$  и  $\alpha_y$  называют *чувствительностями* трубки соответственно по осям  $x$  и  $y$ . Чувствительность численно равна смещению луча на экране при изменении разности потенциалов на пластинах на 1 В.

При одновременном действии напряжений  $U_x$  и  $U_y$  луч сместится в горизонтальном и вертикальном направлениях и окажется в точке с координатами  $x$  и  $y$ , определяемыми по формулам (10) и (11).

Обычно исследуемое напряжение подводится к пластинам  $\Pi_y$ ; на вторую пару пластин подается напряжение, управляющее движением электронного пучка желательным для нас образом. Если на пластинах случайно окажется постоянный заряд, то луч может сместиться за пределы экрана. Чтобы этого не произошло, а также для перемещения изображения по экрану, управляющие пластины соединены с потенциометрами  $R_5$  и  $R_6$  (см. рис. 2.7.2), которые, в свою очередь, присоединены к источнику постоянного напряжения. При перемещении движков потенциометров луч на экране будет смещаться вправо — влево или вверх — вниз.

*Генератор развертки* вырабатывает импульсы пилообразной формы, график которых представлен на рис. 2.7.4. Напряжение в течение промежутка времени  $T$  линейно увеличивается, а затем, почти мгновенно, спадает до первоначального значения.

Подадим такое напряжение на пластины  $\Pi_x$  и проследим за движением луча на экране. Так как смещение луча  $x$  пропорционально напряжению (10), а напряжение  $U_x$  пропорционально времени в течение промежутка  $T$ , то очевидно, что и смещение  $x$  пропорционально времени, т.е. луч движется по экрану равномерно, слева направо (прямой ход), быстро возвращается в исходную точку (обратный ход) и снова начинает равномерное движение вправо.

С помощью переключателя «развертка» и ручки «плавно» мы можем менять частоту (период) пилообразного напряжения. При частотах до 10 Гц на экране перемещение луча наблюдается глазом; при больших частотах след сливается в сплошную линию.

Для получения на экране графика зависимости напряжения от времени подадим на вход  $Y$  периодически изменяющееся напряжение  $U_y$  с периодом  $T$ , равным периоду развертки. При

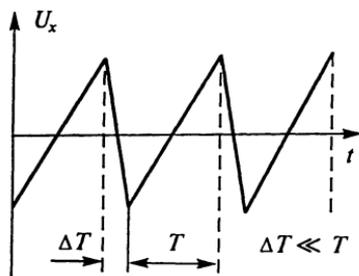


Рис. 2.7.4

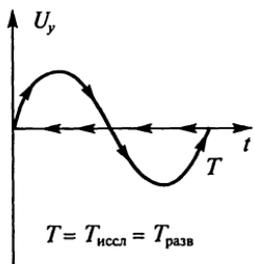


Рис. 2.7.5

этом луч будет участвовать в двух взаимно перпендикулярных движениях. Какова при этом траектория следа луча на экране? Пусть  $U_y$  меняется синусоидально. Тогда луч будет колебаться в вертикальном направлении и равномерно перемещаться в горизонтальном — слева направо. Результирующая траектория луча будет синусоидой (рис 2.7.5). Через время  $T_{разв}$  луч быстро вернется в крайнее левое положение и снова начнет вычерчивать на экране синусоиду. Если периоды развертки и

исследуемого напряжения (в нашем случае синусоидального) равны, то следующая синусоида точно «ляжет» на первую, и на экране будет видна неподвижная картина.

Предыдущие рассуждения иллюстрирует рис. 2.7.6, а, на котором представлен график  $U_y(t)$ . Развертка луча происходит в промежутке времени  $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = T_{разв}$ . Видно, что кривые I, II, III зависимости  $U_y(t)$  одинаковы и при наложении друг на друга на экране совпадают (см. рис. 2.7.6, б).

Если уменьшить частоту развертки вдвое, то за время развертки луч успеет совершить два полных колебания в вертикальном направлении (рис. 2.7.7).

Если период развертки  $T_x$  не является целым кратным периодом изучаемого напряжения  $T_y$ , то электронный луч будет начи-

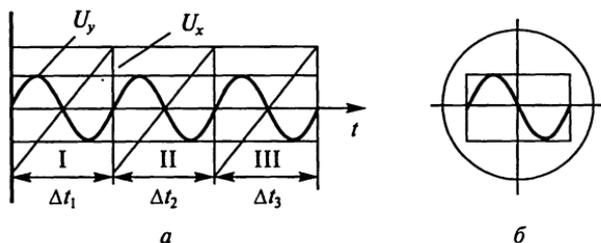


Рис. 2.7.6

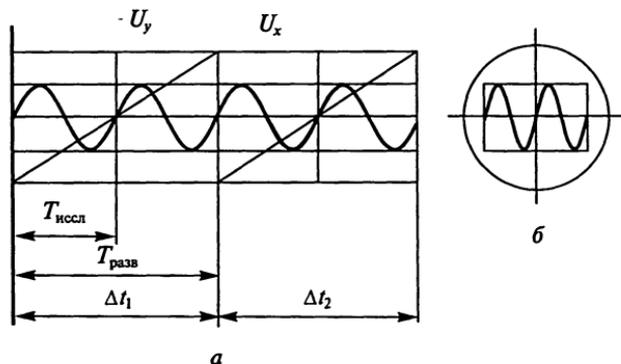


Рис. 2.7.7

нать движение, каждый раз в различных фазах, и получаемая на экране картина будет представлять наложение ряда смещенных траекторий.

Устойчивая картина будет наблюдаться при совпадении частоты исследуемого напряжения и частоты развертки или, в более общем случае, когда период развертки  $T$  равен  $nT_{\text{иссл}}$  ( $n$  — целое число).

Допустим, что нам удалось с помощью ручки «плавно» подобрать частоту развертки, кратную частоте исследуемого напряжения. Однако вследствие нестабильности частоты генератора развертки период развертки изменится и изображения на экране уже не будут накладываться друг на друга. При этом картина будет перемещаться («бежать») по экрану.

Для устранения этого эффекта в осциллографе имеется устройство, обеспечивающее синхронизацию — согласование протекающих процессов во времени. Для получения устойчивого изображения необходимо, чтобы развертка начиналась в тот момент, когда исследуемое напряжение достигает определенного (например, нулевого) значения. Для этой цели часть исследуемого напряжения подается на генератор развертки и обеспечивает начало развертки. Глубина синхронизации (напряжение, подаваемое на генератор развертки) устанавливается минимально необходимой для устойчивого изображения. При очень больших амплитудах заметны искажения в конце развертки.

Кроме рассмотренного случая, называемого внутренней синхронизацией, развертку можно синхронизировать с напряжением сети или с внешним сигналом.

### Описание экспериментальной установки

В данной лабораторной работе могут быть использованы осциллографы и низкочастотные генераторы любых типов. Для примера рассмотрен осциллограф С1-65А. Основные органы управления прибором (ручки, разъемы и другие устройства) выведены на лицевую панель (рис. 2.7.8), имеют свои обозначения и объединены в группы по функциональному признаку. Группы разделены сплошными линиями.

Включение прибора осуществляется тумблером «Сеть», при этом загорается расположенная рядом с тумблером сигнальная лампочка. Слева от экрана расположены следующие ручки управления: яркость изображения «☼»; фокусировка луча «◎»; освещение сетки экрана «♠». Ручное перемещение электронного луча на экране осуществляется по вертикали ручкой «↓» на панели «Усилитель Y» и по горизонтали ручками «←» на панели «Развертка» («■» — грубо, «▣» — плавно соответственно).

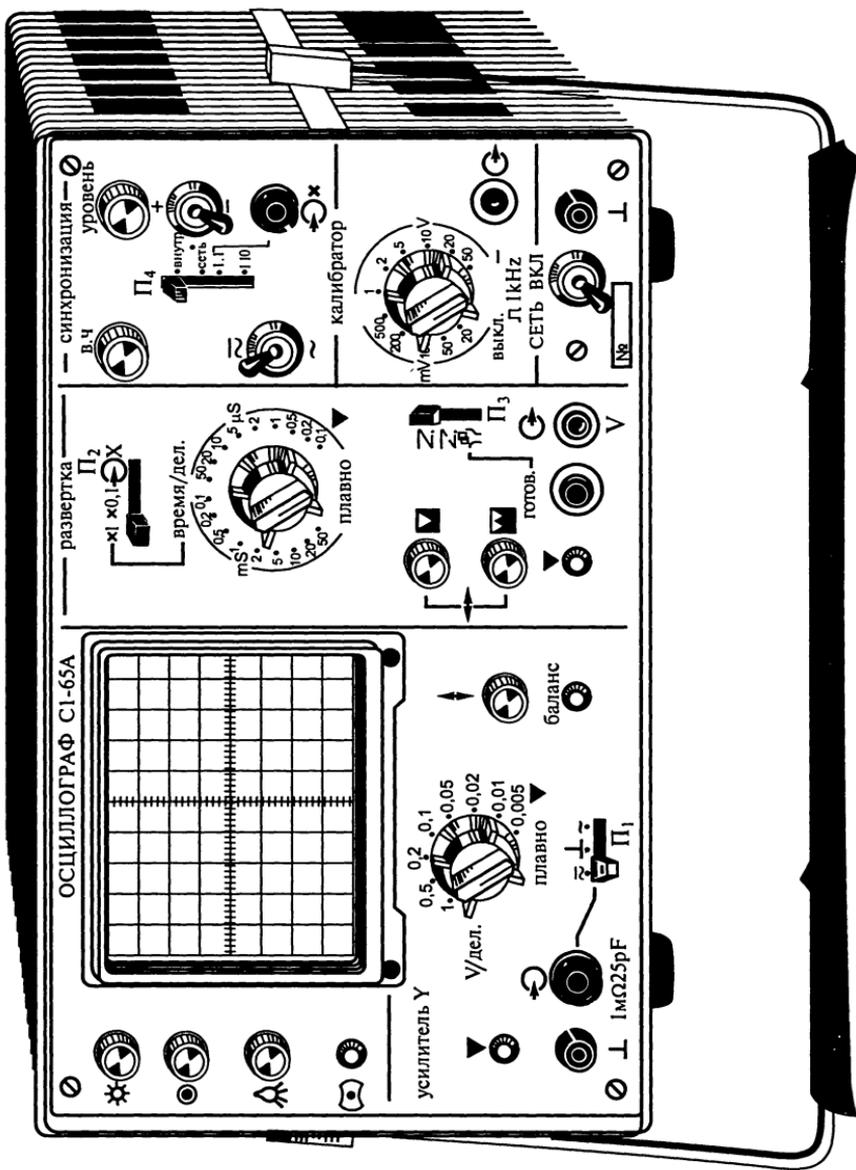


Рис. 2.7.8

Исследуемое напряжение обычно подается на пластины  $P_1$  через усилитель. Для этого на лицевой панели прибора имеется разъем, который обозначен символом « $\ominus Y$ ». Сигнал на этот и другие разъемы подводится по специальным кабелям, один из проводов которых через разъем соединяется с корпусом прибора. Для удобства рядом с разъемом « $\ominus Y$ » усилителя  $Y$  установлена клемма « $\perp$ », соединенная с корпусом прибора, которая в случае сильных помех заземляется.

Чувствительность усилителя вертикального отклонения может устанавливаться переключателем  $V/\text{дел.}$  (под «делением» здесь и далее понимается сторона квадрата размером 1 см на масштабной сетке, установленной перед экраном). Входное напряжение можно в 2,5 раз уменьшить потенциометром «плавно», ручка которого выведена соосно с ручкой указанного переключателя. При измерениях этот потенциометр не используется и его ручка должна быть выведена в крайнее положение по часовой стрелке.

На входе усилителя  $Y$  имеется переключатель  $\Pi_1$  (см. рис. 2.7.1) на три положения, соответствующие «открытому» входу прибора ( $\approx$ ) для измерения постоянных и переменных напряжений, «закрытому» входу ( $\sim$ ) для измерения только переменных напряжений и «закороченному» входу ( $\perp$ ) для установления нулевого положения луча на экране электронно-лучевой трубки по вертикали.

На пластины горизонтального отклонения обычно подается пилообразное напряжение развертки от внутреннего генератора. С помощью переключателя «время/дел.», а также ручки «плавно», расположенной на той же оси, можно изменять частоту (период) пилообразного напряжения развертки. При измерениях ручка «плавно» не используется и должна быть установлена в крайнем положении по часовой стрелке.

Выходной сигнал генератора развертки может быть выведен на внешние устройства через гнездо « $\text{G}$ » в нижней части панели «развертка» (условное обозначение « $V$ ») и гнездо «земля» — « $\perp$ ».

Переключателем  $\Pi_2$  период развертки может быть уменьшен в 10 раз (положение « $\times 0,1$ » или оставлен в соответствии с положением переключателя «время/дел.» (« $\times 1$ »). Выбор режима запуска развертки осуществляется переключателем  $\Pi_3$ , расположенным в нижней части панели «развертка». В положении « $Z$ » генератор запускается самостоятельно или импульсом синхронизации, в положении « $\underline{Z}$ » — только при наличии импульса синхронизации. В положении « $\text{Г}$ » запуск генератора осуществляется нажатием кнопки «готов».

Уровень сигнала, с которого начинается его развертка на экране, регулируется соответствующей ручкой на панели «синхронизация». Вид синхронизации выбирается переключателем ( $\Pi_4$  на рис. 2.7.1): «внутр.» (по сигналам с усилителя  $Y$ ), «сеть» (от сетевого питающего напряжения) либо внешним сигналом.

Генератор развертки может быть **выключен** путем перевода переключателя  $\Pi_2$  в положение « $\rightarrow X$ ». В этом случае через разъем « $\rightarrow X$ » (установлен на панели «синхронизация») исследуемый сигнал подается на вход усилителя горизонтального отклонения. При этом переключатель  $\Pi_4$  устанавливается в положение «1:1» или «1:10». В первом случае исследуемый сигнал подается непосредственно на вход усилителя «X», а во втором — с десятикратным ослаблением.

Чувствительность прибора в канале «X» не известна и определяется при калибровке прибора.

Для этого, т. е. для проверки правильности показаний прибора, в нем имеется внутренний *калибратор*, сигнал с которого снимается с гнезд « $\rightarrow$ » и « $\perp$ ». Калибратор вырабатывает последовательность прямоугольных импульсов (меандр), размах (удвоенная амплитуда) которых регулируется соответствующим переключателем. При этом ручка выбора режима работы калибратора, которая расположена соосно с ним, должна быть установлена в положение «л 1кГц». В двух крайних положениях этой ручки калибратор либо выключен, либо с него подается постоянное напряжение (символ «—»).

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Подготовка осциллографа к работе.

Установите ручки управления на лицевой панели осциллографа в исходное состояние, а именно: переключатель входа усилителя  $Y$  — в положение «—», ручку «плавно» «V/дел.» — в крайнее правое положение, переключатель развертки — в положение « $\rightarrow X$ », ручку «плавно» «время/дел.» — в крайнее правое положение, переключатель запуска развертки — в положение «Z», переключатель режима синхронизации — в положение «внутр.».

Включите тумблер «сеть». Через 5—10 мин ручками « $\updownarrow$ » и « $\leftrightarrow$ » установите светящееся пятно в центре экрана. При необходимости отрегулируйте его яркость и фокус.

Установите переключатель развертки в положение « $\times 1$ ». При этом на экране должна быть видна горизонтальная линия.

**Задание 2.** Проверка калибровки чувствительности по оси  $y$  и частоты развертки осциллографа.

Установите переключатель калибратора в положение «л 1кГц», напряжение на его выходе, равное 200 мВ, переключатели усилителя  $Y$  — в положение 0,1 В/дел., развертки — 0,2 мс/дел.

Соедините кабелем выход калибратора и вход «Y». Получите устойчивое изображение импульсов на экране. Зарисуйте полученную осциллограмму. С помощью сетки на экране осциллогра-

фа определите амплитуду импульсов и их период, укажите их на осциллограмме. Рассчитайте частоту импульсов. Запишите полученные данные в протокол и сравните их с показаниями калибратора.

Отключите развертку, переведя переключатель  $\Pi_2$  в положение « $\odot$  X», переключатель  $\Pi_4$  в положение «1:1». Увеличьте яркость изображения так, чтобы была видна вертикальная линия, соединяющая две яркие точки на экране. Неодинаковая яркость различных участков осциллограммы объясняется тем, что в данном случае луч совершает только вертикальное перемещение. При этом в верхней и нижней частях импульса он находится дольше, тогда как вертикальные участки он «проскакивает» почти мгновенно. Уменьшите яркость до прежнего уровня.

**Задание 3.** Определение чувствительности по оси  $x$ .

Установите переключатель  $\Pi_4$  в положение «1:1» и подайте сигнал с выхода калибратора на вход « $\odot$  X». Зарисуйте полученную осциллограмму. Она должна быть аналогична наблюдаемой во второй части предыдущего задания, но располагаться горизонтально. Измерьте расстояние  $X$  между светящимися точками (размах импульсов) в делениях сетки экрана и вычислите чувствительность прибора по оси  $x$ , как  $\alpha_x = X/U_x$ , где  $U_x$  — выходное напряжение калибратора. Результат занесите в протокол.

**Задание 4.** Исследование пилообразного напряжения.

Установите переключатель «Вход Y» в положение « $\sim$ », «V/дел.» — 1 В/дел. Подайте на «Вход Y» сигнал с выхода развертки второго (вспомогательного) осциллографа С1-65А.

Получите устойчивое изображение. Зарисуйте полученную осциллограмму. Определите амплитуду и частоту исследуемого сигнала. Запишите в протокол результаты.

**Задание 5.** Наблюдение сложения взаимно перпендикулярных колебаний.

**5.1. Синусоидальный сигнал по вертикальной и пилообразный по горизонтальной осям.** Установите на низкочастотном генераторе (в соответствии с его инструкцией по эксплуатации) частоту и напряжение выходного сигнала, равные 1 кГц и 10 В соответственно.

Подайте на «Вход Y» сигнал с генератора и получите неподвижное изображение, занимающее около  $2/3$  экрана по ширине и содержащее 3—4 периода. Зарисуйте осциллограмму. Зная частоту сигнала генератора и количество периодов его изображения на экране, вычислите частоту развертки вспомогательного осциллографа.

**5.2. Синусоидальный сигнал по горизонтальной и пилообразный по вертикальной осям.** Подайте на «Вход Y» сигнал с выхода развертки вспомогательного осциллографа, а на «Вход X» — сигнал от низкочастотного генератора с частотой, равной частоте раз-

вертки вспомогательного генератора, определенной в задании 5.1. Меняя частоту сигнала на звуковом генераторе, получите устойчивое изображение, содержащее 2, 3, 4 периода. Зарисуйте осциллограммы. Они должны представлять собой синусоиду, «положенную на бок». Запишите значения частот  $f_1, f_2, f_3$  и  $f_4$  по шкале генератора. Сравните их с теоретическими  $f_{\text{теор}} = n f_{\text{пилы}}$ .

**5.3. Синусоидальный сигнал по вертикальной оси и напряжение от внутреннего генератора развертки.** Вновь подайте сигнал на «Вход Y» осциллографа. Установите переключатель развертки в положение « $\times 1$ », а синхронизации в положение «внутри». Вспомогательный осциллограф отключите. Переключателями «V/дел.» и «время/дел.» получите на экране осциллографа изображение.

С помощью сетки на экране осциллографа определите амплитуду и частоту колебаний сначала в делениях сетки, а затем в единицах СИ. Сравните полученные результаты с показаниями шкалы и прибора звукового генератора, учитывая, что показания вольтметра звукового генератора в  $\sqrt{2}$  раз меньше значения амплитуды напряжения сигнала генератора. Все показания следует записать в протокол работы.

**Задание 6. Наблюдение биений.**

**Биения** — колебания с периодически изменяющейся амплитудой, возникающие при сложении двух синусоидальных колебаний, происходящих вдоль одной оси (в данном случае это ось  $y$ ) и имеющих близкие частоты  $f_1$  и  $f_2$ . Частота биений равна разности частот  $F = f_1 - f_2$ .

Подайте, используя тройник, на «Вход Y» сигналы с двух низкочастотных генераторов ( $U_1 = U_2 = 5 - 10$  В,  $f_1 = 5$  кГц,  $f_2 = f_1 \pm (0,5 - 0,8)$  кГц). Получите устойчивое изображение. Зарисуйте полученную осциллограмму, запишите частоты  $f_1, f_2$ , определите частоту биений  $F$  по осциллограмме и сравните ее с теоретическим значением.

**Задание 7. Наблюдение вольт-амперных характеристик линейных и нелинейных предметов (выполняется по указанию преподавателя).**

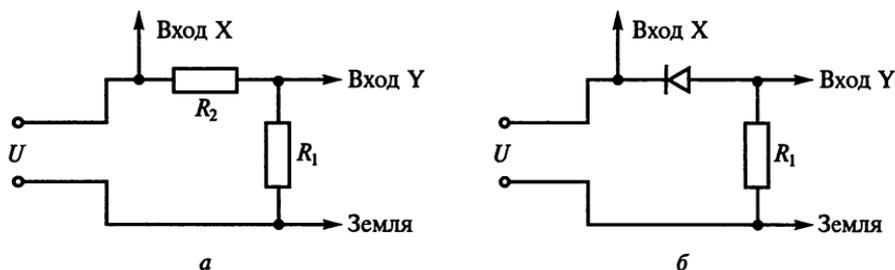


Рис. 2.7.9

В данном задании предлагается использовать осциллограф для получения на экране вольт-амперной характеристики, т.е. зависимости тока через элемент цепи от напряжения на нем. Линейным элементом является резистор ( $R_1 = 6,8 \text{ кОм}$ ,  $R_2 \ll R_1$ ), нелинейным элементом — диод. Для получения вольт-амперной характеристики резистора  $R_2$  на экране осциллографа соберите схему (рис. 2.7.9, а), в которой напряжение  $U$  частотой 50 Гц, питающее схему, равно 6 В, и выключите генератор развертки осциллографа. Для получения вольт-амперной характеристики диода измените схему (рис. 2.7.9, б). Полученные характеристики зарисуйте и объясните.

### Вопросы и упражнения

1. Какова связь между напряженностью и потенциалом для случаев электростатического поля: а) точечного заряда; б) произвольной конфигурации?
2. Как будет двигаться заряд, влетевший в однородное электростатическое поле: а) параллельно линиям поля; б) перпендикулярно линиям поля; в) под углом к линиям поля?
3. Как будет двигаться пятно на экране осциллографа, если на Y-пластины последнего подать напряжение городской сети?
4. Как изменить размеры светящегося пятна на экране осциллографа?
5. Для чего служит генератор развертки?
6. Как будет двигаться светящееся пятно на экране осциллографа, если на Y-пластины последнего подать напряжение с выхода генератора развертки?
7. Как с помощью осциллографа определить частоту и амплитуду исследуемого напряжения?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.8

### ИЗУЧЕНИЕ ТОКА В ВАКУУМЕ И РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

Цель работы: изучение тока в вакууме на примере вакуумного триода, снятие анодных характеристик триода и определение по ним параметров лампы; изучение тока в разреженном газе на примере газонаполненного триода и снятие анодных характеристик лампы.

Приборы и принадлежности: триод и тиратрон на панели, выпрямитель ВУП-2, вольтметр на 15 В, два вольтметра на 200 В, миллиамперметр, магазин сопротивлений типа КДС, реостат (3000 Ом).

Литература: [6, § 6.5, 6.6]; [37, § 101, 102, 109—121]; [1, § 156—161, 166—177].

## Введение

Трехэлектродная электронная лампа (триод) представляет собой герметический стеклянный сосуд с впаянными в него тремя электродами: анодом, катодом и сеткой. Если в сосуде создан высокий вакуум, то такую лампу называют *вакуумным триодом*. Если баллон лампы наполнен парами ртути или инертным газом (неоном, аргоном и др.) при давлении порядка 100 Па, то лампу называют *тиратроном*. Электроды этих ламп обычно изготавливают в виде коаксиальных цилиндров малого (катод) и большого (анод) диаметров. Между катодом и анодом располагается сетка, выполненная либо в виде цилиндрической спирали, окружающей катод (триод), либо в виде сплошного цилиндра с узкой щелью (тиратрон).

В обычных условиях в таких лампах нет свободных носителей заряда, поэтому при приложении разности потенциалов между анодом и катодом сила тока равна нулю. Для получения свободных зарядов используют явление термоэлектронной эмиссии [3], для чего катод в лампах нагревают.

Разность потенциалов анода и катода называют анодным напряжением  $U_a$ , разность потенциалов сетки и катода — сеточным напряжением  $U_c$ .

**Ток в вакууме.** При разности потенциалов между анодом «+» и катодом «-» и при  $U_c = 0$  электроны начинают двигаться от катода к аноду и в лампе течет ток. Так как сетка находится ближе к катоду, чем к аноду, то небольшое сеточное напряжение ( $U_c \ll U_a$ ) приводит к значительному изменению анодного тока. Это свойство триода используется для создания усилительных устройств.

Из сказанного выше следует, что анодный ток есть функция двух независимых переменных  $U_a$  и  $U_c$ . Для использования электронных ламп нужно знать их *характеристики*, т.е. зависимости анодного тока от анодного и сеточного напряжений:

$$\text{при } U_a = \text{const} \quad I_a = f_1(U_c); \quad (1)$$

$$\text{при } U_c = \text{const} \quad I_a = f_2(U_a). \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) определяют так называемые *статические* анодные и анодно-сеточные характеристики триода (рис. 2.8.1 и 2.8.2). По ним можно определить параметры лампы: крутизну  $S$ , внутреннее сопротивление  $R_i$  и коэффициент усиления  $\mu$ .

Крутизна  $S$  показывает, как быстро изменяется анодный ток при изменении напряжения на сетке, если анодное напряжение постоянно (при  $U_a = \text{const}$ ):

$$S = \frac{\partial I_a}{\partial U_c}. \quad (3)$$

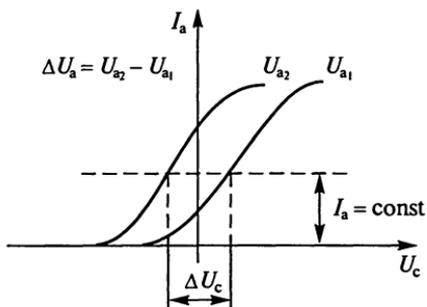


Рис. 2.8.1

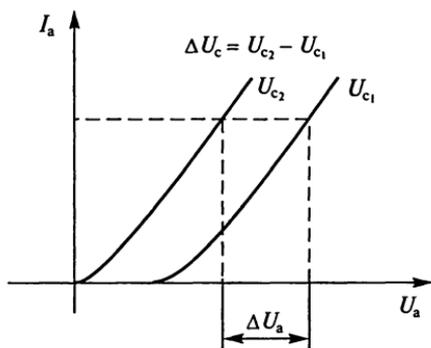


Рис. 2.8.2

Внутреннее сопротивление  $R_i$  есть отношение изменения анодного напряжения к соответствующему изменению анодного тока при постоянном напряжении на сетке ( $U_c = \text{const}$ ):

$$R_i = \frac{\partial U_a}{\partial I_a}. \quad (4)$$

Коэффициент усиления  $\mu$  равен отношению приращений анодного и сеточного напряжений, в результате которых анодный ток не изменяется (при  $I_a = \text{const}$ ):

$$\mu = -\frac{\partial U_a}{\partial U_c}. \quad (5)$$

**Ток в разреженном газе.** В тиратроне электроны, вылетающие из катода, вызывают ионизацию газа, в результате чего в тиратроне образуется газоразрядная плазма с большой концентрацией ионов и электронов. Напряжение, при котором возникает подобный разряд, называют *потенциалом зажигания* тиратрона. Если до зажигания сила тока в тиратроне измеряется миллионными долями ампера, то после зажигания сила тока может достигать в малых тиратронах сотых долей ампера (т. е. увеличиваться в  $10^4$  раз!). Пока разряда в тиратроне нет, его сетка действует аналогично сетке вакуумной электронной лампы, и с ее помощью можно управлять зажиганием тиратрона. Вследствие того что сетка в тиратроне не представляет собою сплошной перегородки, часть электронов, проникающих за пределы сетки при определенном напряжении, вызывает ионизацию газа и «зажигает» тиратрон. Требуемое для «зажигания» анодное напряжение тем больше, чем выше по модулю отрицательный по отношению к катоду потенциал сетки.

Зависимость  $U_c$ , при котором зажигается тиратрон, от  $U_a$  называют *статической пусковой характеристикой* тиратрона.

После зажигания разряда в тиратроне сетка теряет свои управляющие свойства. Это происходит потому, что вблизи сетки обра-

зуется ионное облако, которое полностью экранирует сетку. Вне этого облака электрическое поле оказывается практически таким же, как и в отсутствие сетки.

Эти свойства газового разряда в тиратроне приводят к тому, что при  $U_c < 0$  зависимость анодного тока ( $I_a$ ) тиратрона от напряжения источника анодного тока ( $U_n$ ), снимаемая при увеличении  $U_n$  от нуля до максимального значения, отличается от зависимости  $I_a = f(U_n)$ , получаемой при уменьшении  $U_n$  от максимального значения до нуля. Кроме того, в тиратроне наблюдается отличная от вакуумного триода зависимость  $U_a = f(U_n)$ , что также связано с закономерностями газового разряда.

Рассмотренные свойства тиратронов позволяют широко использовать их для решения разнообразных задач, требующих быстрого включения больших мощностей, регулирования скорости электромоторов и т. д.

### Описание экспериментальной установки

На рис. 2.8.3 приведена схема установки для снятия статических анодных характеристик триода. В схеме используется вакуумный триод 6С2С. Питание схемы подводится от универсального источника тока (ВУП-2), имеющего три выхода: а) 0—250 В; б)  $\sim 6,3$  В; в)  $0 \pm 100$  В. Реостат  $R$  с нулевой точкой предназначен для точной установки потенциала сетки.

На рис. 2.8.4 приведена схема установки для снятия анодных характеристик тиратрона. В ней, по сравнению с предыдущей схемой (см. рис. 2.8.3), в цепи анода установлено сопротивление  $R_1 = 4 \cdot 10^3$  Ом. Оно необходимо для того, чтобы ограничить силу анодного тока, так как после «зажигания» тиратрона его внутреннее сопротивление стремится к нулю, что может вывести из строя источник анодного питания. В схеме используется тиратрон ТГ-1-01/03.

Кроме того, в этой измерительной установке применяется электронный вольтметр ( $V_3$ ) для определения анодного напряжения тиратрона ( $U_a = U_1 - U_3$ ). Такой метод измерения  $U_a$  обусловлен тем,

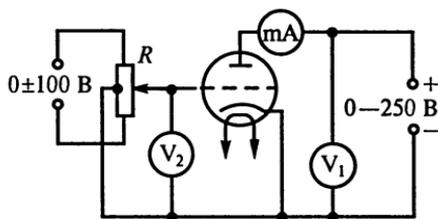


Рис. 2.8.3

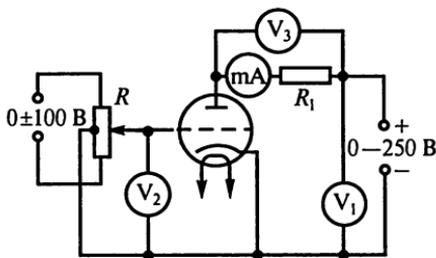


Рис. 2.8.4

что до момента «зажигания» тиратрона его внутреннее сопротивление практически бесконечно велико. Поэтому любой измерительный прибор (вольтметр), включенный между анодом и катодом тиратрона, в этом случае будет шунтировать лампу, что отрицательно скажется на результатах измерений.

## Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е 1.** Снятие анодных характеристик триода.

Соберите схему (см. рис. 2.8.3) и установите сеточное напряжение  $U_c = 0$ . Измерьте 10 значений анодного тока  $I_a$ , повышая анодное напряжение от 0 до 200 В, и 10 значений, понижая анодное напряжение от 200 В до 0. Полученные значения  $I_a$  и  $U_a$  занесите в таблицу. Повторите измерение при  $U_c = -2$  В. Постройте обе анодные характеристики  $I_a = f(U_a)$  в одной системе координат и определите на прямолинейном участке кривых главные статические параметры лампы.

**З а д а н и е 2.** Снятие анодных характеристик тиратрона.

Установите сеточное напряжение  $U_c = 0$ . Плавно увеличивая напряжение источника тока, определите напряжение «зажигания» тиратрона  $U_3$  при  $U_c = 0$ . Для увеличения точности измерения проделайте это несколько раз. Запишите среднее значение напряжения «зажигания». Снимите зависимость анодного тока  $I_a$  и напряжение  $U_3$  от напряжения источника  $U_n$  в интервалах от 0 до 100 В и от 100 В до 0 с шагом 10 В. Повторите эти измерения при  $U_c = -10$  В.

Занесите в таблицу значения  $U_n$ ,  $U_3$ ,  $U_a$ ,  $I_a$  при двух значениях сеточного напряжения  $U_c$ . Обратите внимание, что одному значению  $U_n$  могут соответствовать два значения  $U_a$  и  $I_a$ . Постройте зависимость  $I_a = f(U_n)$  и  $U_a = f(U_n)$  для двух значений  $U_c$  в интервалах  $U_n = 0 - 100$  В и от 100 В до 0, используя один цвет для увеличивающегося, а другой — для уменьшающегося  $U_n$ .

Постройте анодную характеристику тиратрона  $I_a = f(U_a)$  для  $U_c = 0$  в интервале  $U_n$  от 0 до 100 В.

## Вопросы и упражнения

1. Чем обусловлено максимальное значение анодного тока в триоде, в тиратроне?

2. Почему вычисление статических параметров триода предлагается проводить на прямолинейных участках характеристик лампы?

3. Объясните явление пробоя в разреженном газе.

4. Объясните влияние сетки на анодный ток триода, тиратрона.

5. Используя результаты лабораторной работы, оцените энергию ионизации газа в тиратроне.

6. Где применяют триоды, тиратроны?

## ИЗМЕРЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

Цель работы: ознакомление с основными количественными характеристиками магнитного поля Земли и методами их измерения.

Приборы и принадлежности: тангенс-буссоль, источник питания постоянного тока, миллиамперметр, реостат, переключатель, инclinатор.

Литература: [6, § 7.4, 9.11]; [18, § 76, 78, 80].

### Введение

Земной шар, как известно, представляет собой гигантский магнит, и свободно подвешенная магнитная стрелка устанавливается вдоль вектора напряженности магнитного поля Земли. Вертикальную плоскость, проходящую через свободно подвешенную магнитную стрелку, называют *плоскостью магнитного меридиана*, а линию ее пересечения с поверхностью Земли — *магнитным меридианом*. Поскольку конец магнитной стрелки, указывающий на север, был назван северным, то в Северном полушарии Земли находится южный геомагнитный полюс, а в Южном полушарии — северный геомагнитный полюс. Геомагнитные полюсы не совпадают с географическими, поэтому магнитные меридианы не совпадают с географическими.

Величина и направление напряженности геомагнитного поля могут быть определены по его основным характеристикам, которыми являются: горизонтальная составляющая напряженности геомагнитного поля, углы магнитного наклона и склонения.

Угол между геомагнитным и географическим меридианами, проходящими через данную точку земной поверхности, называют углом *магнитного склонения*. Он определяется по данным астрономических наблюдений или с помощью специального прибора — деклинатора.

Угол наклона свободной магнитной стрелки к горизонтали называют углом *магнитного наклона*.

Проекция вектора напряженности поля на горизонталь, лежащую в плоскости магнитного меридиана, называют *горизонтальной составляющей* напряженности магнитного поля Земли.

### Описание экспериментальной установки

Горизонтально составляющая  $H_x$  напряженности геомагнитного поля может быть измерена с помощью *тангенс-буссоли*, представ-

ляющей собой вертикальную рамку с током, в центре которой располагается магнитная стрелка, способная вращаться вокруг вертикальной оси.

На рис. 2.9.1 схематически показан вид тангенс-буссоли. Для получения достаточно сильного магнитного поля при использовании сравнительно небольшой силы тока рамку выполняют в виде катушки, содержащей  $N$  витков. Если плоскость рамки совпадает с плоскостью магнитного меридиана, то под действием поля рамки магнитная стрелка окажется повернутой на угол  $\varphi$ , расположившись по направлению, соответствующему суммарному полю рамки и горизонтальной составляющей магнитного поля Земли  $H_x$ . Как видно из рисунка,

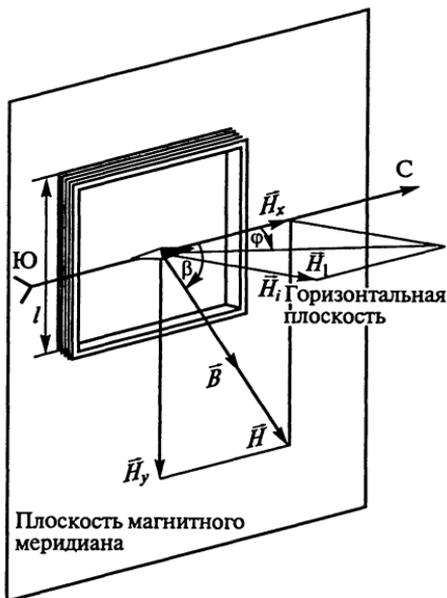


Рис. 2.9.1

$$\operatorname{tg} \varphi = H_i / H_x, \quad (1)$$

где  $H_i$  — напряженность магнитного поля тока в центре рамки.

Для квадратной рамки

$$H_i = 2\sqrt{2}NI/\pi l \quad (2)$$

где  $l$  — длина стороны рамки.

Из (1) и (2) следует, что

$$H_x = 2\sqrt{2}NI/\pi l \operatorname{tg} \varphi. \quad (3)$$

Относительная погрешность измерения  $H_x$  может быть при этом определена по формуле:

$$\delta = \Delta H_x / H_x = (\Delta I / I) + (\Delta l / l) + (2\Delta \varphi / \sin 2\varphi), \quad (4)$$

где  $\Delta H_x$ ,  $\Delta I$ ,  $\Delta l$  и  $\Delta \varphi$  — абсолютные ошибки измерения соответствующих величин.

Угол магнитного наклона можно найти с помощью инклинометра. Так называется магнитная стрелка, ось которой может поворачиваться и занимать как вертикальное, так и горизонтальное положения. Угол поворота измеряют по лимбу с делениями. Перед началом измерений плоскость инклинометра устанавливается горизонтально. Поворотом инклинометра вокруг вертикальной оси нулевое деление лимба совмещают с северным концом магнитной

стрелки. После этого плоскость инклинатора устанавливают вертикально и проводят измерения.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерение горизонтальной составляющей напряженности геомагнитного поля.

Ориентируйте тангенс-буссоль таким образом, чтобы витки рамки располагались в плоскости магнитного меридиана. Поворотом лимба добейтесь, чтобы его нулевые деления располагались напротив концов магнитной стрелки.

Убедитесь в том, что стрелка отклоняется при прохождении тока через рамку, а при изменении направления тока стрелка отклоняется в противоположную сторону примерно на такой же угол. В случае если разница между углами отклонения превышает 10 %, проведите повторное ориентирование рамки в плоскости магнитного меридиана. Запишите в таблицу показания лимба напротив северного конца магнитной стрелки  $\varphi_1$ . Измените направление тока, не меняя его значения, и измерьте отклонение стрелки в другую сторону  $\varphi_2$ . Проведите три серии измерений для трех значений тока в рамке, измеряя каждый раз (и записывая в таблицу) точные значения углов отклонения стрелки. Рассчитайте  $H_x$  для каждой пары значений  $I$  и  $\varphi$ , где  $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$ . По формуле (4) рассчитайте максимальную относительную погрешность каждого измерения  $H_x$ . Убедитесь в том, что относительная погрешность измерения минимальна при  $\varphi = 45^\circ$  и возрастает с увеличением угла.

Результаты измерений и вычислений внесите в таблицу. В окончательном результате в качестве  $H_x$  возьмите среднее арифметическое из результатов отдельных измерений.

**Задание 2.** Нахождение модуля напряженности геомагнитного поля.

С помощью инклинатора измерьте угол магнитного наклона  $\beta$  по положениям северного и южного концов стрелки, взяв в качестве окончательного результата их среднее арифметическое. Для повышения точности отсчета можно воспользоваться лупой. Зная угол  $\beta$  и горизонтальную составляющую поля Земли, найдите модуль напряженности геомагнитного поля.

Вычислите модуль индукции геомагнитного поля  $B$ , приняв относительную магнитную проницаемость воздуха равной единице.

## Вопросы и упражнения

1. На чем основано утверждение, что свободно подвешенная магнитная стрелка определяет направление вектора напряженности магнитного поля?

2. Каковы углы магнитного наклона на геомагнитном экваторе и на геомагнитном полюсе?

3. Как зависят углы магнитного склонения и наклона от географических координат точки наблюдения?

4. Как узнать направление тока в рамке по направлению отклонения магнитной стрелки?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.10

### ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СОЛЕНОИДА

Цель работы: ознакомление с методом измерения магнитного поля с помощью веберметра на примере поля соленоида; изучение принципа действия веберметра.

Приборы и принадлежности: соленоид, веберметр с измерительной катушкой, амперметр, источник постоянного тока.

Литература: [6, § 7.1, 7.4]; [31, § 6.12, 7.3]; [37, § 55, 125]; [14, § 6.3]; [18, § 81, 85].

#### Введение

Магнитное поле в данной точке может быть охарактеризовано двумя величинами — вектором напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  и вектором магнитной индукции  $\vec{B}$ .

В случае простейших конфигураций (прямой ток, тороид, бесконечно длинный соленоид) значение  $\vec{H}$  легко находится с помощью закона Ампера (теоремы о циркуляции вектора  $\vec{H}$ ), в более сложных случаях (соленоид конечной длины и др.) расчет  $\vec{H}$  затруднителен. Поэтому в ряде случаев предпочитают экспериментально определять  $\vec{B}$ , а затем находить  $\vec{H}$ .

Величину  $B$  можно измерить, используя явление электромагнитной индукции. Если в некоторую точку поля поместить небольшой контур, то при изменениях магнитного поля, пронизывающего контур, в нем возникает ЭДС индукции, равная скорости изменения магнитного потока  $\mathcal{E} = -d\Phi/dt$ , создающая в контуре ток  $I = \mathcal{E}/R$ . Интегрируя это выражение по времени, получим заряд, протекший по контуру:  $q = \Delta\Phi/R$ . Измерив заряд, можно найти изменение магнитного потока, а в случае изменения потока от нуля до некоторого значения — само это значение. Зная магнитный поток и параметры измерительного контура, можно найти значение индукции  $B$  в той области поля, где находится измерительный контур.

## Описание экспериментальной установки

Внутри исследуемого соленоида (рис. 2.10.1) с помощью стержня с указателем, скользящим вдоль шкалы, может перемещаться измерительная катушка ИК, соединенная с *веберметром* — прибором, измеряющим протекающий по нему заряд. Шкала веберметра, как показывает название прибора, градуирована в единицах магнитного потока. Обмотка соленоида питается постоянным током, измеряемым амперметром. Сила тока изменяется реостатом.

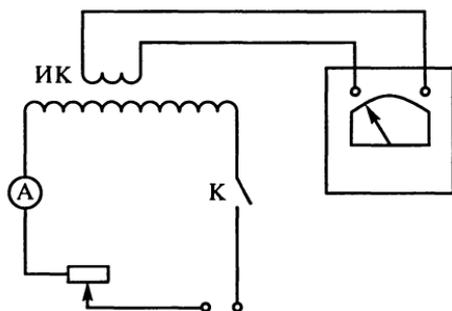


Рис. 2.10.1

Включая ток, отмечают показания веберметров до и после включения. Разность показаний равна значению магнитного потока, сцепленного с измерительной катушкой. Используя данные установки (площадь измерительной катушки ИК и число ее витков  $N$ ), вычисляют искомое значение магнитной индукции в данном месте на оси соленоида.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерение поля внутри соленоида.

При неизменной силе тока перемещайте измерительную катушку вдоль оси соленоида, измеряя через каждые 1—3 см магнитный поток.

Если стрелка веберметра подошла к краю шкалы, следует поставить переключатель прибора в положение «корректор» и с помощью корректора вывести стрелку примерно на середину шкалы. По окончании измерений переключатель поставьте в положение «арретир».

По полученным данным постройте график зависимости  $B_{\text{эксп}} = f(x)$ , где  $x$  — расстояние от края соленоида до исследуемой точки.

**Задание 2.** Сравнение экспериментальных данных с теоретическими.

На графике, полученном в задании 1, постройте в том же масштабе теоретическую кривую зависимости  $B_{\text{теор}} = f(x)$ , пользуясь формулой

$$B_{\text{теор}} = \mu\mu_0 \frac{nI}{2} \left( \frac{l-x}{\sqrt{R^2 - (l-x)^2}} + \frac{x}{R^2 + x^2} \right),$$

где  $n$  — число витков на единицу длины соленоида;  $l$  — длина соленоида;  $x$  — расстояние от края соленоида до исследуемой точки;  $R$  — радиус соленоида.

**За д а н и е 3.** Исследование зависимости индукции внутри соленоида от силы тока в обмотке.

Установите измерительную катушку в определенном месте (вблизи середины соленоида), изменяйте силу тока, отметьте показания веберметра для каждого значения силы тока. После этого вычислите значения  $B$  и постройте график  $B_{\text{эксп}} = f(I)$ .

В том же масштабе постройте теоретическую кривую  $B_{\text{теор}} = f(I)$ , рассчитав  $B$  по приведенной выше формуле. Необходимые для расчета данные соленоида, а также пределы изменения силы тока указаны в паспорте установки.

### Вопросы и упражнения

1. Каков физический смысл величин  $H$  и  $B$  и каковы единицы измерения этих величин?
2. Как связаны между собой величины  $H$  и  $B$  в вакууме и в различных средах?
3. Как устроен и как работает веберметр?
4. Почему стрелку веберметра не следует ставить на ноль перед началом измерений?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.11

### ИЗМЕРЕНИЕ УДЕЛЬНОГО ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОНА МЕТОДОМ МАГНЕТРОНА

Цель работы: изучение движения зарядов в скрещенных полях — электрическом и магнитном; определение удельного заряда электрона.

Приборы и принадлежности: электронная лампа с цилиндрическим анодом (6Е5С — индикатор настройки), соленоид, микроамперметр, амперметр и вольтметр постоянного тока, реостат, источники питания.

Литература: [6, § 7.1, 7.9, 7.12]; [31, § 10.1—10.4]; [37, § 49, 86, 87, 89, 90]; [18, § 179, 183].

### Введение

На заряд  $e$ , движущийся в электрическом поле с напряженностью  $\vec{E}$  и магнитном поле с индукцией  $\vec{B}$ , действует сила Лоренца:

$$\vec{F}_л = e\vec{E} + e[\vec{v}\vec{B}]. \quad (1)$$

В общем случае, когда магнитное и электрическое поля неоднородны и меняются во времени, движение частицы приобретает сложный характер. Однако в простейших случаях траекторию движения заряда можно легко найти. В отсутствие электрического поля заряд движется по траектории, форма которой зависит от взаимного направления  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ , а именно: если  $\vec{v} \parallel \vec{B}$ , то траектория — прямая; если  $\vec{v} \perp \vec{B}$ , то траектория — окружность радиуса  $r = mV/(eB)$ ; если  $\vec{v}$  направлено под углом к  $\vec{B}$ , траектория имеет вид винтовой линии с постоянными радиусом и шагом.

Эти и более сложные случаи движения зарядов в электрическом и магнитном полях подробно рассмотрены в [2] и [20].

### Описание экспериментальной установки и методика измерений

В настоящей работе удельный заряд (отношение  $e/m$ ) для электрона определяется методом магнетрона. Это название связано с тем, что применяемая в работе конфигурация электрического и магнитного полей подобна используемой в магнетронах — генераторах электромагнитных колебаний сверхвысоких частот.

Движение электронов в этом случае происходит в кольцевом пространстве, заключенном между катодом и анодом электронной лампы — индикатора настройки (рис. 2.11.1). Катод К располагается вдоль оси лампы и является источником свободных термоэлектронов. В верхней части лампы находится экран (Э) в виде усеченного конуса, внутренняя поверхность которого покрыта веществом, светящимся при попадании на него электронов.

В нижней части лампы располагается анод А и сетка С, соединенная с анодом через резистор  $R \approx 2 \text{ МОм}$  (см. рис. 2.11.7).

Лампа помещается внутри соленоида, создающего магнитное поле, параллельное катоду. Рассмотрим траекторию электронов в этой части лампы. Воспользуемся цилиндрической системой координат, т.е. будем характеризовать положение точки расстоянием от оси цилиндра  $r$ , полярным углом  $\phi$  и смещением вдоль оси  $z$  (рис. 2.11.2).

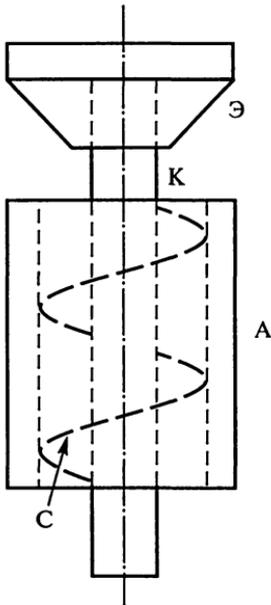


Рис. 2.11.1

Известно, что в цилиндрическом конденсаторе вектор напряженности электрического поля имеет только радиальную компоненту, равную

$$E_r = -U/[r \ln(a/b)], \quad (2)$$

где  $U$  — разность потенциалов между анодом и катодом (анодное напряжение);  $r$  — расстояние от оси катода до исследуемой точки;  $a$  и  $b$  — радиусы катода и анода соответственно.

Сила, действующая на электрон в таком поле, направлена по радиусу и равна (далее в настоящей работе под  $e$  понимается  $|e_{эл}|$ )

$$F_r^{эл} = -eE_r \quad (3)$$

Рассмотрим силы, действующие на электроны со стороны магнитного поля. Как нетрудно убедиться (см. [1]), они равны:

$$F_\varphi^M = ev_r B, \quad F_r^M = -ev_\varphi B; \quad (4)$$

где

$$v_r = \frac{dr}{dt}, \quad v_\varphi = \frac{d\varphi}{dt} r. \quad (5)$$

Таким образом, магнитные и электрические силы, действующие на электрон, не имеют составляющих вдоль оси  $z$ , и движение вдоль нее является равномерным. Запишем уравнения моментов для движения электронов в плоскости ( $r, \varphi$ )

$$\frac{d}{dt} \left( J \frac{d\varphi}{dt} \right) = M_z,$$

где  $J = mr^2$  — момент инерции электрона относительно оси  $z$ ;  $M_z = rF_\varphi$ .

Из (4) и (5) следует

$$\frac{d}{dt} (mr^2\dot{\varphi}) = eBr \frac{dr}{dt} = \frac{1}{2} Be \frac{d(r^2)}{dt}. \quad (6)$$

Интегрируя это выражение, можно найти  $\varphi$ :

$$\varphi = eB(1 - a^2/r^2)/2m. \quad (7)$$

Рассмотрим движение электрона вдоль радиуса лампы. Так как магнитное поле никакой работы не производит, то работа электрических сил при перемещении электрона от катода до точки с потенциалом  $U$  равна кинетической энергии электро-

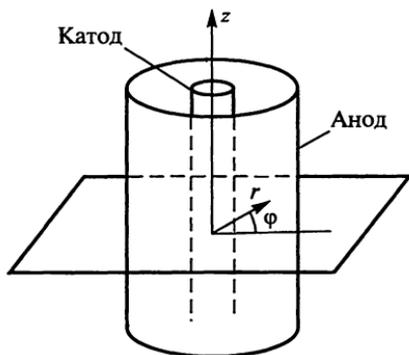


Рис. 2.11.2

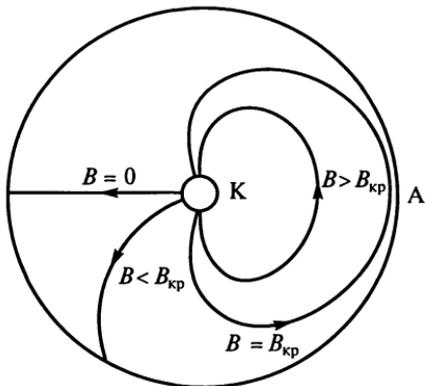


Рис. 2.11.3

(рис. 2.11.3) траектория электрона прямолинейна и направлена вдоль радиуса. При слабом поле траектория несколько искривлена, но электрон все же попадает на анод. При некотором критическом значении поля  $B_{кр}$  траектория искривляется настолько, что касается анода. Наконец, при  $B > B_{кр}$  электрон вовсе не попадает на анод. При  $B = B_{кр}$  можно найти  $U_a$ , если учесть, что в этом случае радиальная скорость электрона  $V_r$  при  $r = b$  обращается в нуль —  $U_a = eB_{кр}b^2(1 - a^2/b^2)/(8m)$ , откуда

$$(e/m) = 8U_a / \{B^2b^2[1 - (a/b)^2]^2\}. \quad (9)$$

Формула (9) позволяет вычислить  $e/m$ , если при заданном  $U_a$  найдено такое значение магнитного поля, при котором электроны перестают попадать на анод.

Если считать, что все электроны покидают катод со скоростью, точно равной нулю, то при  $B < B_{кр}$  все электроны попадали бы на анод, а при  $B > B_{кр}$  — нет. Анодный ток  $I_a$  с увеличением  $B$  изменялся бы при этом так, как это показано на рис. 2.11.4 штриховой линией.

В действительности электроны, испускаемые нагретым катодом, обладают различными начальными скоростями. Поэтому значения  $B_{кр}$  для таких электронов оказываются разными. Кроме того, в установке невозможно обеспечить полную коаксиальность анода, катода и соленоида. Все эти причины приводят к тому, что зависимость  $I_a = f(B)$  изменяется так, как показано сплошной линией на рис. 2.11.4. В хорошо собранной установке перелом функции  $I_a = f(B)$  остается достаточно

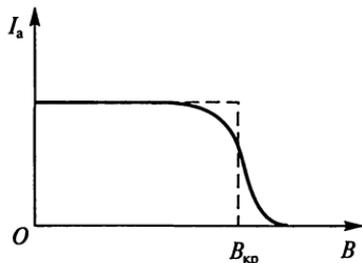


Рис. 2.11.4

на (начальной скоростью электрона мы пренебрегаем):  $eU = mV^2/2 = m(V_r^2 + V_\phi^2)/2$ , или, используя (5) и (7):

$$eU = \frac{m}{2} \left\{ V_r^2 + \left[ \frac{reB}{2m} \left( 1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \right]^2 \right\}. \quad (8)$$

Это уравнение полностью определяет радиальное движение электронов.

Рассмотрим траекторию движения электронов, вылетающих из катода при потенциале анода  $U_a$ . В отсутствие магнитного поля

резким и для измерения  $e/m$  в задании 2 в качестве  $B_{кр}$  лучше всего принимать такое значение индукции магнитного поля, при котором эта кривая имеет *максимальный наклон*. Естественно, что в этой области экспериментальные точки снимают наиболее часто.

В задании 1 визуально (по экрану индикатора настройки) наблюдается закручивание траектории электрона в магнитном поле. По этим наблюдениям можно оценить  $B_{кр}$ , при котором электроны перестают достигать края экрана и он начинает темнеть. После этого можно вычислить по формуле (9) величину  $e/m$ .

Индикатор настройки 6Е5С имеет следующие геометрические размеры: радиус анода  $b = 3$  мм, катода —  $a = 0,5$  мм, экрана —  $c = 10$  мм. Для определения величины магнитного поля катушки (соленоида) используется прилагаемый к работе график зависимости  $B$  от тока соленоида  $I_c$ .

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Оценка величины  $e/m$  по картине на экране индикатора настройки.

Соберите схему согласно рис. 2.11.5. После проверки схемы включите источник тока и установите напряжение между катодом и экраном  $U_a = 100$  В. После прогрева лампы экран должен засветиться в виде зеленоватого кольца с темным сектором.

Выключите схему, наденьте катушку на лампу и установите ее на уровне экрана.

Соберите схему питания катушки согласно рис. 2.11.6.

После повторного включения источника наблюдайте за изменением картинки на экране индикатора при изменении  $I_c$  от 0 до 0,2 А. Заметьте, при каком  $I_c$  край экрана лампы начинает темнеть, и запишите это значение. Прделайте это несколько раз, найдите среднее значение  $I_c$ ; по графику  $B=f(I_c)$  найдите  $B_{кр}$ . Вычислите значение  $e/m$ , используя расчетную формулу (9), геометрические размеры лампы  $a$  и  $c$ , а также значение  $U_a$  (в данном случае экран является анодом, поэто-

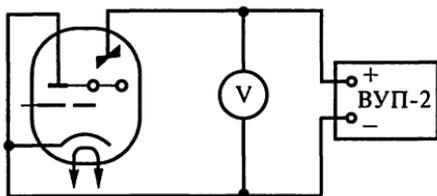


Рис. 2.11.5

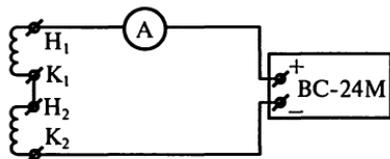


Рис. 2.11.6

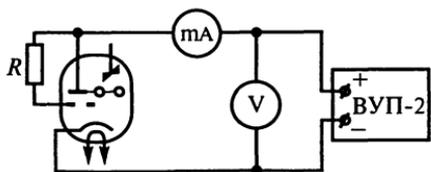


Рис. 2.11.7

му радиус анода  $b$  в выражении для  $U_a$  заменяется на радиус экрана  $c$ .

**Задание 2.** Измерение  $e/m$  методом магнетрона.

Соберите схему по рис. 2.11.7. Для этого сравните ее со схемой установки задания 1 (см. рис.

2.11.5) и внесите необходимые изменения.

Установите катушку на штырьки с индексом «2». Установите анодное напряжение  $U_a = 3 \div 4$  В и снимите зависимость анодного тока  $I_a$  от  $I_c$  (в области резкого изменения  $I_a$ , шаг изменения  $I_c$  должен быть минимальным).

Постройте график  $I_a = f(I_c)$ . По максимальному наклону зависимости  $I_a = f(I_c)$  определите  $I_c^{кр}$ ; по графику  $B = f(I_c)$  найдите  $B_{кр}$  и вычислите значение  $e/m$ .

### Вопросы и упражнения

1. Объясните, как будет двигаться электрон, если векторы скорости, напряженности электрического поля и индукции магнитного поля располагаются следующим образом: а)  $\vec{v}$  параллельно  $\vec{E}$  и перпендикулярно  $\vec{B}$ ; б)  $\vec{v}$  перпендикулярно  $\vec{E}$  и параллельно  $\vec{B}$ ; в)  $\vec{E} = 0$ , между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{v}$  угол  $45^\circ$ .

2. Что называют термоэлектронной эмиссией?

3. Объясните, почему зависимость  $I_a = f(I_c)$  (см. рис. 2.11.4) в эксперименте не имеет «ступенчатой» формы.

4. В задании 1 при  $B \gg B_{кр}$  на экране индикатора остается светящееся пятно, т.е. экран полностью не гаснет. Объясните это явление.

5. Получите формулу для расчета  $e/m$ .

6. Влияет ли геомагнитное поле на результаты измерений  $e/m$ ?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.12

### ИЗУЧЕНИЕ СВОЙСТВ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ ОСЦИЛЛОГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

**Цель работы:** получение экспериментальной зависимости магнитной индукции и магнитной проницаемости от напряженности магнитного поля; определение коэрцитивной силы, остаточной индукции и коэффициента прямоугольности петли гистерезиса.

**Приборы и принадлежности:** ферромагнитный сердечник тороидальной формы с двумя обмотками, осциллограф, ламповый милливольтметр, миллиамперметр переменного тока (200 мА), конденсатор, магазин сопротивлений (с декадой

« $\times 10000$ »), реостат (41 Ом, 2,1 А), автотрансформатор, понижающий трансформатор.

Литература: [6, § 8.1, 8.2, 8.5—8.7]; [31, § 7.1—7.3, 7.5, 7.9, 8.9]; [37, § 74—77, 79]; [14, § 7.1—7.3, 7.5, 7.6]; [18, § 103—107, 109—112].

## Введение

Для нахождения зависимости магнитной индукции  $B$  внутри ферромагнетика от напряженности магнитного поля  $H$  с помощью электронного осциллографа достаточно подать на одну пару его отклоняющих пластин напряжение, пропорциональное  $H$ , а на другую — пропорциональное  $B$ . Это можно осуществить, используя ферромагнитный сердечник с двумя обмотками: первичной (намагничивающей) и вторичной (измерительной) (рис. 2.12.1). Получить напряжение, пропорциональное  $H$ , легко. Для этого в цепь первичной обмотки следует включить резистор и с него подать напряжение на вход  $X$ . Получить подобным образом напряжение, пропорциональное  $B$ , невозможно, так как ЭДС во вторичной обмотке пропорциональна не самой индукции  $B$ , а ее производной по времени. Поэтому, прежде чем подать напряжение со вторичной обмотки на вход  $Y$ , его нужно проинтегрировать с помощью так называемой интегрирующей цепочки  $RC$  при правильном подборе ее параметров (см. ниже).

Отклонение луча осциллографа по оси  $x$  будет, таким образом, пропорционально  $H$ , а по оси  $y$  — пропорционально  $B$ , и, следовательно, на экране получится график искомой зависимости  $B$  от  $H$  при периодическом изменении  $H$  (первичная обмотка питается переменным током), т.е. петля гистерезиса, характеризующая исследуемый ферромагнетик.

## Описание экспериментальной установки

В работе используется установка, схема которой приведена на рис. 2.12.1 (АТ — автотрансформатор; Тр — понижающий трансформатор;  $\Phi$  — сердечник из ферромагнетика с двумя обмотками: намагничивающей  $N_1$  и измерительной  $N_2$ ;  $R_1$  — реостат;  $\text{mA}$  — миллиамперметр;  $R_2$  — переменный резистор (магазин сопротивлений);  $C$  — конденсатор;  $\text{mV}$  — ламповый милливольтметр; ЭО — электронный осциллограф).

При пропускании переменного тока по первичной обмотке сердечника во вторичной наводится ЭДС индукции

$$\mathcal{E} = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt},$$

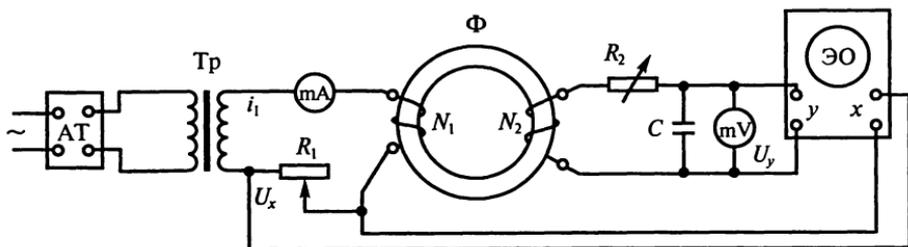


Рис. 2.12.1

где  $N_2$  — число витков измерительной обмотки;  $S$  — площадь сечения образца;  $\Phi$  — магнитный поток через площадь, ограниченную витком обмотки;  $B$  — индукция в образце.

Напряжение  $U_y$ , подаваемое на вертикальный вход осциллографа, получается интегрированием ЭДС по времени благодаря цепочке, состоящей из резистора  $R_2$  и конденсатора  $C$ . Очевидно, что

$$U_y = U_C = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int Idt. \quad (1)$$

Если  $R \gg 1/(\omega C)$ , то  $I \approx \mathcal{E}/R_2$  и тогда

$$U = \frac{\int \mathcal{E} dt}{CR_2}. \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получаем

$$U_y = \left( \int N_2 S \frac{dB}{dt} dt \right) / (CR_2) = N_2 SB / (CR_2). \quad (3)$$

Из выражения (3) видно, что напряжение на вертикальном входе осциллографа пропорционально магнитной индукции в образце.

Напряжение на сопротивлении  $R_1$ , подаваемое на горизонтальный вход осциллографа, равно

$$U_x = IR_1, \quad (4)$$

где  $I$  — сила тока в первичной обмотке.

В то же время напряженность магнитного поля внутри тороида

$$H = N_1 I / l, \quad (5)$$

где  $N_1$  — число витков намагничивающей обмотки,  $l = \pi(D + d)/2$  ( $D$ ,  $d$  — соответственно внешний и внутренний диаметры обмотки).

Из соотношений (4) и (5) следует, что  $U_x = IR_1 H / N_1$ .

Таким образом, на вертикально отклоняющие пластины осциллографа подается напряжение, пропорциональное  $B$ , а на горизонтально отклоняющие — пропорциональное  $H$ . За один период изменения силы тока след электронного луча опишет петлю гистерезиса, а за каждый последующий период в точности повторит ее. Поэтому на экране осциллографа будет наблюдаться неподвижная петля гистерезиса.

Принимая во внимание, что миллиамперметр и милливольтметр регистрируют действующие значения напряжения и силы тока, формулы для расчета  $B$  и  $H$  следует представить в виде:

$$B = \sqrt{2}UCR_2 / N_2S; H = \sqrt{2}IN_1 / l. \quad (6)$$

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Наблюдение петли гистерезиса на экране осциллографа.

Соберите схему согласно рис. 2.12.1 и после проверки подсоедините к сети. Включите милливольтметр и осциллограф, установите электронный луч в центр координатной сетки. С помощью автотрансформатора подайте напряжение на намагничивающую обмотку, предварительно переключив измерительные приборы на верхние пределы измерения. Подбирая сопротивление  $R_2$  и регулируя усиление осциллографа по вертикали и горизонтали, получите на экране петлю гистерезиса. Добейтесь того, чтобы петля гистерезиса имела участок насыщения и занимала большую часть экрана.

Пользуясь показаниями измерительных приборов, а также формулами (6), вычислите магнитную индукцию и напряженность поля, соответствующие вершине петли гистерезиса. Определите чувствительность осциллографа по вертикали в Тл/дел, а по горизонтали — в (А/м)/дел. Найдите индукцию насыщения  $B_s$ , остаточную индукцию  $B_r$ , коэрцитивную силу  $H_c$  и коэффициент прямоугольности петли исследуемого образца  $B_r/B_s$ .

**Задание 2.** Определение магнитной проницаемости образца.

Уменьшая подаваемое напряжение, постепенно стяните петлю в точку, записывая при этом показания миллиамперметра через каждые 5 делений шкалы и соответствующие им показания милливольтметра. Для каждого значения силы тока вычислите  $B$  и  $H$ .

По полученным данным для каждого значения поля определите магнитную проницаемость:  $\mu = B/\mu_0 H$ . Значения ( $I$ ,  $U$ ,  $H$ ,  $B$ ,  $\mu$ ,  $B_r$ ,  $H_c$ ,  $B_s$ ,  $B_r/B_s$ ) занесите в таблицу. Постройте графики функций  $B = f_1(H)$  и  $\mu = f_2(H)$ .

## Вопросы и упражнения

1. Как изменится индукция  $B$  внутри тороида, обтекаемого неизменным током, при заполнении его: а) парамагнетиком; б) диамагнетиком?
2. В чем заключается явление магнитного гистерезиса?
3. Какую величину называют задерживающей (коэрцитивной) силой ферромагнетика?
4. Что называют остаточной индукцией? Как оценить энергию, расходуемую на перемагничивание ферромагнетика?
5. Каковы наиболее существенные различия в петлях гистерезиса ферромагнетиков, используемых для изготовления сердечников трансформаторов и для постоянных магнитов?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.13

### ИЗУЧЕНИЕ ПРОЦЕССОВ ЗАРЯДКИ И РАЗРЯДКИ КОНДЕНСАТОРА НА УСТАНОВКЕ С КОМПЬЮТЕРОМ

Цель работы: ознакомление с измерительной компьютерной системой; изучение процесса зарядки и разрядки конденсатора; определение заряда, емкости и энергии конденсатора; проверка соотношений для вычисления емкости параллельно и последовательно соединенных конденсаторов.

Приборы и принадлежности: измерительный компьютерный блок, ПК, микроамперметр, вольтметр, набор постоянных и переменных резисторов и конденсаторов, ключ, источник тока.

Литература: [6, § 2.4, 4.2, 5.12]; [31, § 3.3, 3.4, 4.2]; [37, § 26, 48]; [14, § 2.6, 4.2]; [18, гл. IV, § 216].

## Введение

Зарядку и разрядку конденсатора  $C$  можно наблюдать на установке, изображенной на рис. 2.13.1. При замыкании ключа  $K$  происходит зарядка конденсатора через резистор  $R_1 \gg R_3$ , изменение напряжения на конденсаторе измеряется на резисторе  $R_2$ , а ток зарядки по напряжению на резисторе  $R_3$ . При размыкании ключа  $K$  начинается разряд конденсатора через резистор  $R_2 \gg R_3$ . Изменение напряжения

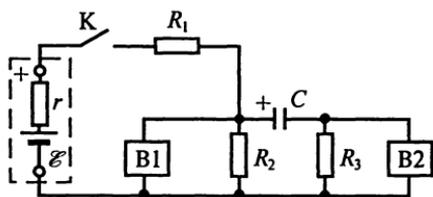


Рис. 2.13.1

на конденсаторе измеряется на резисторе  $R_2$ , а ток зарядки по напряжению на резисторе  $R_3$ . При размыкании ключа  $K$  начинается разряд конденсатора через резистор  $R_2 \gg R_3$ . Изменение напряжения

на конденсаторе измеряется на резисторе  $R_2$ , а ток разрядки — по напряжению на резисторе  $R_3$ .

При зарядке конденсатора через резистор  $R_1$  напряжение на нем  $U_C$  растет по закону:  $U_C = U_m \{1 - \exp[-t/(R_1 C)]\}$ , где  $U_m$  равно максимальному напряжению на конденсаторе. С течением времени напряжение  $U_C$  увеличивается, асимптотически приближаясь к  $U_m$ .

В случае разрядки конденсатора через резистор  $R_2$  зависимость напряжения на нем от времени имеет вид:  $U_C = U_m \exp[-t/(R_2 C)]$ , т.е. с течением времени напряжение  $U_C$  уменьшается по экспоненциальному закону, асимптотически приближаясь к нулю.

Таким образом, процессы зарядки и разрядки конденсатора происходят не мгновенно, а за конечный промежуток времени. Время установления электрического равновесия зависит от величины  $\tau = RC$ , имеющей размерность времени и называемой *временем релаксации*. Величина  $\tau$  показывает, через какое время после начала разряда напряжение на конденсаторе уменьшается в  $e \approx 2,72$  раза.

В настоящей работе по результатам измерения изменений напряжения на конденсаторе и зарядного (разрядного) тока через него со временем определяются его емкость, заряд и запасенная в нем максимальная энергия электрического поля. Эти измерения для увеличения точности измерений и облегчения выполнения работы проводятся на установке с компьютером.

### Описание экспериментальной установки

На рис. 2.13.1 приведена схема лабораторной установки. Измерительный компьютерный блок (ИКБ) имеет два входа: В1 — для измерения напряжения и В2 — для определения тока в цепи. ИКБ преобразовывает соответствующие аналоговые сигналы (напряжения) в цифровые, а ПК вводит их в свою память для последующей обработки и управляет ИКБ.

Резистор  $R_3$  используется для определения тока зарядки (разрядки) конденсатора. Значение сопротивления этого резистора вводится в память ПК для проведения вычислений.

Входные сопротивления ИКБ составляют более  $10^5$  Ом, но со временем параметры установки могут изменяться (например, сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ) и рекомендуется перед началом основных измерений про-

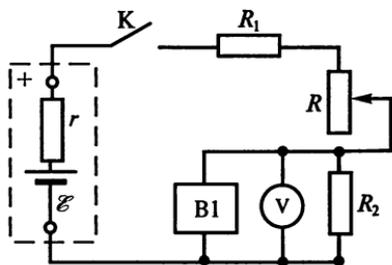


Рис. 2.13.2

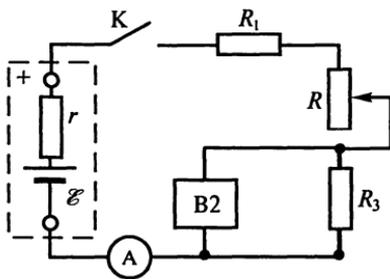


Рис. 2.13.3

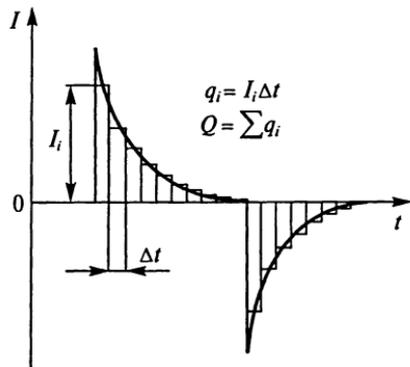


Рис. 2.13.4

водить калибровку установки. При этом эталонный вольтметр подсоединяется параллельно входу В1 (рис. 2.13.2), а эталонный амперметр подключается последовательно с резистором  $R_3$  (рис. 2.13.3). Калибровка установки проводится путем последовательного ввода в память ПК показаний эталонного вольтметра (микроамперметра) и соответствующего напряжения со входа В1 (В2) при плавном уменьшении до нуля сопротивления переменного резистора  $R$ . Значения сопротивлений  $R$ ,  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  приведены в дополнении к лабораторной работе.

Опишем процесс обработки данных с помощью ПК. В применяемой нами программе производится суммирование зарядов, прошедших через измерительное сопротивление ( $R_3$ ) в процессе зарядки конденсатора. При этом используют полученные в эксперименте значения тока в цепи конденсатора. Регистрируемые данные вводятся в компьютер дискретно, с интервалом в  $\Delta t = 0,06$  с. Значение силы тока, вычисленное по формуле  $I = U_3 / R_3$ , где  $U_3$  — напряжение, измеренное на резисторе  $R_3$ , умножают на промежуток времени  $\Delta t$ , определяя тем самым заряд  $q_i = I_i \Delta t$ , прошедший за это время в цепи конденсатора. Полный заряд вычисляется как сумма зарядов и численно равен площади под графиком зависимости силы тока от времени (рис. 2.13.4).

При проведении эксперимента следует обратить внимание на то, что на начальной стадии зарядки и разрядки в цепи конденсатора течет большой ток и напряжение на нем быстро меняется. На заключительной стадии зарядки (разрядки) конденсатора напряжение на нем изменяется очень медленно, а ток при этом близок к нулю. В расчете с использованием результатов измерений на заключительной стадии зарядки (разрядки) конденсатора возможно появление заметных ошибок. Они связаны как с низкой точностью измерения относительно малых значений тока, так и с накоплением ошибки при измерении времени. Поэтому для определения емкости конденсатора программа производит суммирова-

ние заряда на стадии зарядки конденсатора. Кроме того, при проведении эксперимента с записью результатов для повышения точности рекомендуется остановить зарядку (разомкнуть ключ) при достижении 80—90 % максимального напряжения на конденсаторе. После проведения расчета на экран выводятся значения заряда на конденсаторе, емкость  $C = q/U$  и энергия  $W = qU/2$ .

## Измерения и обработка результатов

Перед выполнением работы ознакомьтесь с руководством для пользователя по работе с программой и ИКБ и с дополнением к лабораторной работе.

**За д а н и е 1.** Калибровка установки по напряжению.

Соберите установку в соответствии с рис. 2.13.2 и с дополнением к работе. Убедитесь, что переменный резистор  $R$  установлен так, что его сопротивление максимально. Войдите на ПК в программу «Измерение напряжения». Замкните ключ  $K$  и, плавно уменьшая сопротивление  $R$  до нуля, введите не менее 10 показаний эталонного вольтметра в ПЭВМ. Проведите обработку результатов измерений в соответствии с инструкцией для пользователя. Выйдите в основное меню программы.

**За д а н и е 2.** Калибровка установки по силе тока.

Соберите установку в соответствии с рис. 2.13.3 и с дополнением к работе. Убедитесь, что переменный резистор  $R$  установлен так, что его сопротивление максимально. Войдите на ПК в программу «Измерение силы тока». Замкните ключ  $K$  и, плавно уменьшая сопротивление  $R$  до нуля, введите не менее 10 показаний эталонного амперметра в ПК. Проведите обработку результатов измерений в соответствии с инструкцией для пользователя. Выйдите в основное меню программы.

**За д а н и е 3.** Определение заряда, емкости и энергии конденсатора.

Соберите установку в соответствии с рис. 2.13.1 и с дополнением к лабораторной работе. Войдите на ПК в программу «Определение заряда, емкости и энергии конденсатора». Проведите измерения и обработку результатов в соответствии с руководством для пользователя.

После завершения счета программы запишите в тетрадь высвеченные на экране величины заряда на конденсаторе, значения его емкости и энергии. Сравните эти значения с теоретическими. Вычислите времена заряда и разряда конденсатора и запишите их в тетрадь. Выйдите в основное меню программы.

Проведите измерения для другого конденсатора; двух конденсаторов, соединенных параллельно и последовательно. Сравните полученные результаты с теоретическими.

## Вопросы и упражнения

1. Во сколько раз уменьшается напряженность поля внутри конденсатора за время релаксации?
2. Объясните принцип работы установки и вычисления результатов измерений.
3. Для чего проводится калибровка установки по току и напряжению?
4. Какие значения сопротивлений  $R_1$ ,  $R_2$  и конденсатора  $C$  можно использовать в установке без ухудшения результатов вычислений, если ввод данных в компьютер будет производиться через  $\Delta t = 10^{-3}$  с?
5. Влияет ли на результаты измерений шунтирование входов В1 и В2 (входные сопротивления  $\sim 10^5$  Ом) сопротивлением установки?
6. Почему при подключении конденсаторов необходимо строго соблюдать полярность?
7. Зная параметры элементов измерительной установки, вычислите теоретическое значение величины  $U_m$ . Сравните полученный результат с данными экспериментов и объясните причину отличия.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.14

#### ИЗУЧЕНИЕ РЕЗОНАНСА НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВ НА ТЕХНИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЕ

Цель работы: изучение резонанса в параллельном и последовательном контурах; экспериментальное определение параметров контуров.

Приборы и принадлежности: катушка индуктивности, батарея конденсаторов на 16 мкФ, вольтметр на 600 В, переключатель — 2 шт., автотрансформатор, миллиамперметр — 3 шт.

Литература: [6, § 11.1—11.7]; [31, гл. 13]; [37, § 127, 129, 131, 132]; [14, гл. 11]; [18, § 217—225].

#### Введение

В работе изучаются процессы, происходящие в контуре, состоящем из конденсатора и катушки индуктивности, под действием внешней синусоидальной электродвижущей силы технической частоты ( $f = 50$  Гц). Последовательное соединение элементов контура по отношению к источнику питания представлено на рис. 2.14.1, параллельное — на рис. 2.14.2.

Источник синусоидальной ЭДС возбуждает в контуре вынужденные колебания. Изменение емкости контура приводит к изменению собственной частоты контура. Когда собственная частота контура приблизится к частоте питающей ЭДС (которая в

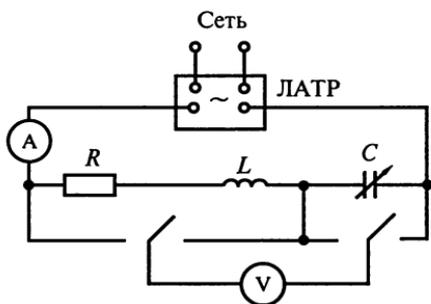


Рис. 2.14.1

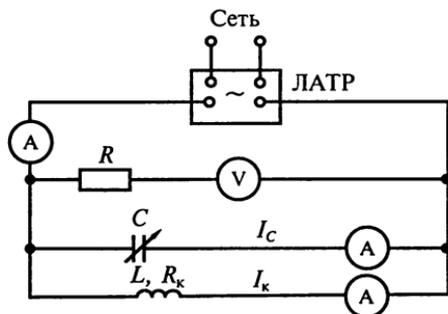


Рис. 2.14.2

данной работе не изменяется), в контуре возникнут резонансные явления. Они проявляются в возрастании амплитуд соответствующих величин (напряжений или токов) на элементах контура.

В последовательном контуре (см. рис. 2.14.1) наблюдают *резонанс напряжений* (последовательный резонанс), при котором напряжения на конденсаторе и катушке индуктивности превышают напряжение источника. В параллельном контуре (см. рис. 2.14.2) можно наблюдать *резонанс токов* (параллельный резонанс), при котором силы токов в катушке и конденсаторе превышают силу тока до разветвления.

В данной работе определяются зависимости напряжения на катушке индуктивности, на контуре в целом, а также на батарее конденсаторов и силы тока в контуре и его элементах от емкости контура.

Реальную катушку можно представить как последовательно соединенные идеальную катушку с индуктивностью, равной индуктивности реальной катушки, и резистор, сопротивление которого равно активному сопротивлению реальной катушки (см. рис. 2.14.1 и 2.14.2). Потери электрической энергии в конденсаторе обычно малы и здесь не учитываются.

## Измерения и обработка результатов

### Задание 1. Изучение резонанса напряжений.

Соедините приборы по схеме (см. рис. 2.14.1) и подайте на контур напряжение не выше 30 В. Изменяя емкость через 1 мкФ, устанавливайте каждый раз одинаковое напряжение на контуре  $U$ ; затем измеряйте напряжение на емкости  $U_C$ , катушке  $U_k$ , а также силу тока в контуре  $I$ . Постройте (на одном чертеже) графики зависимостей  $U_k$ ,  $U_C$  и  $I$  от  $C$ .

Вычислите индуктивность катушки и ее активное сопротивление. Постройте векторные диаграммы напряжений для случая резонанса, а также для тех случаев, когда емкость значительно больше и значительно меньше резонансной. Рассчитайте фазовый сдвиг между силой тока  $I$  и напряжением  $U$  по векторным диаграммам и теоретической формуле для резонанса и для предельных случаев  $C \gg C_{\text{рез}}$  и  $C \ll C_{\text{рез}}$ . Вычислите добротность контура.

**Зада н и е 2.** Изучение резонанса токов.

Соберите схему (см. рис. 2.14.2). Меняя емкость в контуре через  $1 \text{ мкФ}$ , измерьте силы токов  $I_k$ ,  $I_C$ ,  $I$ , поддерживая постоянство напряжения на контуре. Результаты занесите в таблицу. Постройте на одном чертеже графики зависимостей:  $I_k = f_1(C)$ ,  $I_C = f_2(C)$ ,  $I = f_3(C)$ . Вычислите индуктивность катушки и ее активное сопротивление. Сравните с результатами, полученными в задании 1. Постройте векторные диаграммы токов для случая резонанса и для емкостей  $C_1 = 1 \text{ мкФ}$  и  $C_2 = 16 \text{ мкФ}$  и найдите сдвиги между  $i_k$  и  $U$  и между  $i$  и  $U$  для этих трех случаев. Кроме того, определите резонансное сопротивление контура.

### Вопросы и упражнения

1. Назовите соответственные величины в электрических и механических колебательных системах.

2. Что такое добротность колебательного контура? От каких величин она зависит?

3. Как рассчитать резонансные сопротивления последовательного и параллельного контуров?

4. Как объяснить, что напряжения на элементах контура при достижении резонанса превышают полное напряжение на контуре?

5. Чем обусловлено активное сопротивление катушки индуктивности? Изменится ли оно, если вынуть ферромагнитный сердечник?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.15

### ИЗУЧЕНИЕ РЕЗОНАНСА НАПРЯЖЕНИЙ И ТОКОВ С ПОМОЩЬЮ ЗВУКОВОГО ГЕНЕРАТОРА И ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель работы: изучение резонансных явлений.

Приборы и принадлежности: звуковой генератор, электронный осциллограф, катушка индуктивности, два конденсатора, малый мостик Уитстона, декадный магазин сопротивлений, панель с конденсаторами.

Литература: [6, § 11.1—11.7]; [31, гл. 13]; [37, § 127, 129, 131, 132]; [14, гл. 11]; [18, § 217—225].

## Введение

Данная работа отличается от работы 2.14 тем, что в ней явление резонанса наблюдается при изменении частоты внешней ЭДС, питающей неизменный контур, тогда как в работе 2.14 частота ЭДС была неизменной, а изменялся один из параметров контура — емкость.

### I. Изучение резонанса напряжений

#### Описание экспериментальной установки

Электрическая схема, используемая для изучения резонанса напряжений, приведена на рис. 2.15.1. Источником питания является звуковой генератор ГЗ-33. Электронный осциллограф выполняет роль вольтметра с большим входным сопротивлением. Переменное сопротивление  $R$  представляет собой декадный магазин сопротивлений. Активное сопротивление  $R_k$  катушки можно считать равным ее «омическому» сопротивлению, т. е. сопротивлению постоянному току. Последнее можно измерить с помощью мостика Уитстона, предварительно изучив заводское описание этого прибора.

Ознакомьтесь с параметрами катушки индуктивности, конденсаторов и магазина сопротивлений.

Соберите схему и, не включая ее, выясните, каковы должны быть напряжения питания генератора и осциллографа. Обратите внимание на то, чтобы зажим «Земля» генератора оказался соединенным с зажимом «Земля» осциллографа. Тумблер «Внутр. нагр.» генератора поставьте в положение «Вкл.». Ступенчатый переключатель аттенюатора генератора поставьте в положение «600».

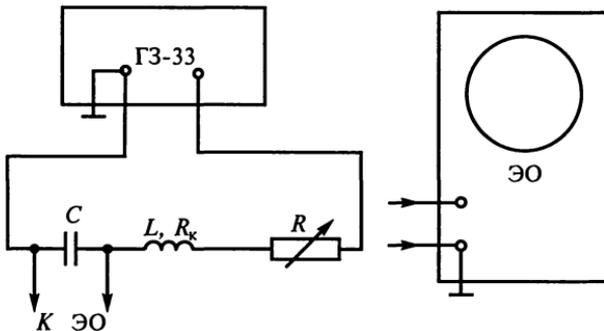


Рис. 2.15.1

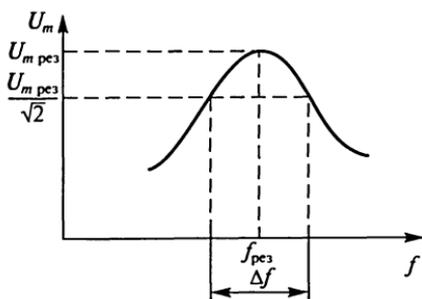


Рис. 2.15.2

Выходное напряжение выберите таким образом, чтобы можно было измерить амплитуду при резонансе. Для этого, изменяя частоту, осуществите резонанс и, изменяя коэффициент усиления усилителя вертикального отклонения электронного луча, добейтесь того, чтобы напряжение при резонансе можно было измерить по шкале осциллографа. Напряжение выходного сигнала не следует брать выше 2 В

(для предотвращения пробоя конденсатора при резонансе).

Настроив таким образом усилитель вертикального отклонения осциллографа, приступайте к получению данных для построения резонансных кривых (характерный вид резонансной кривой показан на рис. 2.15.2).

Для этого, изменяя частоту генератора, записывайте в таблицу значения частоты и соответствующего напряжения на конденсаторе, отсчитывая их по шкале осциллографа. Следите по вольтметру генератора за постоянством напряжения, питающего схему. Очень важно, чтобы измерения проводились при одном и том же коэффициенте усиления усилителя вертикального отклонения электронного луча осциллографа. Только при этом условии полученные для разных случаев данные будут сопоставимы.

Число экспериментально полученных точек должно быть таким, чтобы резонансная кривая четко определялась на всех участках, особенно в области резонанса.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Построение резонансной характеристики последовательного контура.

Постройте график зависимости амплитуды напряжения на конденсаторе от частоты питающего напряжения при постоянной амплитуде последнего.

Проведите подобные измерения и построения, изменив добротность системы путем включения резистора из магазина сопротивления (200—300 Ом). Во всех случаях сравните измеренные значения резонансных частот с теоретическими. Оцените применимость теоретического расчета резонансной частоты по формуле Томсона. Предварительно следует выяснить, нужно ли учитывать при этом входную емкость осциллографа (100 пФ).

Записав значение напряжений на конденсаторе в делениях шкалы осциллографа, проградуируйте эту шкалу в вольтах.

Для этого разберите рабочую схему и, не изменяя коэффициент усиления усилителя вертикального отклонения электронного осциллографа, соедините выход генератора со входом «У» осциллографа. Изменяя напряжение сигнала генератора, запишите показания вольтметра генератора и соответствующие отсчеты по шкале осциллографа; постройте градуировочную кривую.

Добротность контура следует находить по формуле  $Q = f_{\text{рез}} / (\Delta f)$ , где (см. рис. 2.15.2)  $f_{\text{рез}}$  — резонансная частота;  $\Delta f$  — определяемая разность частот, при которых амплитуда напряжения на конденсаторе составляет  $1/\sqrt{2} \approx 0,7$  амплитуды напряжения при резонансе.

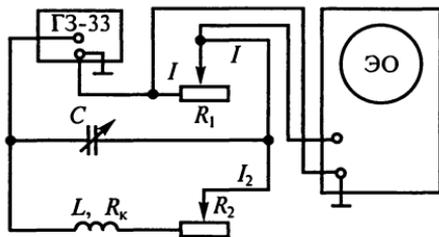


Рис. 2.15.3

## II. Изучение резонанса токов

### Описание экспериментальной установки

Схема установки, необходимой для изучения резонанса токов, представлена на рис. 2.15.3, где  $R_1$  и  $R_2$  — резисторы с переменным сопротивлением (магазины сопротивлений). Напряжение с резистора  $R_1$  подается на вертикальный вход «У» электронного осциллографа. Кроме того, с помощью резистора  $R_1$  можно изменить силу тока в контуре.

С помощью резистора  $R_2$  можно изменять добротность контура; сопротивление резистора  $R_1$  должно быть значительно меньше сопротивления резистора  $R_2$ .

Силу тока в контуре определяют следующим образом: с помощью электронного осциллографа измеряют амплитуду напряжения на известном сопротивлении и по закону Ома рассчитывают силу тока.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 2.** Построение резонансной характеристики параллельного контура.

Постройте графики зависимости тока в контуре от частоты питающего напряжения для двух значений емкости. По резонансным кривым найдите резонансные частоты и сравните их с результатами расчета по формуле Томпсона. Значения  $\omega_{\text{рез.изм}}$ ,  $L$ ,  $C$ , и  $\omega_{\text{рез.выч}}$  занесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Какое значение напряжения (мгновенное, амплитудное или действующее) измеряется осциллографом?

2. Одинаково ли активное сопротивление катушки постоянному или переменному току? Почему?

3. Какое сопротивление  $R$  надо включить, чтобы ухудшить добротность схемы (см. рис. 2.15.1) в два раза? Активные сопротивления генератора и катушки контура равны соответственно  $R_r$  и  $R_k$ . Объясните ответ.

4. Постройте векторные диаграммы токов  $I_r$ ,  $I_k$ ,  $I$  для двух случаев: при отсутствии резонанса; при резонансе.

5. Равны ли токи в катушке и конденсаторе при резонансе: а) при наличии активного сопротивления катушки; б) при его отсутствии?

6. Почему сопротивление контура при резонансе является чисто активным?

7. Каково резонансное сопротивление идеализированного параллельного контура при  $R_k = 0$ ? Каков при этом ток в контуре? Каково при этом соотношение между токами в разветвлениях?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.16

### ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА ОМА ДЛЯ ЦЕПЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Цель работы: ознакомление с одним из методов измерения индуктивности катушки и емкости конденсатора и изучение закона Ома для цепей переменного тока.

Приборы и принадлежности: катушка индуктивности с тремя секциями на 1200, 4000 и 3600 витков, два конденсатора на 4 и 8 мкФ, реостат, омметр, амперметр переменного тока, вольтметр переменного тока, ключ.

Литература: [6, § 11.1—11.7]; [31, гл. 13]; [37, § 127, 129, 131, 132]; [14, гл. 11]; [18, § 217—225].

### Введение

Если к неразветвленному участку цепи, содержащему активное сопротивление  $R$ , индуктивность  $L$  и емкость  $C$ , приложить переменное напряжение  $U = U_m \cos(\omega t)$ , то амплитуда  $I_m$  возни-

кающего в цепи тока связана с амплитудой напряжения соотношением

$$U_m / I_m = Z = \sqrt{R^2 + X^2}, \quad (1)$$

где  $X = \omega L - 1/(\omega C)$  — реактивное сопротивление.

Приборы, которыми пользуются для измерений в цепях переменного тока, обычно определяют действующее значение силы тока  $I = I_m / \sqrt{2}$  и напряжения  $U = U_m / \sqrt{2}$ , связанные между собой так же, как и их амплитуды. Влияние приборов на результаты измерений можно не учитывать.

В данной работе проверяется закон Ома для цепи переменного тока и с помощью соотношения (1) находится индуктивность секций катушки и емкость конденсатора.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерение индуктивности секций катушки.

С помощью омметра измерьте сопротивление  $R_i$  отдельных секций катушки. После этого соберите цепь по схеме (рис. 2.16.1), где  $L_i$  — различные секции катушки. Источником напряжения является городская сеть (частота  $f = 50$  Гц,  $\omega = 2\pi f = 314$  с<sup>-1</sup>).

Перед подачей напряжения полностью введите реостат (сопротивление максимально). Для каждой секции измерьте напряжение при трех значениях силы тока, полученные данные занесите в таблицу ( $R_i$ ,  $U$ ,  $I$ ,  $Z_i$ ,  $Z_{icp}$ ,  $L_i$ ,  $L_{icp}$ ) и вычислите индуктивности соответствующих секций.

**Задание 2.** Определение емкости конденсаторов.

Определите емкости двух конденсаторов и общей емкости конденсаторов при их последовательном и параллельном соединениях.

Приборы соедините по схеме, изображенной на рисунке 2.16.2.

Напряжение на каждом конденсаторе измерьте при трех значениях силы тока. Определите среднее значение емкостного сопротивления конденсатора и рассчитайте емкость конденсатора. Затем произведите те же операции при последовательном и параллельном соединениях конденсаторов. Результаты измерений и расчетов ( $I$ ,  $U$ ,  $Z_c$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_{\text{посл}}$ ,  $C_{\text{пар}}$ ) занесите в таблицу.

**Задание 3.** Проверка закона Ома для цепи переменного тока.

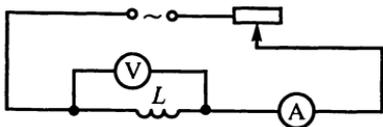


Рис. 2.16.1

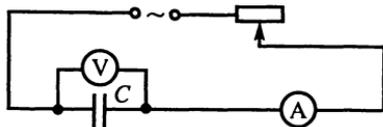


Рис. 2.16.2

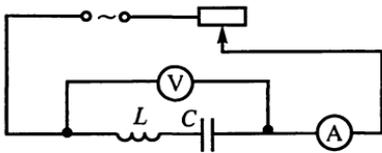


Рис. 2.16.3

Проверка закона Ома сводится к сравнению сопротивления участка цепи, вычисленного по показаниям амперметра и вольтметра  $Z_{\text{изм}} = U/I$ , с рассчитанным по формуле (1).

Приборы соедините по схеме, представленной на рис. 2.16.3. Здесь

$L$  — одна из секций катушки, активное сопротивление и индуктивность которой были определены,  $C$  — один из конденсаторов с известной емкостью. Вначале реостат включите на полное сопротивление, а затем измерьте напряжение при трех значениях силы тока, использованных в задании 1, и вычислите среднее значение  $Z$ . Результаты измерений и расчетов ( $R$ ,  $C$ ,  $L$ ,  $I$ ,  $U$ ,  $Z_{\text{изм}}$ ,  $Z_{\text{изм.ср}}$ ,  $Z_{\text{выч}}$ ,  $\Delta Z/Z$ ) занесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Можно ли утверждать, что активное сопротивление равно омическому, т. е. сопротивлению постоянному току?

2. При каком сердечнике активное сопротивление катушки будет большим: при сплошном металлическом или набранном из изолированных металлических пластин?

3. Нарисуйте векторные диаграммы для участков цепей, рассмотренных в заданиях 1 и 2.

4. Нарисуйте векторные диаграммы для полных цепей (см. рис. 2.16.2 и 2.16.3), приняв сопротивление реостата равным  $0,25 R$  катушки; диаграммы стройте для какого-либо из измеренных случаев.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 2.17

### ИЗМЕРЕНИЯ МОЩНОСТИ, ВЫДЕЛЯЕМОЙ В ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА, И СДВИГА ФАЗ МЕЖДУ СИЛОЙ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЕМ

Цель работы: ознакомление с методом измерения активной мощности и сдвига фаз между силой тока и напряжением в различных цепях переменного тока.

Приборы и принадлежности: электродинамический ваттметр, миллиамперметр переменного тока на 200 мА, вольтметр переменного напряжения на 150 В, лампа накаливания (127 В, 15 Вт), реостат (1500 Ом, 0,4 А), батарея конденсаторов  $2 \times 4$  мкФ, катушки индуктивности.

Литература: [6, § 11.1—11.7]; [31, гл. 13]; [37, § 127, 129, 131, 132]; [14, гл. 11]; [18, § 217—225].

## Введение

Если через нагрузку с активным и реактивным сопротивлением течет квазистационарный синусоидальный ток, то среднее значение активной мощности, выделяемой этим током в нагрузке, определяется формулой:

$$P = IU \cos \varphi, \quad (1)$$

где  $I$  и  $U$  — действующие значения силы тока в нагрузке и напряжения на нагрузке;  $\varphi$  — сдвиг фаз между силой тока и напряжением на нагрузке.

В данной работе в качестве нагрузок (потребителей тока) предлагаются: лампа накаливания, катушка индуктивности со сплошным и наборным сердечниками, конденсатор и их комбинация.

### Описание экспериментальной установки

Если  $P$ ,  $I$  и  $U$  экспериментально определены, то  $\cos \varphi$  может быть вычислен из соотношения (1). Измерения величин  $I$  и  $U$  проводятся с помощью стандартных стрелочных приборов. Среднее значение активной мощности  $P$  может быть измерено ваттметром. В данной работе применяется ваттметр электродинамической системы. Пользуясь измеренными значениями  $P$ ,  $I$  и  $U$ , можно найти не только  $\cos \varphi$ , но также полное сопротивление участка цепи  $Z = U/I$ , активное сопротивление  $R = P/I^2 = Z \cos \varphi$ , определяющее выделение мощности в цепи переменного тока, и реактивное сопротивление  $X = Z \sin \varphi$ .

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерение активной мощности при различных нагрузках (рис. 2.17.1).

Переключатель шкалы миллиамперметра поставьте в положение 200 мА, определите цену деления шкалы. Переключатель шкалы ваттметра установите так, чтобы вся шкала была рассчитана на 20—40 Вт; определите цену деления шкалы ваттметра.

Соедините приборы по схеме, показанной на рис. 2.17.2, где  $Z$  — одна из нагрузок, изображенных на рис. 2.17.1. В качестве сопротивления  $R$  в первом измерении используйте лампу накаливания (127 В, 15 Вт). При проведении измерений желательно обеспечить нормальный режим ее

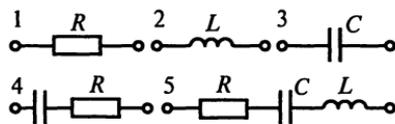


Рис. 2.17.1

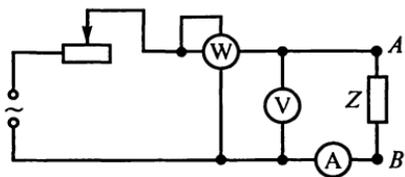


Рис. 2.17.2

работы, т. е. подать на лампу напряжение не менее 120—127 В. Во втором измерении используйте катушку индуктивности со сменными железными сердечниками, один из которых сплошной, другой набран из отдельных железных прутьев малого сечения. Измерения проводите сначала с катушкой без сердечника, потом с наборным и сплошным сердечником.

В последующих измерениях используйте наибольшую емкость  $C$  и лампу накаливания в качестве сопротивления  $R$ .

При всех измерениях сила тока не должна превышать 150 мА.

Все схемы изучаются при двух значениях силы тока, отличающихся друг от друга в 1,5—2 раза.

Найдите  $\cos \varphi$  и активное сопротивление  $R$  для всех случаев. Результаты измерений и вычислений ( $P$ ,  $I$ ,  $U$ ,  $R$ ,  $\cos \varphi$ ) для каждой нагрузки занесите в таблицу.

**Зада н и е 2.** Нахождение полного и реактивного сопротивления каждой из нагрузок.

### Вопросы и упражнения

1. Каков принцип действия ваттметра электродинамической системы?
2. Будет ли расходоваться энергия переменного тока в цепи, содержащей только реактивное сопротивление?
3. Почему нагреваются железные сердечники катушек индуктивности?
4. Какой сердечник нагревается сильнее — сплошной или набранный из пластин и почему?
5. По указанным на лампе накаливания номинальным значениям напряжения и мощности найдите сопротивление ее нити и сравните с результатом измерений.

## Раздел 3. ОПТИКА

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.1

#### ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ ОПТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Цель работы: знакомство с элементами оптических систем (линзами, зеркалами и др.) и измерение их параметров; конструирование простейших оптических систем.

Приборы и принадлежности: оптическая скамья с набором линз и зеркал для конструирования моделей оптических систем.

Литература: [7, § 4.1—4.5, 4.7, 4.9—4.11]; [13, § 3.3]; [21, § 68—72, 76—78, гл. XIII, гл. XIV].

#### Введение

Всякая оптическая система предназначена для преобразования электромагнитных волн светового диапазона ( $\lambda_{\text{св}} \approx 400—700$  нм) с целью использования энергии этих волн и переносимой ими информации. Во многих практически важных случаях поведение световой волны можно описать на языке *лучевой*, или *геометрической оптики*. Законы лучевой оптики позволяют успешно решать оптические задачи методами геометрических построений.

Данная работа состоит из двух частей. В первой части предлагается ознакомиться с элементами оптических систем, научиться определять фокусные расстояния линз и зеркал, а также получать с их помощью пучки нужной конфигурации. Во второй части работы требуется собрать ряд оптических систем, иллюстрирующих физические принципы действия основных оптических инструментов — телескопа, микроскопа и проектора.

Для успешного выполнения работы необходимо знать законы отражения и преломления света как на плоской, так и на сферической поверхности раздела двух сред, формулы тонкой линзы и сферического зеркала (в приближении оптики приосевых пучков), а также иметь представление о том, чем определяется увеличение простейших двухкомпонентных оптических систем — телескопа и микроскопа.

Выполнение каждого экспериментального задания должно обязательно сопровождаться изображением соответствующего хода световых лучей, позволяющим судить о реальном преобразовании пучка данной оптической системой.

## Описание экспериментальной установки

Установка представляет собою оптическую скамью с рейтерами, в которых можно устанавливать источник света (лампу с нитью накала малого размера типа РН-8) и различные элементы оптических систем — линзы, призмы, зеркала и др. Оправы линз и зеркал снабжены регулировочными винтами, что позволяет устанавливать оптические центры элементов на одной прямой — оптической оси системы.

При выполнении экспериментальных заданий необходимо с помощью точной настройки (юстировки) системы добиваться возможно более полной соосности расположения ее элементов.

### Часть I

#### Элементы оптических систем

**Задание 1.** Получение расходящегося светового пучка.

Используя «точечный» источник света — нить накала лампы, — получите расходящийся световой пучок. Регулируя положение осветителя, добейтесь того, чтобы ось пучка была перпендикулярна плоскости экрана (при отодвигании экрана от осветителя граница светового круга должна совпадать с одной из нарисованных на экране концентрических окружностей).

**Задание 2.** Получение параллельного светового пучка.

Используя собирающую линзу 1, добейтесь того, чтобы при перемещении экрана на 30—50 см от линзы диаметр освещенного круга практически не возрастал, а центр круга не смещался относительно центра экрана.

**Задание 3.** Получение сходящегося светового пучка и измерение фокусного расстояния линзы.

В сформированный ранее параллельный пучок поместите линзу 2 из набора и получите на экране минимальное световое пятно, расположенное точно в центре экрана. Используя соображения геометрической оптики, найдите фокусное расстояние линзы 2 для двух случаев положения экрана и линзы в пределах параллельного пучка.

**Задание 4.** Получение изображения предмета на экране.

Используя линзу 1, получите в центре экрана сначала *уменьшенное*, а затем *увеличенное* изображение нити накала лампы.

Вставив в щель осветителя матовое стекло и пластинку с буквой  $F$ , получите с помощью той же линзы уменьшенное и увеличенное изображение буквы на экране. Нарисуйте ход лучей для первого и второго случаев и, измерив нужные расстояния, вычислите фокусное расстояние линзы  $L_1$ .

**Задание 5.** Изучение рассеивающей линзы.

Снимите со скамьи линзу  $L_1$  и выньте объект из щели осветителя. Выбрав из имеющихся в наборе линз *рассеивающую*, поставьте ее между осветителем и экраном, получив на экране теневое изображение линзы в оправе. Построив ход лучей, объясните, почему изображение имеет вид темного круга, окруженного при определенных условиях (каких?) *светлым* кольцом (ореолом).

**Задание 6.** Превращение параллельного пучка в расходящийся.

Сформируйте параллельный пучок (см. задание 2) и с помощью рассеивающей линзы превратите его в расходящийся, следя за тем, чтобы ось пучка проходила точно через центр экрана.

**Задание 7.** Измерение фокусного расстояния рассеивающей линзы с помощью собирающей линзы.

Вставьте в щель осветителя матовое стекло и пластинку с буквой  $F$ . Убедитесь в том, что с помощью одной рассеивающей линзы невозможно получить изображение объекта на экране ни при каком расположении линзы и экрана.

Уберите рассеивающую линзу и, поставив вместо нее собирающую, получите на экране изображение объекта. Добавьте в схему рассеивающую линзу (рис. 3.1.1), отодвиньте экран и вновь получите на нем изображение объекта. Из рис. 3.1.1 видно, что «старое» изображение  $S'$  можно считать предметом, «новое» изображение которого  $S''$  получено с помощью рассеивающей линзы ( $L_{\text{расс}}$ ). Измерив нужные отрезки, найдите с помощью формулы линзы фокусное расстояние рассеивающей линзы.

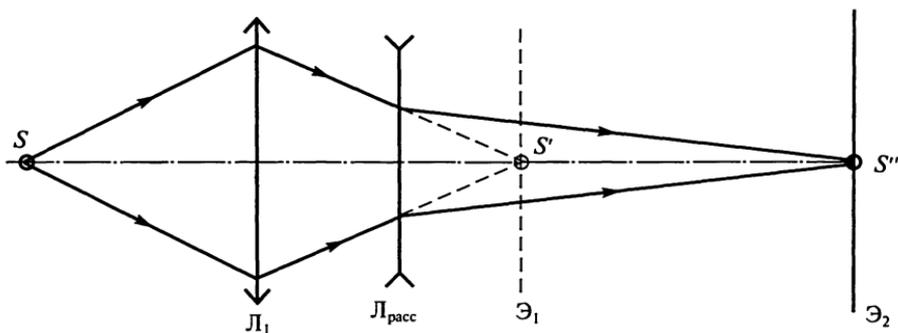


Рис. 3.1.1

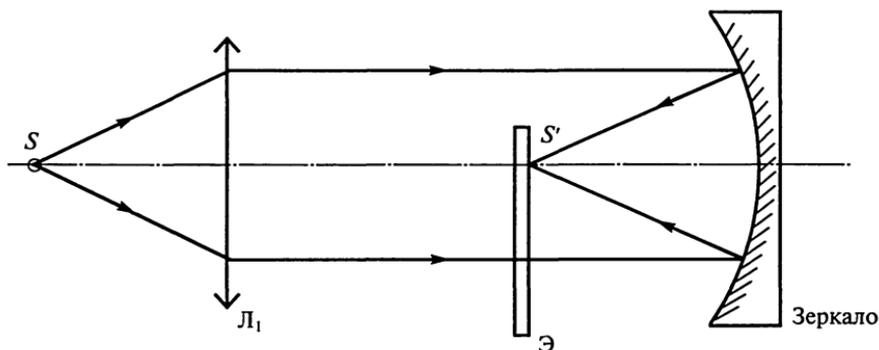


Рис. 3.1.2

Стандартный вариант работы предполагает выполнение из дальнейших заданий (8—12) любых двух — по выбору студента и по договоренности с преподавателем.

**Задание 8. Изучение цилиндрической линзы.**

Сформируйте параллельный пучок и, поставив цилиндрическую линзу, получите на экране сначала *вертикальную*, а затем, повернув линзу в оправе, — *горизонтальную* полоску. Нарисуйте ход лучей (вид сверху и вид сбоку) и подумайте, какой будет форма пучка на значительном расстоянии от линзы. Высказав предположение, проверьте его экспериментально.

**Задание 9. Измерение фокусного расстояния и радиуса кривизны вогнутого зеркала.**

Сформируйте параллельный пучок. Поставив на пути этого пучка вогнутое зеркало, получите изображение нити лампы на вспомогательном матовом экране, помещенном на оси зеркала (рис. 3.1.2). Измерив нужный отрезок, найдите фокусное расстояние зеркала.

Сформируйте сходящийся пучок (рис. 3.1.3), получив изображение нити лампы на матовом экране. Поставив за экраном вогнутое

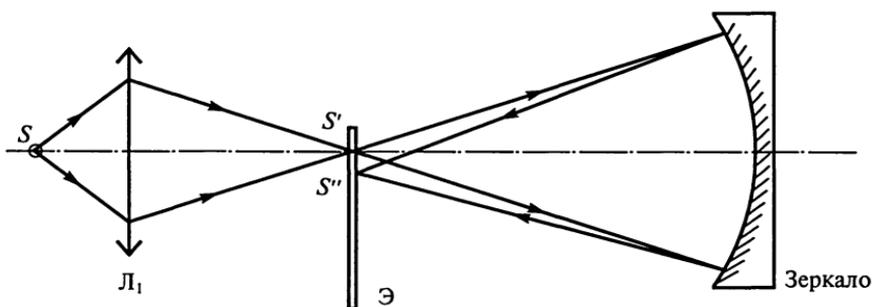


Рис. 3.1.3

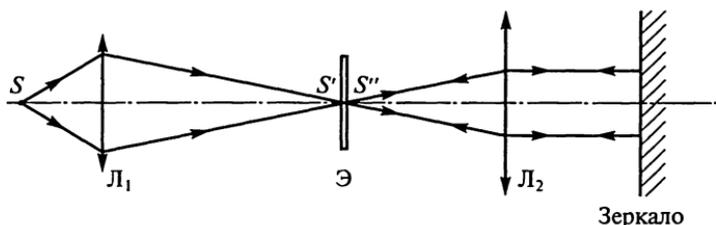


Рис. 3.1.4

зеркало, перемещайте его до тех пор, пока на экране не появится еще одно изображение нити — в этом случае говорят, что выполнено условие *автоколлимации*. Измерив нужное расстояние, найдите радиус кривизны зеркала.

**Задание 10.** Работа с оборачивающей призмой.

Получите с помощью собирающей линзы (1 или 2) слегка увеличенное *перевернутое* изображение предмета (буквы) на экране. Поставьте между линзой и экраном *прямоугольную призму* (прямым углом вниз) и получите на экране *прямое* изображение предмета (экран при этом следует слегка сместить). Нарисуйте ход лучей и объясните, почему необходимо сместить экран.

**Задание 11.** Измерение фокусного расстояния линзы методом автоколлимации.

Соберите схему согласно рис. 3.1.4 (источник — нить лампы). С помощью линзы 1 получите на матовом экране изображение нити лампы. Далее на скамье поместите исследуемую линзу 2, а за ней *плоское* зеркало. Если изображение находится в фокусе линзы 2, то пучок после этой линзы будет параллельным и после отражения от зеркала вновь пройдет линзу 2 и сойдется в плоскости экрана, образуя еще одно изображение нити, почти совпадающее с первым (автоколлимация).

Перемещая линзу 2 и слегка поворачивая зеркало, добейтесь описанной ситуации и найдите фокусное расстояние линзы 2.

**Задание 12.** Измерение фокусного расстояния выпуклого зеркала.

Подумайте, каким образом можно измерить фокусное расстояние выпуклого зеркала. Нарисуйте ход лучей для предложенного вами метода и проверьте решение экспериментально.

### Вопросы и упражнения

1. Можно ли получить строго параллельный световой пучок?
2. Какое изображение предмета — действительное или мнимое — мы наблюдаем на экране?

3. Проверьте с помощью построений, можно ли, используя собирающую линзу, получить: а) прямое действительное изображение предмета; б) прямое увеличенное изображение; в) прямое уменьшенное изображение.

4. Проверьте с помощью построений, можно ли, используя рассеивающую линзу, получить: а) действительное изображение предмета; б) увеличенное изображение; в) прямое изображение.

5. В каких практических случаях целесообразно применять цилиндрическую линзу?

6. Улучшится ли действие оборачивающей призмы, если ее большую грань посеребрить?

7. Можно ли измерить методом автоколлимации фокусное расстояние рассеивающей линзы?

8. Какие изображения (прямые, перевернутые, увеличенные и т.д.) можно получить с помощью вогнутого зеркала?

9. Какие изображения можно получить с помощью выпуклого зеркала?

## Часть II

### Оптические системы

Оптические системы могут состоять из одного элемента (одна линза или зеркало), из двух-трех линз (окуляр, театральный бинокль) и, наконец, из многих линз и зеркал (микроскоп, спектрограф и т.д.). В работе предлагается ознакомиться с простейшими системами, схемы которых лежат в основе конструирования самых распространенных оптических приборов — телескопа (зрительной трубы), микроскопа и проекционного аппарата (диапроектора).

#### А. ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

**За д а н и е 13.** Осуществление телескопического хода лучей.

Сформируйте параллельный световой пучок, используя линзу 1, а в качестве источника — нить лампы (см. задание 2, ч. I) Подобную операцию часто называют *коллимацией* светового пучка, а осуществляющую ее оптическую схему — коллиматором.

На пути полученного пучка поставьте собирающую линзу 3 (на расстоянии порядка 20 см от линзы 1) и получите пучок, сходящийся в ее фокусе (рис. 3.1.5). Далее на пути вновь расходящегося пучка поставьте линзу 2 (ее фокусное расстояние определено при выполнении части I настоящей работы) так, чтобы фокусы линз 2 и 3 совпали. Убедитесь, что за линзой 2 распро-

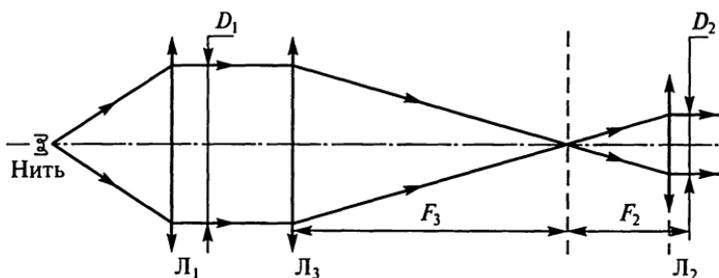


Рис. 3.1.5

страняется по-прежнему параллельный пучок\*. Полученная таким образом система линз 3 и 2 является частным случаем *телескопической системы*, преобразующей входящий в нее параллельный пучок опять в параллельный, но, как правило, другого диаметра.

*Угловое увеличение* оптической системы в нашем случае:

$$N_{\text{тел}} = F_3 / F_2 \quad (1)$$

или, как следует из рис. 3.1.5,

$$N_{\text{тел}} = D_1 / D_2. \quad (2)$$

Рассчитайте угловое увеличение полученной системы, измерив диаметры входящего и выходящего пучков.

**За д а н и е 14.** Моделирование зрительной трубы Кеплера.

Сформируйте параллельный пучок, используя в качестве источника освещенный объект в виде небольшой буквы\*\*. Для этого вставьте в щель осветителя матовое стекло и пластинку с буквой, а коллиматорную линзу  $L_1$  переместите так, чтобы объект-источник оказался в ее фокусе. Установка объекта в фокусе коллиматорной линзы равносильна удалению его на бесконечно большое расстояние от сконструированной ранее телескопической системы линз  $L_3$  и  $L_2$ .

Не меняя взаимного расположения линз  $L_3$  и  $L_2$ , наблюдайте изображение объекта (буквы) в полученную таким образом зрительную трубу — трубу Кеплера. Линза  $L_3$  в этом случае называется *объективом*, а линза  $L_2$  — *окуляром*.

Заметьте, что длина трубы Кеплера равна сумме фокусных расстояний объектива и окуляра.

\* Строгая параллельность, разумеется, недостижима вследствие конечных размеров источника, aberrаций линз, дифракционного расхождения и пр., поэтому следует считать хорошим приближением ситуацию, при которой на протяжении 15—20 см диаметр пучка изменяется на 2—3 мм.

\*\* Накал нити лампы должен быть небольшим, чтобы изображение не было чрезмерно ярким.

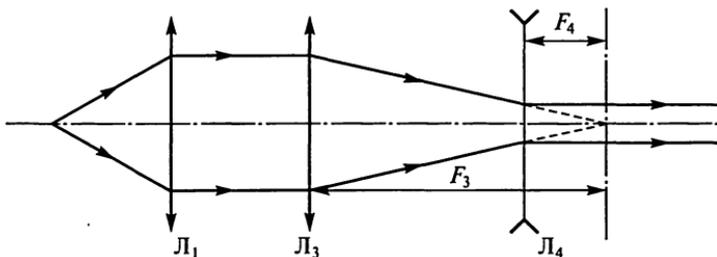


Рис. 3.1.6

Задание 15. Моделирование трубы Галилея.

Замените собирающую линзу окуляра трубы Кеплера рассеивающей (линза  $L_4$ ), поставив ее так, чтобы система оставалась телескопической (рис. 3.1.6). Наблюдайте *прямое* изображение объекта в полученную зрительную трубу — трубу Галилея.

#### Б. ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ЛУПЫ И МИКРОСКОПА

Для наблюдения увеличенного изображения мелких близко расположенных объектов могут применяться системы, состоящие из одной собирающей линзы (в этом случае называемой лупой) или из нескольких линз (микроскопы).

Увеличение лупы  $N_l$  приближенно рассчитывают, зная ее фокусное расстояние  $F_l$  и так называемое расстояние наилучшего зрения  $L$ , равное для среднего нормального глаза 250 мм:

$$N_l = L/F_l = 250/F_l. \quad (3)$$

Увеличение микроскопа, состоящего в простейшем случае из двух линз — объектива с фокусным расстоянием  $F_{об}$  и окуляра с фокусным расстоянием  $F_{ок}$ , — можно рассчитать, зная расстояние наилучшего зрения  $L$ , а также расстояние между фокусами объектива и окуляра, называемое оптическим интервалом микроскопа  $\Delta$ :

$$N_{микр} = L\Delta/F_{об}F_{ок}. \quad (4)$$

Как лупа, так и микроскоп дают *мнимое* изображение предметов; не следует, однако, забывать, что на сетчатке глаза, вооруженного лупой или микроскопом, формируется всегда *действительное* изображение.

Выражения (3) и (4) не являются вполне определенными, так как увеличение вооружающих глаз приборов зависит от параметров глаза, в частности от его оптической силы, которая, как известно, изменяется при рассматривании объектов, находящихся на различных расстояниях от глаза (*аккомодация* глаза).

Задание 16. Изучение лупы и измерение ее увеличения.

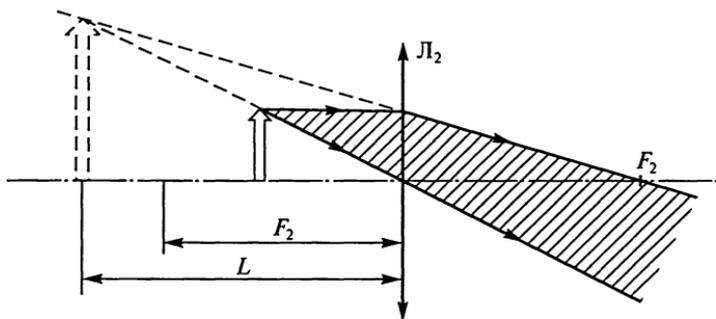


Рис. 3.1.7

В качестве лупы используйте собирающую линзу  $L_2$  (рис. 3.1.7). Поставьте перед ней (на расстоянии, несколько меньшем фокусного) шкалу с миллиметровыми делениями и наблюдайте, приблизив к линзе глаз, увеличенное изображение шкалы.

Зная фокусное расстояние линзы  $L_2$ , рассчитайте увеличение лупы, пользуясь выражением (3).

#### За д а н и е 17. Моделирование микроскопа.

1. Соберите схему микроскопа (рис. 3.1.8). В качестве объекта используйте шкалу (1 деление = 0,1 мм), нанесенную на стекло, помещенное в прямоугольную оправу. Объект поставьте на столик вблизи осветителя, в щель осветителя вставьте матовое стекло. Поставьте на скамью *объектив* (линзу  $L_1$ ) так, чтобы расстояние между объектом (шкалой в оправе) и объективом было несколько больше (на 2—3 см) фокусного расстояния объектива.

Пользуясь вспомогательным экраном или матовым стеклом на подставке, найдите место, где формируется действительное увеличенное изображение шкалы. Поставьте *окуляр* (линзу  $L_2$ ) так, чтобы рассматривать в него, как в лупу, действительное изобра-

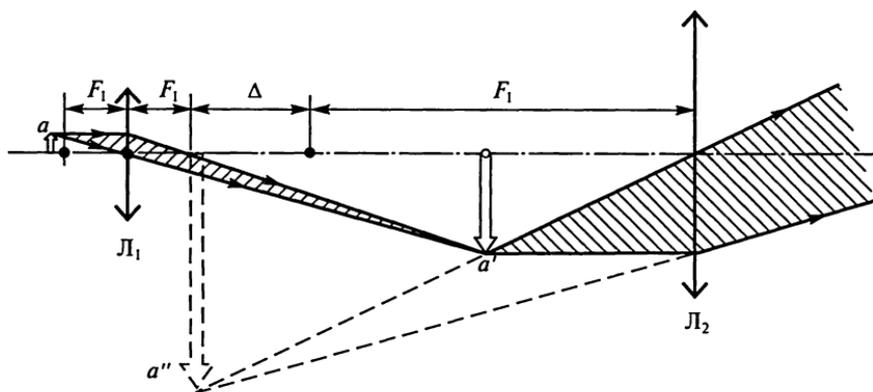


Рис. 3.1.8

жение шкалы (все поле зрения должно быть при этом равномерно освещенным, а деления шкалы — предельно резкими).

2. Поместив в фокальную плоскость окуляра (ниже оси) шкалу с делениями (линейку), наблюдайте обе шкалы одновременно и определите *субъективное увеличение микроскопа*. Для этого необходимо знать цену шкалы объекта (1 деление = 0,1 мм), цену деления линейки и увеличение лупы (окуляра).

**Пример.** При наблюдении в окуляр 19 делений шкалы объекта совпадают с 1 см линейки. С учетом увеличения окуляра (2 раза) получаем:  $1 \cdot 2 = 2,0 \text{ см} = 20 \text{ мм}$  (линейки) соответствуют  $19 \cdot 0,1 \text{ мм} = 1,9 \text{ мм}$  шкалы. Следовательно, увеличение микроскопа равно  $20 \text{ мм} / 1,9 \text{ мм} = 10,5$ .

3. Рассчитайте увеличение собранного вами микроскопа, измерив на скамье оптический интервал микроскопа (см. рис. 3.1.8), зная  $F_{об}$  и  $F_{ок}$  и пользуясь выражением (4). Сравните результаты расчета с ранее (см. п. 2) полученным экспериментально значением увеличения.

4. Уменьшите расстояние между объектом и объективом (не забывая, что оно не должно быть меньше фокусного расстояния объектива!). Пользуясь методикой, описанной в п.п. 2 и 3, измерьте новое значение субъективного увеличения микроскопа и сравните его (измерив новое значение  $\Delta$ ) с вновь рассчитанным по формуле (4).

#### В. ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ДИАПРОЕКТОРА

Система диапроектора предназначена для получения на экране *действительного увеличенного изображения* прозрачного объекта — диапозитива («слайда»). В принципе для этого достаточно одной собирающей линзы; предмет (слайд) должен при этом находиться относительно линзы (объектива) на расстоянии, слегка превышающем фокусное (рис. 3.1.9).

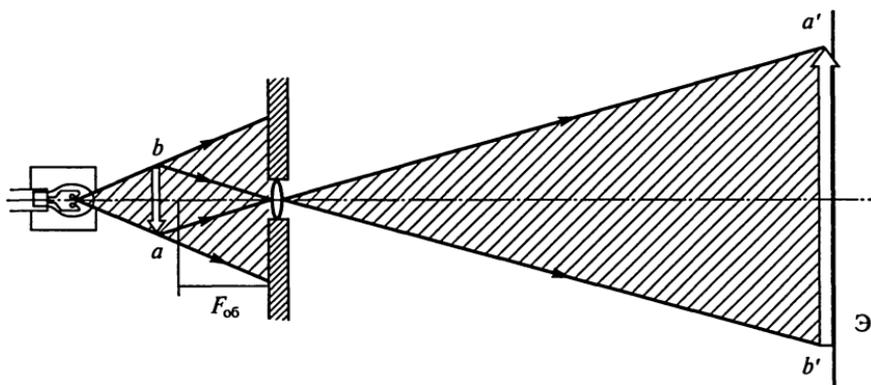


Рис. 3.1.9

### Задание 18. Моделирование простейшего диапроектора.

Соберите установку по схеме рис. 3.1.9, поместив слайд в рамке (прикрепленной к столику) на некотором (10—15 см) расстоянии от осветителя и используя в качестве объектива линзу 2. Получите изображение слайда на экране, удаленном от объектива на 30—40 см.

Опыт показывает, что, несмотря на возможность получения резкого изображения (по крайней мере, его центральной части), освещенность изображения очень мала даже при полном накале нити лампы осветителя.

Дело в том, что использованная схема *энергетически невыгодна*: через сравнительно небольшое отверстие оправы объектива проходит лишь малая часть светового потока. Для повышения энергетической эффективности оптической системы диапроектор снабжают *конденсором* — собирающей линзой, устанавливаемой между источником света и объектом (рис. 3.1.10). Конденсор К направляет световой поток источника на предмет, причем в дальнейшем световой пучок продолжает сходить. В правильно рассчитанном проекторе объектив расположен так, что он пропускает практически всю энергию, падающую на объект; расстояния же от слайда до объектива и от объектива до экрана (Э) остаются практически такими же, как и в предыдущей схеме.

### Задание 19. Повышение энергетической эффективности схемы диапроектора.

Соберите схему проектора, используя тот же объектив, что и в задании 18, и конденсор (линзу 1), поместив его так, как показано на рис. 3.1.10. Убедившись, что практически весь световой пучок проходит теперь через объектив, получите на экране достаточно яркое и резкое изображение диапозитива (слайда).

Выполнение всех заданий должно сопровождаться построением хода лучей с указанием параметров оптических элементов.

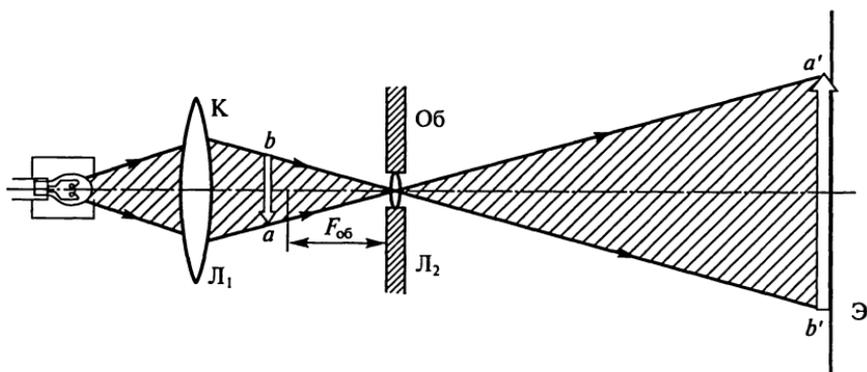


Рис. 3.1.10

## Вопросы и упражнения

1. Какова оптическая сила телескопической системы?
2. Можно ли говорить о линейном увеличении телескопической системы?
3. Почему пучок, выходящий из собранной вами телескопической системы, резко ограничен (проверьте это экспериментально) только в одном месте?
4. Какими физическими соображениями следует пользоваться при практическом выборе диаметра: а) объектива трубы Кеплера? б) ее окуляра?
5. Какие элементы следует ввести в схему трубы Кеплера, чтобы получить с ее помощью прямое изображение? В каких приборах это применяется?
6. В каких распространенных приборах используется схема Галилея?
7. Целесообразно ли конструировать по схеме Галилея трубу, в поле зрения которой должна быть измерительная сетка (шкала)?
8. Каким образом можно экспериментально оценить увеличение лупы, не зная ее фокусного расстояния?
9. Какое изображение — прямое или перевернутое — наблюдают с помощью микроскопа?
10. Могут ли два микроскопа, имеющие одинаковые объективы и одинаковые окуляры, обладать различным увеличением?
11. Какая часть микроскопа — объектив или окуляр — должна быть в большей степени свободной от недостатков (аббераций), присущих реальным линзам?
12. Можно ли наблюдать в оптический (световой) микроскоп предметы, размеры которых меньше длины световой волны?
13. Как следует вставлять слайд в рамку проектора, чтобы изображение на экране не было перевернутым — ни «вверх ногами», ни «справаналево»?
14. Каким должен быть минимальный размер конденсора в правильно рассчитанном диапроекторе?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.2

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ДВУХПРОВОДНОЙ ЛИНИИ

Цель работы: ознакомление с процессом распространения электромагнитных волн в двухпроводной линии; измерение длины волны в воздухе и воде; определение электрической проницаемости воды.

Приборы и принадлежности: генератор дециметровых волн, две двухпроводные линии, выпрямитель.

Литература: [6, 12.1—12.5]; [13, § 2.1—2.5]; [18, § 229—234, 237—242]; [1, лекция 1].

## Введение

Чтобы передать с помощью электромагнитной волны энергию или информацию в определенном направлении, используют разного рода направляющие системы — провода, металлические трубы, диэлектрические стержни и т. п.

Одной из простейших систем является так называемая двухпроводная линия, представляющая собой два длинных цилиндрических проводника радиусом  $r$ , расположенные параллельно друг другу на расстоянии  $h \gg r$ . Внешнее поле такой системы мало по сравнению с полем между проводниками, поэтому можно сказать, что электромагнитная волна будет распространяться в основном между проводами. Скорость распространения электромагнитных волн в линии совпадает со скоростью света в свободном пространстве:

$$v = c. \quad (1)$$

Если линия помещена в диэлектрик, скорость волны в ней уменьшается:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad (2)$$

где  $\epsilon$  и  $\mu$  — относительные электрическая и магнитная проницаемости диэлектрика.

Для большинства диэлектриков  $\mu = 1$ , поэтому

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}}. \quad (3)$$

Если распространяющаяся вдоль линии волна встречает на своем пути неоднородность, например проводящий мостик, замыкающий линию, то возникает отраженная волна. В результате интерференции прямой и отраженной волн в линии может установиться характерная интерференционная картина, называемая стоячей волной. Условия возникновения такой картины в линии, короткозамкнутой с обоих концов, заключаются, очевидно, в том, что на длине линии должно уложиться целое число полуволн. Всякий раз, когда при изменении длины линии ее основная частота  $f_0$  или частота ее гармонического обертона  $nf_0$  ( $n = 2, 3, \dots$ ) приближается к частоте вынуждающей силы (частота генератора), амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает. Тем самым проявляются резонансные свойства линии как колебательной системы с распределенными параметрами.

Указанные резонансные свойства линии используются в предлагаемой работе. Двухпроводная линия возбуждается высокочас-

тотным генератором. Меняя длину линии и, следовательно, набор ее собственных частот, можно добиться установления в ней стоячей волны. Зная, насколько нужно увеличить длину линии, чтобы вновь добиться резонанса, можно найти длину волны в линии и частоту излучения генератора.

Возбудив с помощью того же генератора другую линию, помещенную в воду, можно измерить длину волны в воде (длина волны уменьшится пропорционально скорости распространения) и, пользуясь выражением (3), найти электрическую проницаемость воды.

### **Описание экспериментальной установки**

В установке используется генератор дециметровых волн. В его колебательном контуре нет обычных для низкочастотных генераторов катушек и конденсаторов — их заменяют две металлические трубки, образующие отрезок двухпроводной линии. Длина этих трубок и расстояние между ними определяют частоту излучения генератора.

Две используемые в работе линии (длинная и короткая, помещенные в ванночку с водой) имеют дополнительные внешние отрезки с индикаторной лампочкой. Расположив эти отрезки вблизи контура генератора, можно возбудить в линии вынужденные колебания. По яркости свечения индикаторной лампочки можно судить об амплитуде этих колебаний. Длину каждой линии можно менять, передвигая вдоль нее короткозамыкающий мостик.

### **Измерения и обработка результатов**

**Задание 1.** Включите генератор и расположите его вблизи внешнего отрезка воздушной линии с индикаторной лампочкой. Перемещая мостик вдоль линии, найдите положения мостика, при которых свечение лампочки максимально. Зная расстояние между соседними положениями мостика, определите длину электромагнитной волны в воздухе.

Определите частоту излучения генератора, использованного в лабораторной работе.

**Задание 2.** Проведите те же операции с линией, помещенной в воду, и найдите длину волны в воде. Зная длины волн в воздухе и воде, вычислите электрическую проницаемость воды (магнитная проницаемость воды практически равна единице).

## Вопросы и упражнения

1. Чем отличается распространение электромагнитных волн в линии от их распространения в свободном пространстве?

2. Нарисуйте распределения полей  $E$  и  $B$  вдоль линии для случаев бегущей и стоячей волн в данный момент времени. Как изменятся эти распределения через небольшую (по сравнению с периодом колебаний) промежуток времени  $\Delta t$ ?

3. Укажите направление вектора потока энергии в разных точках линии для случая распространения в ней бегущей волны и для случая установившегося в ней режима стоячей волны.

4. В чем наиболее существенное отличие резонансных явлений в системах с распределенными параметрами (двухпроводная линия) от подобных явлений в системах с сосредоточенными параметрами (колебательный контур)?

5. Для индикации электромагнитной волны в линии можно пользоваться неоновой лампой или лампой накаливания. На что реагирует каждый из этих индикаторов и каковы особенности их использования?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.3

### КОЛЬЦА НЬЮТОНА

Цель работы: наблюдение интерференционной картины (колец Ньютона) и экспериментальное определение радиуса кривизны линзы.

Приборы и принадлежности: ртутная лампа (осветитель ОИ-17), микроскоп с opak-иллюминатором, столик для крепления линз с отсчетным устройством, набор линз, светофильтры.

Литература: [7, § 2.1—2.9]; [13, § 4.1—4.5]; [21, § 11—17, 25—27].

### Введение

Наложив плоско-выпуклую линзу на отшлифованную стеклянную пластинку, можно наблюдать интерференционную картину в виде concentрических колец, называемых кольцами Ньютона. Радиусы колец можно связать с параметрами интерференционной схемы. Действительно, если свет падает нормально к поверхности стеклянной пластинки, то оптическая разность хода  $\Delta$  между лучом, отраженным от сферической поверхности в точке  $M$  (рис. 3.3.1), и лучом, прошедшим точку  $M$  после отражения его от пластинки, определяется выражением

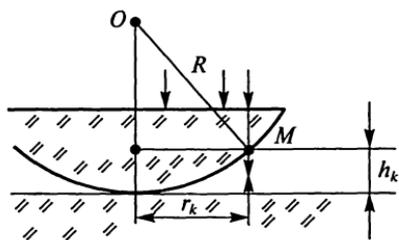


Рис. 3.3.1

$$\Delta = 2h_k + \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где  $h_k$  — толщина воздушного зазора в данном месте (рекомендуется подумать о причинах появления добавочной разности хода в  $1/2$  длины волны).

При условии  $R \gg h_k$  квадрат радиуса кольца с номером  $k$  равен

$$r_k^2 = 2R h_k. \quad (2)$$

Для темного кольца с номером  $k$  (интерференционный минимум  $k$ -го порядка) оптическая разность хода в точке  $M$  равна

$$\Delta = (2k - 1)\lambda/2; \quad k = 1, 2, \dots \quad (3)$$

Из уравнений (1), (2) и (3) можно получить формулу для определения радиуса кривизны линзы:

$$R = \frac{r_k^2 - r_i^2}{(k - i)\lambda}, \quad (4)$$

где  $k$  и  $i$  — порядковые номера темных колец в отраженном свете, считая от центра (для центрального темного пятна  $k = 1$ ).

### Описание экспериментальной установки

Установка для наблюдения и измерения колец Ньютона собрана на базе микроскопа, предметный столик которого заменен специальным столиком для крепления и перемещения линзы и пластинки (рис. 3.3.2). Исследуемая линза  $1$  вставлена в подвижную круглую оправу  $5$ . Изменяя с помощью винтов  $3$  высоту этой оправы над столиком  $6$ , можно добиться того, чтобы исследуемая линза коснулась укрепленной на столике пластинки черного стекла (использование черного стекла устраняет ненужное отражение света от нижней стороны пластинки).

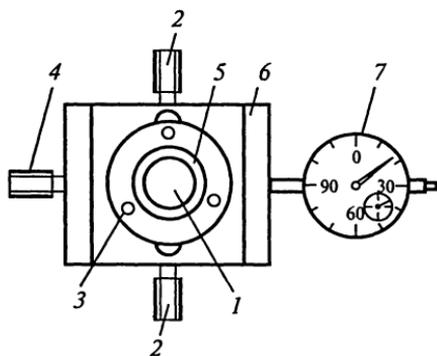


Рис. 3.3.2

Необходимое для измерений перемещение столика осуществ-

ствляется с помощью винта 4. Величина этого перемещения отсчитывается по шкале индикатора часового типа 7 с точностью до 0,01 мм. Небольшое смещение столика в поперечном направлении (для точной наводки микроскопа на центр интерференционной картины) достигается с помощью винтов 2. Картину колец Ньютона наблюдают в отраженном свете. Для этого используют так называемый opak-иллюминатор — полупрозрачную стеклянную пластинку, укрепленную в тубусе микроскопа.

Световой пучок от ртутной лампы попадает на пластинку opak-иллюминатора. Отразившись вниз от ее полупрозрачного слоя, пучок нормально падает на систему «линза—пластинка» и снова отражается, обеспечивая таким образом возможность наблюдения интерференционной картины в поле зрения окуляра микроскопа.

В фокальной плоскости глазной линзы окуляра помещается крест нитей, позволяющий определить смещение определенной точки картины относительно оптической оси микроскопа.

Для того чтобы сделать спектральный интервал излучения ртутной лампы более узким, применяют светофильтр. Напряжение, подаваемое на ртутную лампу, регулируется автотрансформатором блока питания лампы.

## Измерения и обработка результатов

Необходимым условием правильных измерений является получение достаточно яркой и контрастной интерференционной картины. Последовательность операций для получения картины такова:

1. Зажигают ртутную лампу. Для этого, убедившись в том, что ручка автотрансформатора стоит в крайнем левом положении, включают в сеть блок питания и увеличивают напряжение, вращая ручку вправо. Как только лампа загорится, напряжение уменьшают так, чтобы сила тока была порядка 1 А.

2. Поднимают тубус микроскопа и, подняв винтами круглую оправу (см. рис. 3.3.2) над столиком, осторожно вставляют в нее исследуемую линзу.

Вращая винты 3, опускают оправу так, чтобы линза коснулась черной стеклянной пластинки (в этот момент в точке соприкосновения линзы с пластинкой можно разглядеть маленькое черное пятнышко — центральный минимум интерференционной картины).

3. Опустив тубус микроскопа так, чтобы объектив находился примерно в 5 мм над линзой, и регулируя положение ртутной лампы, добиваются того, чтобы поле зрения микроскопа было

равномерно и ярко освещено. После этого осторожно (медленно!) поднимают тубус микроскопа до появления в поле зрения интерференционных полос. Заметив полосы, перемещают столик винтами 4 и 2, добиваясь симметричного расположения картины относительно креста нитей. Если картина недостаточно контрастна, следует уменьшить отверстие ирисовой диафрагмы осветителя (эта же операция служит дополнительной проверкой правильности расположения лампы). Установив светофильтр, корректируют резкость картины микрометрическим винтом настройки микроскопа.

Проверив, что при перемещении столика можно наблюдать достаточное число интерференционных колец как слева, так и справа от центра (при хорошей настройке должно отчетливо наблюдаться не менее 30 колец), приступают к измерениям радиусов колец. Для уменьшения относительной ошибки измерений рекомендуется измерять диаметры колец, выбирая кольца достаточно больших номеров (не менее 5-го), например:  $k = 10$ ,  $i = 8$ .

**З а д а н и е.** Измерив диаметры и вычислив радиусы колец для трех значений  $k$  и трех значений  $i$  с помощью выражения (4), получите три значения радиуса кривизны линзы  $R$  и найдите среднее значение радиуса кривизны. Значение длины волны используемого света указано на светофильтре. Сменив светофильтр, повторите всю серию измерений для нового значения длины волны. Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу. Оценив погрешности измерения радиуса колец, вычислите погрешность измерения радиуса кривизны линзы.

### Вопросы и упражнения

1. При каком условии в точке  $M$  (см. рис. 3.3.1) в отраженном свете будет наблюдаться интерференционный максимум?

2. Чем будет отличаться картина колец Ньютона, наблюдаемая в проходящем свете, от картины, наблюдаемой в отраженном свете?

3. Сравните интенсивность интерферирующих пучков света для случаев наблюдения в проходящем и отраженном свете. В каком из случаев картина более контрастна?

4. Что будет наблюдаться, если линзу слегка поднять над пластинкой? Проверьте ответ экспериментально.

5. Можно ли при наблюдении колец Ньютона пользоваться достаточно протяженными источниками света?

6. Как изменится картина колец Ньютона, если линзу вместо плоской пластинки положить на вогнутую линзу меньшей кривизны? на выпуклую линзу той же кривизны?

7. Как изменится картина колец Ньютона, если пространство между линзой и пластинкой заполнить водой (свет в стекле распространяется медленнее, чем в воде)?

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы: изучение влияния временной когерентности излучения различных источников света на видимость интерференционной картины и оценка ширины спектрального интервала исследуемого излучения.

Приборы и принадлежности: микроскоп типа МБР-1 с приспособлением для наблюдения в отраженном свете (опакиллюминатором), линза в специальной оправе, надевающейся на объектив микроскопа, лампа накаливания, газоразрядные лампы (ртутная и натриевая), стеклянные светофильтры.

Литература: [7, § 2.1—2.9]; [13, § 4.1—4.5]; [38, § 26, 27, 30, 33]; [21, § 11—16, 25—27, 31, 32].

### Введение

Устойчивая интерференционная картина наблюдается при сложении когерентных волн.

Желая получить когерентные световые волны, используют разделение волны, испускаемой одним источником, на две — такая, например, интерференционная схема с тонкой стеклянной пластинкой: интерференционную картину образуют две части падающей на пластинку волны — отраженная от первой грани и «догоняющая» ее, обусловленная отражением света от второй грани пластинки.

Однако опыт показывает, что интерференционная картина наблюдается далеко не всегда — в случае использования «белого» света толщина пластинки должна быть достаточно малой — порядка нескольких микрометров!

Это становится понятным, если учесть, что излучение любого реального источника света не представляет собой бесконечной синусоидальной волны: необходимо пользоваться представлением о волновых импульсах конечной длины, или о волновых цугах.

Между отдельными цугами отсутствует какая-либо согласованность, они заведомо некогерентны. В случае с пластинкой интерференция возможна, если две части одного и того же цуга успевают «встретиться», несмотря на разность хода, обусловленную толщиной пластинки. Чем больше длина цуга, или, как принято говорить, длина когерентности излучения  $l$ , тем большей может быть толщина пластинки, используемой для наблюдения интер-

ференционной картины. Другими словами, интерференционная картина наблюдается только в тех случаях, когда обусловленная интерференционной схемой разность хода не превышает длины когерентности излучения.

Длина когерентности излучения связана с шириной спектрального интервала. Чем уже спектральный интервал излучения (чем ближе излучение к монохроматическому), тем больше его длина когерентности.

Если, как это обычно бывает при точных оптических измерениях, свет достаточно монохроматичен, то, как показывает расчет, длина когерентности

$$l \approx \lambda^2 / \Delta\lambda. \quad (1)$$

Время прохождения светом длины  $l$  называют *временем когерентности*

$$\tau = l/c. \quad (2)$$

Определив, при какой разности хода исчезает интерференционная картина, можно оценить длину когерентности исследуемого излучения, а также ширину его спектрального интервала (степень монохроматичности). Эти величины характеризуют *временную когерентность излучения*.

В предлагаемой работе используется одна из классических интерференционных схем — наблюдение колец Ньютона (см. описание лабораторной работы 3.3). В отличие от традиционной схемы установка позволяет достаточно точно измерять разность хода между интерферирующими световыми пучками. Благодаря этому можно оценить временную когерентность излучения различных источников света.

### Описание экспериментальной установки

С установкой для наблюдения колец Ньютона следует ознакомиться по описанию, приведенному в работе 3.3. Отличие предлагаемой установки от традиционной заключается в следующем (рис. 3.4.1).

Линза Л, от нижней поверхности которой отражается световая волна 1, закреплена в специальной оправе, надевающейся на объектив микроскопа (Об). Стекла́нная пластинка П, от поверхности которой отражается волна 2, лежит на неподвижном столике микроскопа. Освободив винтом В оправу и опустив линзу до соприкосновения с пластинкой, можно, перемещая тубус микроскопа, настроить его так, чтобы была отчетливо видна ин-

терференционная картина, локализованная примерно в плоскости соприкосновения линзы и пластинки.

Закрепив после этого винт В и поднимая тубус микроскопа с помощью микрометрического винта, можно изменить зазор между линзой и пластинкой. Именно эта величина определяет разность хода интерферирующих волн 1 и 2:

$$\Delta = 2h + \lambda/2. \quad (3)$$

Если пренебречь дополнительной разностью хода, обусловленной различием условий отражения волн на границах «стекло — воздух» и «воздух — стекло», можно считать

$$\Delta \approx 2h. \quad (4)$$

Пользуясь шкалой, нанесенной на барабан микрометрического винта микроскопа, можно измерять зазор  $h$  и, следовательно, разность хода с точностью до 1 мкм. В качестве источников исследуемого излучения в работе используют лампу накаливания с фильтром, ртутную и натриевую лампы.

### Измерения и обработка результатов

Прежде чем приступить к измерениям, следует тщательно настроить установку, придерживаясь следующего порядка выполнения операций.

1. Наденьте на объектив микроскопа оправу с линзой, закрепите ее винтом и осторожно опускайте тубус микроскопа до тех пор, пока линза не окажется на очень небольшом (около 0,5 мм) расстоянии от стеклянной пластинки. После этого освободите оправу и дайте линзе возможность спокойно опуститься на пластину.

2. Установите источник света (осветитель с лампой накаливания) против отверстия опак-иллюминатора и добейтесь равномерной освещенности поля зрения. Эту операцию удобно проводить при вынутом окуляре микроскопа. Правильность настройки можно проверить, изменяя отверстие ирисовой диафрагмы осветителя: эта операция не должна нарушать симметрии освещенного пятна.

3. Не закрепляя оправы, осторожно перемещайте тубус микроскопа до появления в поле зрения интерференционной картины.

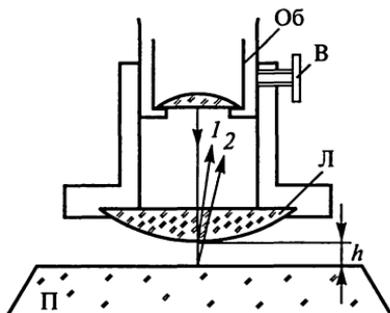


Рис. 3.4.1

Точная наводка осуществляется с помощью микрометрического винта\*.

Если картина недостаточно контрастна, следует несколько понизить накал лампы осветителя и, что особенно результативно, уменьшить отверстие диафрагмы осветителя (последняя операция служит дополнительной проверкой правильности расположения лампы).

4. Наблюдая в микроскоп, осторожно закрепите оправу на объективе микроскопа, стараясь не сбить достигнутой настройки. С помощью микрометрического винта осторожно поднимайте тубус микроскопа. Кольца интерференционной картины при этом должны «бежать», стягиваясь к центру. Опуская тубус, восстановите первоначальную картину.

После этого приступайте к измерениям и вычислениям. Отчет о работе должен содержать письменные выводы, сделанные по выполнению каждого из перечисленных заданий, и ответы на поставленные вопросы.

**З а д а н и е 1.** Получите картину колец Ньютона в «белом» свете (лампа накаливания без фильтра). Отметьте, при каком зазоре интерференционная картина исчезает.

**З а д а н и е 2.** Повторите наблюдения, поставив красный фильтр. Чем отличается наблюдаемая картина от предыдущей? Пользуясь шкалой микрометрического винта, измерьте зазор  $h$ , при котором интерференционная картина исчезает.

Оценка ситуаций «картина еще видна» и «картина уже не видна» достаточно субъективна, поэтому полезно повторить операцию несколько раз, выработав свой «критерий исчезновения».

Вычислите длину когерентности  $l$  исследуемого излучения и соответствующую ширину спектрального интервала  $\Delta\lambda$ . Значения средних длин волн излучения источников указаны в паспорте работы.

**З а д а н и е 3.** Исследуйте таким же образом временную когерентность излучения ртутной лампы с фильтром и натриевой лампы (правила включения ртутной лампы приведены в описании лабораторной работы 3.3, натриевая лампа включается аналогично, сила тока в ней порядка 1 А). Результаты измерений и вычислений удобно оформить в виде таблицы, указав в ней числа делений шкалы  $n$ , размеры зазора  $h$ , а также  $l$  и  $\Delta\lambda$  для каждого источника. Нарисуйте в подходящем масштабе (примерно 1 мм = 1 нм) спектрограмму, показывающую, какую полосу в спектре длин волн ви-

---

\* После всех операций положение микрометрического винта должно быть таким, чтобы с его помощью при дальнейшей работе микроскоп можно было поднимать. Убедиться в этом можно, обратив внимание на положение точки-указателя и двух рисок, нанесенных соответственно на подвижной и неподвижной частях: перед началом измерений точка должна быть около нижней риски.

димого света занимает излучение каждого из исследуемых источников.

### Вопросы и упражнения

1. При каких условиях в данной точке волнового поля возникает интерференционный минимум? интерференционный максимум?

2. Возможно ли наблюдение интерференционной картины при использовании стеклянной пластины толщиной порядка нескольких сантиметров и лучшего из использованных вами источников?

3. Можно ли считать когерентными следующие источники света: две лампы накаливания; лампа и ее отражение в зеркале; две щели, освещенные одной лампой; два квантовых генератора света (лазера)?

4. Каковы возможные причины различия степени временной когерентности излучения лампы накаливания и газоразрядной лампы?

5. Оцените максимальный порядок интерференционного максимума для случаев наблюдения интерференционной картины в свете лампы накаливания и в свете ртутной лампы.

6. Какое значение для наблюдения интерференционных картин имеет степень пространственной когерентности излучения?

7. Предложите метод, позволяющий применять установку, использованную в данной работе, для измерения малых смещений.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.5

### ОПЫТ ЮНГА

Цель работы: исследование зависимости интерференционной картины от параметров интерференционной схемы; оценка степени пространственной и временной когерентности излучения при использовании различных источников света.

Приборы и принадлежности: лампа накаливания, ртутная лампа, стеклянные светофильтры, раздвигающаяся калиброванная щель, объектив, набор двойных щелей-объектов, стеклянные плоскопараллельные пластинки, окулярный микрометр, оптическая скамья, рамка с поляроидами.

Литература: [7, § 2.1—2.9]; [13, § 4.1—4.5]; [38, § 26—28, 30]; [21, § 11—18, 21].

### Введение

В случае двух точечных когерентных источников света  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 3.5.1) на экране, расположенном параллельно прямой, соединяющей источники, должно наблюдаться периодическое изменение освещенности (интерференционная картина). Расстоя-

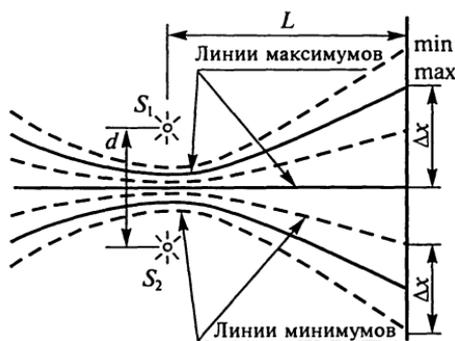


Рис. 3.5.1

В случае реальных источников света интерференция наблюдается далеко не всегда. Так, интерференционной картины заведомо не будет, если источниками служат две небольшие электрические лампы; более того, даже использование двух очень малых отверстий, освещенных одной лампой, еще не гарантирует успеха в наблюдении картины.

Одной из классических схем, позволяющих наблюдать интерференцию света двух источников, является схема, предложенная Т. Юнгом. Юнг использовал два небольших отверстия, освещенные достаточно малым или достаточно удаленным источником. Обращаясь к современной терминологии, можно сказать, что Юнгу удалось создать схему, удовлетворяющую условиям пространственной когерентности.

Рассмотрим вариант схемы Юнга (рис. 3.5.2), в котором источник находится на сравнительно небольшом расстоянии от двух отверстий. Можно показать (см. [7]), что даже при идеально монохроматическом источнике интерференционная картина будет отчетливо видна только при выполнении условия

$$b \sin \omega < \lambda/4, \quad (2)$$

где  $b$  — протяженность источника света (в нашем случае размер ограничивающей источник диафрагмы);  $\lambda$  — длина световой волны, а угол  $2\omega$  — характерный параметр схемы, называемый *апертурой интерференции*.

В первой части лабораторной работы предполагается исследовать зависимость вида интер-

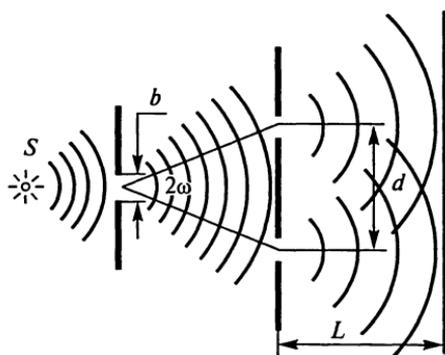


Рис. 3.5.2

ференционной картины от параметров  $b$  и  $2\omega$ , соотношение между которыми определяет возможность достижения в схеме необходимой пространственной когерентности.

Вторая часть работы посвящается выяснению влияния поляризации световых волн на интерференционную картину. При первоначальном изучении интерференции волн обычно предполагается, что рассматриваемые волны линейно поляризованы. Следует помнить, однако, что даже в простейшем случае двух линейно поляризованных волн результат их наложения существенно зависит от угла между плоскостями поляризации этих волн. В этом можно убедиться экспериментально, перекрывая отверстия в схеме Юнга поляроидами, превращающими естественный свет источников (лампы накаливания, газоразрядные лампы) в линейно-поляризованный свет заданной ориентации.

В третьей части работы исследуется влияние степени временной когерентности излучения на вид интерференционной картины. В случае реального источника интерференционная картина будет наблюдаться лишь в том случае, если оптическая разность хода световых волн не превышает длины когерентности излучения. Если на пути одного из пучков (1, 2 на рис. 3.5.3) поместить стеклянную пластинку толщиной  $a$  с показателем преломления  $n$ , то появляется оптическая разность хода

$$\Delta = a(n - 1). \quad (3)$$

Для случая пластинки из стекла ( $n \approx 1,5$ )  $\Delta = a(n - 1) \approx 0,5a$ .

Зная, что интерференционная картина исчезает при  $\Delta > L_{\text{ког}}$ , по известному значению  $a$  можно оценить длину и время когерентности  $\tau_{\text{ког}} = L_{\text{ког}}/c$ . Пользуясь известным соотношением  $\tau_{\text{ког}} \approx 1/\Delta\nu$ , можно, наконец, оценить ширину спектра излучения  $\Delta\nu$  (в шкале частот) или же соответствующий интервал длин волн  $\Delta\lambda$  различных источников света.

### Описание экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 3.5.4. Свет от лампы накаливания или ртутной лампы 1 падает на щель-источник 2. Ширина этой щели  $b$  определяет размер источника и может быть измерена с помощью шкалы (цена деления шкалы 0,005 мм). Для уменьшения спектрального интервала излучения между щелью-

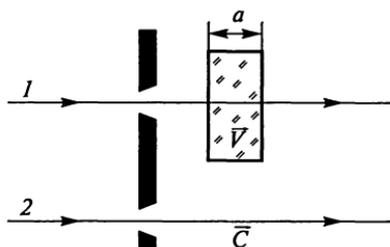


Рис. 3.5.3

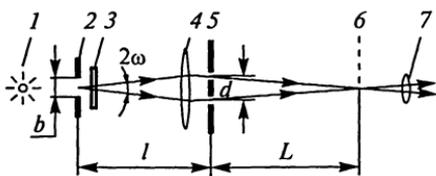


Рис. 3.5.4

источником и двумя щелями помещается стеклянный светофильтр 3. Две щели 5 прорезаны в эмульсии засвеченной и обработанной фотопластинки. Расстояние между щелями и указано на рамке, в которую вставлена пластинка. Непосредственно перед щелями помещается

объектив 4, с помощью которого пучки света, выходящие из двух щелей, сводятся в точке наблюдения 6, находящейся на расстоянии  $L$  от щелей.

Наблюдают интерференционную картину с помощью окулярного микрометра 7, позволяющего измерять необходимые расстояния с точностью до 0,01 мм (подробное описание окулярного микрометра см. в приложении к лабораторной работе). Рамки со щелями-объектами устанавливают на специальный столик, в пазы рамки столика можно вставлять оправы со стеклянными пластинами и поляроидами. Расстояние от щели-источника до двух щелей  $l$  и от щелей до точки наблюдения  $L$  измеряют линейкой.

## Измерения и обработка результатов

1. ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ВИДА ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ ОТ ПАРАМЕТРОВ СХЕМЫ И ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ИЗЛУЧЕНИЯ, ПРОПУСКАЕМОГО ФИЛЬТРОМ

Установите осветитель с лампой накаливания перед щелью-источником так, чтобы в плоскости щели находилось яркое изображение нити накала лампы. При ширине щели-источника порядка 0,5 мм найдите с помощью вспомогательного экрана (например, листа белой бумаги) изображение щели, образованное объективом, и расположите в этом месте окулярный микрометр. При правильной настройке в поле зрения микрометра видно резкое и яркое изображение щели.

Установив за щелью-источником светофильтр, а непосредственно за объективом рамку с двумя щелями, наблюдайте интерференционную картину. Если картина не отчетлива, уменьшите ширину щели источника, добиваясь оптимального сочетания яркости и контраста картины.

Определите ширину полосы  $\Delta x$ , а также расстояние  $L$ . Для повышения точности рекомендуется измерять ширину нескольких полос и делить полученный результат на их число. Произведите аналогичные расчеты, используя другую пару щелей ( $d_2 > d_1$ ), а

затем изменив расстояние  $L$ . Перемещение двух щелей должно обязательно сопровождаться перемещением объектива 4.

**Задание 1.** Вычислите для всех случаев среднюю длину волны излучения, пропускаемого светофильтром. Результаты удобно представить в виде таблицы, содержащей отсчеты по шкале микрометра и вычисленные значения  $\Delta x$  и  $\lambda$  для различных значений  $L$  и  $d$ . Оценив погрешности измерений  $\Delta x$ ,  $d$  и  $L$ , определите погрешность измерения  $\lambda$ .

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ НА ВИДИМОСТЬ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ

Для выполнения этой части работы необходимо знать параметры, определяющие степень пространственной когерентности, т. е. ширину щели-источника  $b$  и апертуру интерференции  $2\omega$ . Ширину щели определяют, пользуясь шкалой на оправе щели, а апертуру интерференции можно найти, зная расстояние от щели-источника до двух щелей  $l$  (см. рис. 3.5.4) и расстояние между щелями  $d$ . При  $d \ll l$  можно считать  $\sin \omega \approx \omega \approx d/2l$ .

Измерения проводите в следующем порядке.

Получите отчетливую интерференционную картину, используя объект с малым (0,5 мм) расстоянием между щелями. Расстояние  $l$  при этом должно быть небольшим (около 30 см). Измерьте  $l$ ,  $b$  и  $d$  и запишите их значения. Следя за изменением вида интерференционной картины, увеличивайте ширину щели до полного исчезновения картины. Запишите соответствующее значение ширины щели  $b$ . Отодвигайте рамку с двумя щелями от источника, увеличивая тем самым пространственную когерентность падающего на щель излучения. Наблюдая за изменением вида картины, отметьте положение объекта (новое расстояние  $l$ ), при котором картина становится отчетливо видимой. После этого, не изменяя ширины щели-источника  $b$ , увеличьте расстояние между щелями  $d$  (используя новые объекты) и вновь добивайтесь исчезновения картины.

**Задание 2.** Сведите данные всех измерений  $l$ ,  $d$  и  $b$  в таблицу и вычислите для каждого случая  $b \sin \omega \approx bd/2l$ . Сравните полученные значения  $b \sin \omega$  с ранее вычисленной величиной  $\lambda/4$  и сформулируйте сложившийся в процессе выполнения эксперимента критерий возможности наблюдения интерференционной картины.

## 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТОВЫХ ВОЛН НА РЕЗУЛЬТАТ ИХ НАЛОЖЕНИЯ

Для выполнения этого задания необходим объект, расстояние между щелями которого достаточно велико ( $d \approx 3$  мм). Используя

опыт, накопленный в процессе выполнения предыдущих заданий, получают четкую интерференционную картину (если освещенность картины недостаточна, можно убрать светофильтр). В пазы рамки столика для объектов вдвигают оправу, в которую вставлены пленочные поляроиды (два в одной оправе). Ориентация осей поляроидов указана на рамке оправы.

**Задание 3.** Перекрывая щели поляроидами (вначале закройте каждую из щелей различно ориентированными поляроидами, а затем обе щели одним поляроидом), наблюдайте за изменением картины. Запишите, что наблюдается в случаях одинаковой и различной ориентации поляроидов.

#### 4. ОЦЕНКА СТЕПЕНИ ВРЕМЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ СВЕТА

В этом эксперименте используется та же схема, что и в задании 3, но вместо поляроидов щели (сначала одну, а затем обе) перекрывают стеклянной пластинкой известной толщины.

**Задание 4.** Найдите, при какой толщине пластинки интерференционная картина исчезает, и оцените длину когерентности излучения лампы накаливания с зеленым фильтром.

**Задание 5.** Вместо лампы накаливания поставьте ртутную лампу и фильтр, пропускающий свет в интервале длин волн с  $\lambda_{\text{ср}} = 546$  нм. Повторив те же операции, что и в задании 4, оцените длину когерентности излучения ртутной лампы.

#### Вопросы и упражнения

1. Как достигается необходимая степень пространственной и временной когерентности в следующих интерференционных схемах: зеркала Френеля; билинза Френеля; кольца Ньютона; плоскопараллельная пластинка; интерферометр Майкельсона?

2. Можно ли изменить степень пространственной когерентности излучения, не изменяя его спектральной ширины?

3. Почему радужные кольца видны только в случае очень тонких пленок (например, бензина на воде)?

4. Существуют ли источники излучения, длина когерентности которых измеряется километрами?

5. Оцените длину когерентности излучения радиогенератора, если его относительная стабильность по частоте  $\Delta\nu/\nu \approx 10^{-6}$ , а  $\lambda_{\text{ср}} = 30$  м.

6. Укажите возможные причины наблюдаемого различия в длинах когерентности излучения двух источников.

## Приложение к лабораторной работе 3.5

### ОПИСАНИЕ ОКУЛЯРНОГО МИКРОМЕТРА

Окулярным микрометром определяют размеры изображения объекта. В фокальной плоскости окуляра микрометра расположена неподвижная стеклянная пластинка со шкалой, каждое деление которой равно 1 мм. В этой же плоскости расположена вторая — подвижная — стеклянная пластинка с крестом К и рисками Р. При вращении микрометрического винта крест и риски перемещаются в поле зрения окуляра относительно неподвижной шкалы (рис. 3.5.5).

Шаг винта равен 1 мм. При повороте барабана винта на один оборот крест и риски в поле зрения окуляра переместятся на одно деление шкалы, которая служит для отсчета числа полных миллиметров перемещения креста. Для отсчета сотых долей миллиметра служит шкала барабана винта. Поворот барабана на одно деление соответствует перемещению креста на 0,01 мм. Полный отсчет по шкалам окулярного микрометра складывается из отсчета по неподвижной шкале и отсчета по барабану винта.

Отсчет по неподвижной шкале в поле зрения определяется положением рисок, т.е. подсчитывается, на сколько полных делений шкалы переместились риски, считая от нулевого деления шкалы. Отсчет по барабану микрометрического винта производится точно так же, как и на обычном микрометре, т.е. определяется, какое деление шкалы барабана приходится против индекса, расположенного на неподвижном патрубке винта.

Допустим, что риски в поле зрения расположены между 6-м и 7-м делениями шкалы в поле зрения окуляра и индекс барабана приходится против деления 21 шкалы барабана. В этом случае полный отсчет равен  $6 + 0,21 = 6,21$  мм.

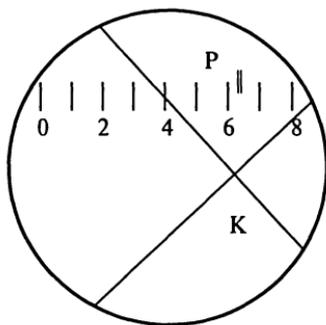


Рис. 3.5.5

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.6

#### ОПЫТ ЮНГА.

#### ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы: исследование зависимости вида интерференционной картины от параметров интерференционной схемы и поляризации световых волн; сравнение степени временной когерентности излучения различных источников.

Приборы и принадлежности: гелий-неоновый лазер, лампа накаливания, красный светофильтр, микрообъектив  $40\times$ , объектив  $F = 20$  см, объектив  $F = 10$  см, столик с рамками для объектов, стеклянные плоскопараллельные пластины, поляриды, измерительный микроскоп, окулярный микрометр, набор объектов в рамках (щели, отверстия).

Литература: [7, § 2.1—2.9]; [13, § 4.1—4.5]; [21, § 11—18, 21]; [1, лекции 11, 12]; описание лабораторной работы 3.5.

## Введение

Работа посвящена изучению интерференции световых волн и во многом аналогична работе 3.5, поэтому общетеоретическая подготовка к работе предполагает обязательное ознакомление с «Введением» к работе 3.5. Особенностью работы является использование в качестве источника света оптического квантового генератора — лазера. Высокая когерентность излучения лазера позволяет использовать в установке не щели, как это обычно бывает в лабораторной практике, а небольшие круглые отверстия, которые легко изготовить непосредственно в процессе работы.

Первая часть работы предполагает измерение ширины интерференционной полосы и вычисление длины волны излучения лазера.

Во второй части работы исследуется влияние поляризации световых волн на результат их наложения. Третья часть посвящена сравнительной оценке временной когерентности излучения различных источников света: лампы накаливания с красным фильтром и гелий-неонового лазера (средние длины волн излучения этих источников примерно одинаковы).

## Описание экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 3.6.1. Источником света в основной части установки, собранной на оптической скамье, служит гелий-неоновый лазер 1. Далее на оптической скамье расположено устройство для расширения лазерного пучка, состоящее из микрообъектива 2 ( $40\times$ ) и объектива 3 типа И-23У ( $F = 110$  мм).

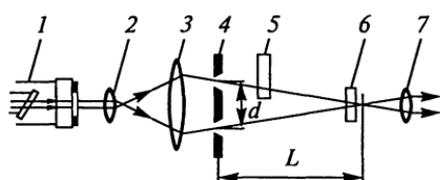


Рис. 3.6.1

Непосредственно за объективом помещается столик с рамкой для объектов 4 (отверстия в фольге или черной бумаге). За объектами можно устанавливать поляриды во вращающихся оправках или стеклянные пластины 5 раз-

личной толщины, перекрывающие любое из отверстий объекта. Интерференционную картину наблюдают с помощью окулярного микрометра 7, позволяющего измерять необходимые расстояния с точностью до 0,01 мм (описание окулярного микрометра см. в приложении к работе 3.5). Для уменьшения яркости наблюдаемых картин перед окулярным микрометром помещен поляроид *б* во вращающейся оправе (минимуму пропускания света соответствует нижнее положение красной точки на оправе поляроида).

В третьей части используется аналогичная вспомогательная установка, собранная на том же столе и состоящая из лампы накаливания, красного фильтра, щели, объектива, столика с рамкой для объектов и окулярного микрометра.

**Внимание!** При работе с лазером следует тщательно соблюдать следующие меры предосторожности:

1. Не включать и не выключать лазер самостоятельно.
2. Ни в коем случае не смотреть навстречу ничем не ослабленному лазерному лучу. Попадание лазерного луча в глаз недопустимо — это может привести к полной потере зрения.
3. Не начинать наблюдений с помощью окулярного микрометра, не поместив в лазерный пучок объект и не убедившись (с помощью листа бумаги, помещенного за окуляром) в том, что интенсивность света, пропускаемого поляроидом, минимальна.
4. Не убирать объект 4, не убедившись, что никто не смотрит в окуляр микрометра.

## Измерения и обработка результатов

### 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ВОЛНЫ ИЗЛУЧЕНИЯ ЛАЗЕРА

1. Проверьте настройку установки. При правильной настройке на экране (листочке бумаги), помещенном за объективом 3 (см. рис. 3.6.1), должен наблюдаться яркий и равномерно освещенный круг диаметром около 20 мм. Отодвигая экран от объектива, убедитесь, что пучок света сходится в точку примерно в фокальной плоскости окулярного микрометра.

2. Изготовьте экран с двумя отверстиями, которые будут служить когерентными источниками. Для этого в куске черной бумаги (50 × 50 мм) проколите иголкой две дырочки диаметром примерно 0,2—0,3 мм, расстояние между ними  $d \approx 1$  мм. Для исследования нужно сделать 2—3 объекта с разными  $d$  (от 1 до 5 мм). Качество объекта контролируйте с помощью измерительного микроскопа типа МПБ-2. Проверьте, одинаковы ли диаметры отверстий (если это не так, увеличьте меньшее из отверстий, вставив в него иголку и осторожно вращая ее). Расстояние  $d$  между отверстиями следует измерить с максимально возможной степенью точности.

3. Вставьте изготовленный объект в рамку 4 (см. рис. 3.6.1) и убедитесь в том, что положение поляроида  $b$  соответствует минимуму пропускания света. Наблюдайте интерференционную картину. Если яркость картины недостаточна, увеличьте ее, осторожно вращая поляроид.

**Задание 1.** Измерьте (для выбранного объекта) ширину интерференционной полосы  $\Delta x$  и расстояние от источников (объекта) до точки наблюдения  $L$  (точка наблюдения лежит в плоскости обращенной к источникам грани прямоугольного корпуса микрометра). Повторите измерения, поместив микрометр на другом расстоянии от объекта. Произведите аналогичные измерения, взяв объект с другим расстоянием между отверстиями. Зная  $d$ ,  $L$  и  $\Delta x$ , вычислите для всех случаев длину волны излучения лазера  $\lambda$ . Данные измерений и вычислений запишите в таблицу. Оцените погрешность измерений  $\Delta\lambda$ .

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТОВЫХ ВОЛН НА РЕЗУЛЬТАТ ИХ НАЛОЖЕНИЯ

Для выполнения этого эксперимента в рамку столика помещают объект — пластинку с двумя отверстиями, расстояние между которыми порядка 10 мм. Непосредственно за объектом устанавливают поляроиды во вращающихся оправках так, чтобы пучки света, выходящие из отверстий, проходили через разные поляроиды. Вращая поляроиды и наблюдая изменение интенсивности пучков, найдите такое положение поляроидов, при котором интенсивности пучков максимальны (оси поляроидов параллельны направлению электрического поля в пучке лазерного излучения). После этого полезно убедиться в том, что излучение лазера поляризовано линейно: при повороте поляроидов на  $90^\circ$  интенсивность пучков должна стать минимальной.

**Внимание!** При всех дальнейших наблюдениях нельзя убирать установленный объект из лазерного пучка.

**Задание 2.** Поворачивая поляроиды (один — по часовой стрелке, а другой — против), отмечайте различия вида картины для случаев, когда угол между осями поляроидов равен 0, 30, 50 и  $90^\circ$ . Исследуйте зависимость вида картины от ориентации третьего поляроида, помещенного перед объективом (или перед глазом).

## 3. СРАВНЕНИЕ ВРЕМЕННОЙ КОГЕРЕНТНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ

Включите лампу накаливания (на вспомогательной установке) и наблюдайте интерференцию излучения, пропускаемого красным фильтром. В отличие от установки с лазером из-за срав-

нительно малой яркости источника здесь применена схема Юнга с двумя щелями, но это не делает схемы установок различными в принципе. На пути света после щелей поместите самую тонкую стеклянную пластинку. Перекрывая пластинкой сначала одну щель, а затем обе, наблюдайте изменения интерференционной картины. Зная толщину и показатель преломления пластинки, оцените длину когерентности излучения, пропускаемого красным фильтром.

Проделайте аналогичные операции на установке с лазером, используя стеклянные пластинки различной толщины (до 40 мм). Оцените длину когерентности излучения лазера и сравните полученный результат с предыдущим.

### **Вопросы и упражнения**

1. Какой вид будет иметь интерференционная картина от двух когерентных точечных источников, если наблюдать ее на экране, плоскость которого перпендикулярна линии, соединяющей источники?

2. Какой будет картина, если плоскость экрана будет параллельна этой линии?

3. Оцените размер источника, позволяющий наблюдать интерференционную картину от двух отверстий, отстоящих друг от друга на 20 мм и находящихся на расстоянии 10 см от источника.

4. Можно ли наблюдать интерференцию излучения лазера, применяя плоскопараллельную пластинку толщиной в несколько сантиметров?

5. Оцените длину когерентности излучения лазера, если полученная интерференционная картина перестает быть отчетливо видной, когда разность хода интерферирующих пучков достигает 10 м.

6. Можно ли, используя излучение раскаленного тела, добиться такой же степени пространственной когерентности, как и в случае лазерного излучения?

### *ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.7*

#### **ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ БИЛИНЗЫ И БИПРИЗМЫ**

**Цель работы:** исследование интерференционных схем с использованием билинзы и бипризмы и определение длины световой волны.

**Приборы и принадлежности:** оптическая скамья, билинза, бипризма, осветитель (лампа накаливания с конденсором), щелевая диафрагма, окулярный микрометр, собирающая линза, светофильтры.

**Литература:** [7, § 2.1—2.9]; [13, § 4.1—4.5]; [21, § 11—17]; [1, лекции 11, 12].

## Введение

Для наблюдения интерференции света применяют ряд схем, в которых световой пучок, идущий от одного источника, разделяют на два пучка (путем отражения или преломления) и заставляют их снова встретиться после того, как ими пройдены различные оптические пути. К таким интерференционным схемам относятся, в частности, билинза Бийе и бипризма Френеля.

Билинза представляет собою тонкую положительную линзу, разрезанную пополам. Полулинзы смещаются (в плоскости линзы) друг относительно друга так, чтобы получилось два пространственно разделенных оптических центра. В этом случае полулинзы дают два мнимых или действительных изображения источника  $S$ , которые служат когерентными источниками света  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 3.7.1).

Бипризма представляет собой две призмы с малыми преломляющими углами, сложенные своими основаниями. Пучок света, падающий на бипризму от щели, вследствие преломления в бипризме разделяется на два пересекающихся пучка, как бы исходящих из двух мнимых изображений щели  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 3.7.2). В области пересечения пучков за призмой будет наблюдаться интерференционная картина.

Зная расстояние между источниками  $d$ , ширину интерференционной полосы  $\Delta x$  и расстояние от источников до экрана  $L$ , можно определить длину световой волны по известной формуле

$$\lambda = \Delta x d / L \quad (L \gg d). \quad (1)$$

### Описание экспериментальной установки

На оптической скамье последовательно располагаются осветитель (лампа накаливания с конденсором) и щелевая диафрагма, играющая роль источника. Малая ширина щели обеспечивает необходимую пространственную когерентность. Достаточно высокая

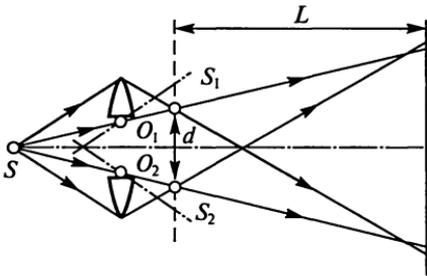


Рис. 3.7.1

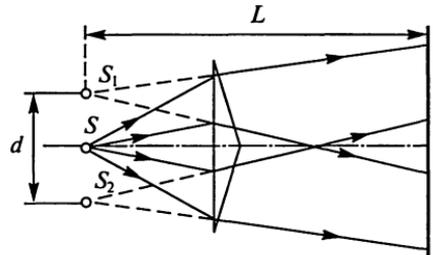


Рис. 3.7.2

степень временной когерентности излучения достигается с помощью светофильтра, выделяющего из спектра излучения сравнительно узкий частотный интервал. Оправа со сменными фильтрами располагается непосредственно за щелевой диафрагмой. Билинза или бипризма в оправе, позволяющих осуществлять нужную регулировку и настройку, устанавливается в рейтерах. Для наблюдения интерференционной картины, а также для измерения ширины полосы и расстояний между когерентными источниками применяют окулярный микрометр (описание окулярного микрометра см. в приложении к работе 3.5); в случае работы с бипризмой перед микрометром помещают вспомогательную собирающую линзу.

## Измерения и обработка результатов

### 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ БИЛИНЗЫ

Получение и наблюдение интерференционной картины с помощью билинзы требует аккуратности и терпения в настройке установки. Для успешного выполнения задачи необходимо добиться того, чтобы оптическая система была центрирована: щелевая диафрагма должна быть расположена по диаметру ярко и равномерно освещенного круга — сечения светового пучка; ось светового пучка должна проходить точно между половинками билинзы и через окулярный микрометр. Для получения действительных изображений щели-источника билинзу следует установить на некотором расстоянии (как правило, большем  $2F$ ) от щели.

После предварительной центровки системы, регулируя положение линз в оправе соответствующими винтами, следует получить на вспомогательном экране (листке бумаги) два симметрично расположенных (относительно вертикали) и одинаково ярких изображения щели. В том месте, где получены действительные изображения источников, установите окулярный микрометр и наблюдайте увеличенные изображения двух источников (измерять расстояние между ними следует после того, как будет получена интерференционная картина и измерена ширина полосы).

Перемещайте окулярный микрометр до тех пор, пока изображения щелей не перекроют друг друга. Если при этом в поле зрения не появляются характерные интерференционные полосы, то, продолжая наблюдение, осторожно регулируйте положение полуплинз винтом, находящимся наверху оправы. Контраст полученной картины можно увеличить, уменьшая ширину щели. Если интерференционные полосы слишком узки, следует отодвинуть микрометр или сблизить изображения щели плавным вращением винта, расположенного сбоку оправы билинзы.

После того как получена отчетливая интерференционная картина, следует измерить ширину полосы. Для повышения точности результата целесообразно определить по шкале микрометра длину отрезка, содержащего несколько полос, и, разделив полученное значение на число полос, найти ширину полосы  $\Delta x$ .

Перемещать крест нитей окулярного микрометра следует очень осторожно, так как нажим на корпус микрометра легко может привести к сдвигу картины в поле зрения. В процессе данного измерения барабан микрометра вращают *только в одну сторону*.

Отметив по сантиметровой шкале положение окулярного микрометра, передвигают его в то место, где видны резкие изображения источников, и, соблюдая указанные выше предосторожности, измеряют расстояние  $d$  между ними.

Расстояние между двумя положениями микрометра (в одном из которых рассматриваются изображения источников, а в другом — интерференционная картина) равно, очевидно,  $L$ , т. е. расстоянию между когерентными источниками и местом наблюдения интерференционной картины.

**За д а н и е 1.** Проведите несколько измерений  $\Delta x$  и определите среднее значение ширины полосы. Смените светофильтр и повторите серию измерений для другой средней длины волны излучения.

Полученные данные измерений  $d$  и  $L$  занесите в таблицу и, используя выражение (1), вычислите искомые средние длины волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Оцените относительную погрешность и запишите результат измерений в виде  $\lambda_{\text{экср}} = (\lambda_{\text{ср}} \pm \Delta\lambda)$  нм.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ СВЕТОВОЙ ВОЛНЫ С ПОМОЩЬЮ БИПРИЗМЫ

В случае наблюдения интерференционной картины с помощью бипризмы (см. рис. 3.7.2) когерентными источниками служат два мнимых изображения щели  $S_1$  и  $S_2$ . Ввиду малости преломляющего угла каждой из призм, образующих бипризму, можно считать, что изображения  $S_1$  и  $S_2$  лежат в одной плоскости со щелью. Это обстоятельство позволяет легко определить расстояние от источников до места наблюдения. Оптическая система (щель, бипризма, микрометр) центрируется так же, как и система с билинзой. Следует позаботиться о том, чтобы ребро бипризмы было параллельно щели-источнику. Для этого, не пользуясь микрометром, смотрят сквозь бипризму на щель; поворачивая оправу бипризмы вокруг горизонтальной оси, добиваются требуемой параллельности (изображения щелей должны быть расположены симметрично относительно вертикали). Интерференционную картину наблюдают с помощью микрометра. Если картина недостаточно отчетлива, слегка поворачивают (не прекращая наблюдения!) оправу бипризмы; контраст картины зависит, конечно, и от ширины щели.

Измерение ширины полосы  $\Delta x$  производится так же, как и в первой части работы.

Для измерения расстояния между источниками используется собирающая линза. С помощью этой линзы получают действительные изображения источников и измеряют (как и в первой части) расстояния между ними по шкале окулярного микрометра. Расстояние между мнимыми источниками  $d$ , входящее в выражение (1), можно вычислить, измерив расстояния от щели до линзы и от линзы до фокальной плоскости микрометра (рекомендуется выполнить соответствующее построение по законам геометрической оптики).

**З а д а н и е 2.** Произведите измерения, необходимые для определения длины волны. Полученные результаты двух серий измерений (для двух светофильтров) внесите в таблицу. После оценки погрешности запишите результаты двух серий измерений в виде  $\lambda_{\text{эксп}} = (\lambda_{\text{ср}} \pm \Delta\lambda)$  нм.

### Вопросы и упражнения

1. Где следует искать интерференционную картину, если из линзы вырезана середина и полулинзы сдвинуты?

2. При каком расположении полулинз невозможно получить интерференционную картину?

3. Можно ли использовать в качестве билинзы линзу, у которой по диаметру наклеена полоска черной бумаги?

4. Укажите примеры интерференционных схем, в которых размеры источника могут быть сравнительно велики.

5. Сравните интерференционные картины, полученные на предлагаемой в работе установке с использованием фильтра, с картинами, полученными в белом свете.

6. Каким образом в опытах с бипризмой и билинзой достигается достаточная степень пространственной когерентности?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.8

### ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ И ФРАУНГОФЕРА

**Ц е л ь р а б о т ы:** наблюдение и расчет дифракционных картин на круглом и прямоугольном отверстиях методами Френеля и Фраунгофера.

**П р и б о р ы и п р и н а д л е ж н о с т и:** ртутная лампа (осветитель типа ОИ-17), два конденсора, два коллиматора с малыми входными отверстиями (один с объективом типа И-37, другой без объектива), зрительная труба с окулярным микрометром, окуляр, светофильтры, набор объектов для наблюдения дифракции.

**Л и т е р а т у р а:** [7, § 3.1—3.5]; [13, § 5.1—5.6]; [21, § 33—42]; [1, лекции 13, 14].

## Введение

Различие между дифракцией Френеля и дифракцией Фраунгофера определяется положением точки наблюдения по отношению к объекту, на котором происходит дифракция света (диафрагмы, экраны и пр.).

Рассмотрим дифракцию света на отверстии радиусом  $R$  (рис. 3.8.1). Если точка наблюдения  $O$  расположена сравнительно близко от отверстия, а точнее, если

$$b \leq R^2/\lambda \quad (1)$$

( $b$  — расстояние от отверстия), то говорят, что выполняются условия наблюдения дифракции по Френелю. В этом случае в отверстии помещается не менее одной зоны Френеля:  $R \geq \sqrt{\lambda b}$  ( $\sqrt{\lambda b}$  — радиус первой зоны Френеля при  $a \rightarrow \infty$ ).

Если наблюдать дифракционную картину в достаточно удаленной точке

$$b \gg R^2/\lambda, \quad (2)$$

для которой радиус первой зоны Френеля  $\sqrt{\lambda b}$  существенно превышает радиус отверстия  $R$ , то говорят о дифракции Фраунгофера.

Для наблюдения дифракции Фраунгофера необязательно уходить очень далеко от отверстия, чтобы удовлетворить условию (2). Такая же дифракционная картина наблюдается в фокальной плоскости собирающей линзы или, как это делается в данной работе, с помощью зрительной трубы, установленной на бесконечность.

В соответствии с двумя способами наблюдения дифракции света работа состоит из двух самостоятельных частей и выполняется на различных установках, в которых реализованы соответствующие условия наблюдения.

### 1. ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ

В первой части исследуется дифракция световых волн на круглом отверстии, причем выбор точки наблюдения удовлетворяет условию (1).

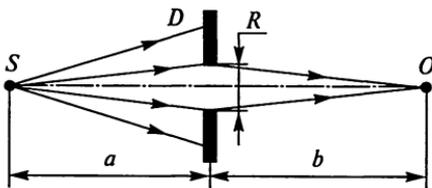


Рис. 3.8.1

Пусть от точечного источника  $S$  (см. рис. 3.8.1) распространяется сферическая волна. Освещенность центра дифракционной картины в точке  $O$  будет зависеть от числа зон Френеля, вырезаемых диафрагмой  $D$  из поверхности волнового фронта.

Число таких зон  $n$  связано с радиусом отверстия  $R$ , расстояниями центра отверстия от источника света  $a$  и точки наблюдения  $b$ , а также длиной волны  $\lambda$  используемого света следующим образом:

$$n = R^2(a + b)/\lambda ab. \quad (3)$$

Подсчитав число зон  $n$  (по виду дифракционной картины) и измерив расстояния  $a$  и  $b$ , можно вычислить длину световой волны  $\lambda$ .

### Описание экспериментальной установки

Схема установки показана на рис. 3.8.2. Свет от источника (ртутная лампа 1 со светофильтром 2) собирается с помощью конденсора 3 на очень малом круглом отверстии 4, играющем роль точечного источника  $S$ . Отверстие 4 сделано в алюминиевой фольге и установлено в специальной оправе на трубе. На противоположный конец трубы надевается крышка 5 с круглым дифракционным отверстием радиуса  $R$ .

Положения лампы, конденсора и трубы на оптической скамье фиксируются при настройке установки, поэтому нельзя изменять их в процессе работы. Дифракционная картина наблюдается с помощью окуляра 6, который можно перемещать по оптической скамье. Рейтер окуляра имеет указатель, позволяющий отсчитывать по линейке расстояние  $b$  (с точностью до 1 мм).

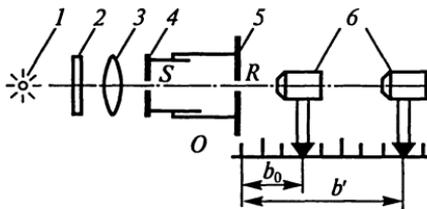


Рис. 3.8.2

### Измерения и обработка результатов

Под руководством преподавателя или лаборанта включите ртутную лампу. Поставьте на пути светового пучка светофильтр, позволяющий выделить из спектра излучения известную длину волны; значение  $\lambda$  указано на светофильтре. Наденьте на конец трубы крышку с дифракционным отверстием радиусом  $R$  и, перемещая окуляр вдоль оптической скамьи, наблюдайте изменение дифракционной картины.

Приблизьте окуляр к отверстию так, чтобы края отверстия были четко видны. В этом случае точка наблюдения совпадает с плоскостью отверстия, т. е. расстояние  $b$  от отверстия до точки наблюдения равно нулю, поэтому отсчет, соответствующий этому положению, следует считать нулевым ( $b_0$ ). Отодвиньте окуляр до конца оптической скамьи и, постепенно приближая его к отверстию,

отметьте положение, при котором в центре картины впервые появится темная точка (открыты две зоны Френеля).

Перемещайте окуляр до появления в центре картины светлого пятна и зафиксируйте отсчет этого положения ( $b'$ ). Продолжая приближать окуляр к отверстию, сделайте отсчеты последующих 5—6 положений, при которых освещенность в центре картины экстремальна. Следует обратить внимание на индивидуальность каждой картины.

**Задание 1.** Пользуясь определенным ранее значением, подсчитайте значения  $b = b' - b_0$ , соответствующие всем наблюдаемым картинам. Зная  $a$ ,  $\lambda$  и число открытых зон  $n$ , вычислите для каждого  $n$  радиус отверстия  $R$  по формуле (3). Значение  $a$  указано на установке.

**Задание 2.** Поставьте светофильтр, выделяющий определенную, но неизвестную длину волны. Прделайте указанные выше операции и, воспользовавшись вычисленным значением  $R$ , определите длину волны, выделенную с помощью этого светофильтра. Результаты запишите в таблицу. В отчете обязательно должны быть рисунки наблюдаемых картин, соответствующих двум, трем и т.д. открытым зонам Френеля.

## 2. ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА

### Описание экспериментальной установки

Схема установки изображена на рис. 3.8.3. Источником света 1 служит ртутная лампа, что и в части 1. Совершенно аналогично выполнены светофильтр 2, конденсор 3 и входное отверстие 4, играющее роль точечного источника. Для получения параллельного светового пучка входное отверстие 4 расположено точно в фокусе объектива 5, установленного в конце трубы. На оправу объектива могут быть помещены различные дифракционные объекты 6: круглое отверстие, прямоугольное отверстие, множество круглых отверстий и т.д. Дифракционные картины рассматриваются с помощью зрительной трубы 7, установленной на бесконечность. Зрительная труба снабжена окулярным микрометром 8, позволяющим измерять необходимые расстояния при наблюдении дифракционных картин. Перемещение креста нитей микрометра может быть отсчитано по его шкале с точностью до 0,01 мм.

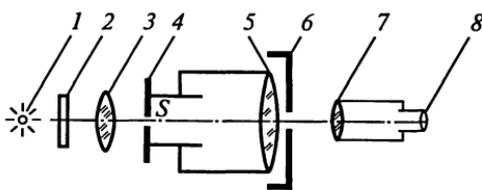


Рис. 3.8.3

## Измерения и обработка результатов

Закрепите зрительную трубу 7 в штативе так, чтобы в центре поля зрения было видно яркое и резкое изображение входного отверстия. Убедитесь, что крест нитей микрометра может быть помещен вращением барабана точно на изображение входного отверстия. Коллиматор — труба с входным отверстием и объективом — уже установлен на бесконечность и регулировке не подлежит.

**За д а н и е 3.** Наблюдение дифракции на одиночных отверстиях.

Поставьте перед конденсором 3 светофильтр и наденьте на оправу объектива ирисовую диафрагму. Плавно изменяя отверстие диафрагмы, проследите, как вследствие ограничения светового пучка изменяется изображение входного отверстия. Наденьте на оправу объектива крышку с одним круглым отверстием и зарисуйте наблюдаемую картину. То же самое сделайте для прямоугольного отверстия. Рядом с дифракционной картиной укажите ориентировку прямоугольного отверстия. Сравнение рисунков должно показать, какой стороне прямоугольника соответствует большая частота чередования дифракционных максимумов.

**За д а н и е 4.** Изучение дифракции на множестве круглых отверстий.

Наденьте на оправу объектива крышку со множеством беспорядочно расположенных круглых отверстий — применение такого объекта позволит наблюдать дифракционную картину, почти идентичную картине от одиночного круглого отверстия, но со значительно большей освещенностью.

Наведите крест нитей на различные участки дифракционной картины и произведите измерения положений максимумов и минимумов освещенности, записывая соответствующие деления шкалы окулярного микрометра. Пользуясь расчетными формулами для случая дифракции плоских волн на круглом отверстии, определите длину световой волны, выделяемую светофильтром из спектра излучения ртутной лампы:

для минимумов

$$R \sin \varphi_{\min} = 0,61\lambda; 1,12\lambda; 1,68\lambda; \quad (1)$$

для максимумов

$$R \sin \varphi_{\max} = 0; 0,81\lambda; 1,33\lambda; 1,85\lambda. \quad (2)$$

Окулярный микрометр позволяет определить линейные размеры картины, лежащей в его фокальной плоскости. Для нахождения синусов углов дифракции, входящих в расчетные формулы (1) и (2), нужно взять отношение перемещения креста нитей  $\Delta x$  к фокусному расстоянию объектива зрительной трубы  $f$ :

$$\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \Delta x / f.$$

Радиус отверстий  $R$  и фокусное расстояние объектива зрительной трубы  $f$  указаны на установке. Результаты запишите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. Можно ли наблюдать дифракционные картины на отверстиях радиусом порядка нескольких сантиметров?

2. Что будет наблюдаться, если в установке Френеля вместо непрозрачного экрана радиусом  $R$  использовать прозрачный экран с черным кружком того же радиуса?

3. Сколько зон Френеля вырезает отверстие из фронта волны, если в центре картины впервые после темной точки появилось светлое пятно?

4. Почему в установке для наблюдения дифракции Фраунгофера используется зрительная труба, а не окуляр?

5. Как изменится дифракционная картина, если трубу, установленную на бесконечность, отодвигать от объектива?

6. Чем будут отличаться картины дифракции на круглых отверстиях разных радиусов?

7. Внимательно рассмотрев картину от множества отверстий и сравнив ее с картиной от одного отверстия, можно заметить некоторое различие в картинах (не считая существенно различной освещенности). Чем отличаются картины? Как объяснить это отличие?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.9

### ДИФРАКЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы: наблюдение дифракции лазерного излучения на объектах простейших конфигураций.

Приборы и принадлежности: гелий-неоновый лазер, рассеивающие линзы, различные объекты для наблюдения дифракции.

Литература: [7, § 3.1—3.5]; [13, § 5.1—5.6]; [38, § 39—41, 44, 45]; [21, § 33—38]; [1, лекции 13, 14].

### Введение

Высокая степень когерентности лазерного излучения открывает широкие возможности для изучения дифракционных явлений. Результаты экспериментов с лазерами весьма наглядны и легко воспроизводимы, так как при этом отпадает множество ограничений, относящихся к размерам источника и объекта дифракции, к расстояниям, на которых может наблюдаться дифрак-

ционная картина, и т. д. В работе исследуется дифракция лазерного излучения на объектах простейшей формы (щель, круглое отверстие и т. п.).

### Описание экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 3.9.1. В качестве источника излучения в работе используется гелий-неоновый лазер 1. Для наблюдения дифракции по Фраунгоферу пучок лазерного излучения используется без каких-либо преобразований. Для наблюдения дифракции по Френелю пучок делается расходящимся с помощью линзы 2. Дифракционные картины наблюдаются на экране 4. Линзы, экран и подставка 3 для объектов дифракции устанавливаются в рейтерах, которые можно перемещать вдоль оптической скамьи, добываясь наилучших условий наблюдения.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Получение фраунгоферовых дифракционных картин от щели.

Получите на экране дифракционную картину от щели. Для этого, убрав рассеивающую линзу 2, поместите щель на расстоянии 30—40 см от источника, а экран — в конце скамьи. Меняя ширину щели, проследите за изменениями в дифракционной картине и отметьте особенности картины при очень широкой и при очень узкой щелях. Зарисуйте вид дифракционной картины от широкой и узкой щелях и укажите, как ширина щели влияет на расстояние между дифракционными максимумами.

**Задание 2.** Изучение и расчет дифракционных картин от решеток.

Получите дифракционную картину от *одномерной* решетки (расположение приборов то же, что и в задании 1) при вертикальном и горизонтальном расположении ее штрихов, а затем для *двумерной* решетки.

Рассчитайте периоды двумерной решетки по горизонтали  $d_1$  и по вертикали  $d_2$ , пользуясь соотношениями  $d_1 \sin \varphi_1 = m_1 \lambda$  и  $d_2 \sin \varphi_2 = m_2 \lambda$ , определяющими направле-

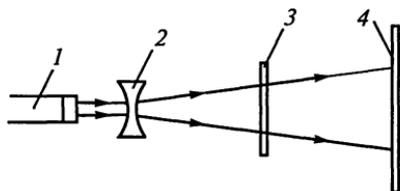


Рис. 3.9.1

ния, по которым наблюдаются главные максимумы ( $m_1$  и  $m_2$  — целые числа, определяющие порядок максимума). Значения  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  определите из соотношений  $\sin \varphi_1 \approx \Delta x/L$  и  $\sin \varphi_2 \approx \Delta y/L$ , где  $\Delta x$  — расстояние от нулевого максимума до максимума порядка  $m_1$  по горизонтали,  $\Delta y$  — соответствующее расстояние от нулевого максимума до максимума порядка  $m_2$  по вертикали,  $L$  — расстояние от решетки до экрана, длина волны излучения лазера  $\lambda = 633$  нм.

Результаты измерений и вычислений ( $L$ ,  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $d_1$  и  $d_2$ ) запишите в таблицу.

**За д а н и е 3.** Получение френелевских дифракционных картин от различных препятствий в слабо расходящемся пучке.

Используя линзу  $1$ , получите на экране дифракционную картину от круглого препятствия — стального шарика диаметром 4—6 мм. Перемещая объект между экраном и линзой, отметьте изменения в картине и зарисуйте картину после того, как в центре тени появится светлое пятно — пятно Пуассона.

Получите дифракционную картину от препятствия в виде узкой длинной полоски, используя для этого, например, проволоку, булавку и т.п. Запишите, что наблюдается на экране, если объект дифракции находится вблизи экрана, вблизи линзы и в некотором среднем положении.

**За д а н и е 4.** Получение френелевских картин от круглого отверстия в расходящемся пучке.

Для получения дифракционной картины от круглого отверстия используйте линзу  $2$ , которая обеспечивает большую расходимость пучка, чем линза  $1$ . Передвигая отверстие относительно линзы, получите и зарисуйте вид картин, соответствующих двум, трем, четырем, пяти и шести (а если получится — возможно большему числу!) зонам Френеля, вырезаемых используемым отверстием из поверхности волнового фронта.

### Вопросы и упражнения

1. Сформулируйте принцип Гюйгенса — Френеля.
2. Чем отличаются условия наблюдения дифракции Френеля и дифракции Фраунгофера?
3. Каково значение степени когерентности используемого света для наблюдения дифракционных картин?
4. Почему при наблюдении дифракции на двух и нескольких щелях целесообразно использовать излучение лазера?
5. Почему при наблюдении дифракционной картины от круглого экрана (шарика) целесообразно использовать рассеивающую линзу сравнительно малой оптической силы?

См. также вопросы к лабораторной работе 3.8.

## ДИФРАКЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы: наблюдение и расчет картин дифракции Фраунгофера на одной и нескольких щелях с использованием излучения лазера.

Приборы и принадлежности: гелий-неоновый лазер, коллиматор, цилиндрическая линза, объектив, зрительная труба, поляриоид, окулярный микрометр, набор объектов в рамках (щели, отверстия и т. п.).

Литература: [7, § 3.1—3.6]; [13, § 5.4—5.8]; [21, § 39—42, 44—46, 47, 50]; [1, лекции 15, 16].

### Введение

Как известно, при дифракции плоской волны на *одной* щели шириной  $b$  (наблюдение по Фраунгоферу) интерференционные (дифракционные) минимумы наблюдаются по направлениям, определяемым условием

$$\sin \varphi_{\min} = \lambda/b; 2\lambda/b; \dots \quad (1)$$

На рис. 3.10.1 *штриховая* линия показывает распределение интенсивности при дифракции на одной щели для *центральной* части картины (между минимумами первого и минус первого порядков).

Распределение интенсивности при дифракции на *двух* параллельных щелях шириной  $b$ , центры которых расположены на расстоянии  $d$ , представлено на том же рисунке *сплошной* линией.

Максимумы, обусловленные дифракцией на двух щелях, наблюдаются по направлениям, определяемым расстоянием между щелями:

$$\sin \varphi_{\min} = \lambda/d; 2\lambda/d; \dots \quad (2)$$

Из выражений (1) и (2), а также из рис. 3.10.1 следует, что число минимумов  $M$ , «перебивающих» центральный максимум,

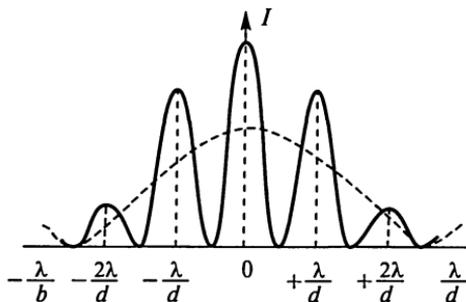


Рис. 3.10.1

обусловленный дифракцией на одной щели, равно целой части величины  $2d/b$ , т. е.

$$M = 2[d/b]. \quad (3)$$

Число максимумов, наблюдаемых в области упомянутого центрального максимума, превышает число минимумов на единицу:

$$L = M + 1 = 2[d/b] + 1. \quad (4)$$

При дифракции на трех и большем числе щелей (при постоянном  $d$ ) положение максимумов, определяемых выражением (2), остается неизменным, поэтому их называют *главными максимумами*. Увеличение же числа щелей приводит к тому, что между главными максимумами появляются новые, дополнительные максимумы и минимумы, число которых растет пропорционально числу используемых щелей  $N$ .

С помощью имеющегося в работе набора пластин с различным числом щелей можно наблюдать изменение числа дополнительных максимумов, а также ширины и интенсивности главных максимумов с увеличением числа щелей. Завершающим экспериментом служит наблюдение дифракции на системе многих щелей, т. е. на дифракционной решетке.

### Описание экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 3.10.2. Источником света служит гелий-неоновый лазер 1. Здесь реализуются условия наблюдения дифракции по Фраунгоферу. Для этого узкий пучок лазерного света с помощью коллиматора 2 (зрительная труба, установленная на бесконечность) преобразуется в широкий параллельный пучок. Для исследования дифракционных явлений на объектах типа щели (или системы щелей) целесообразно использовать цилиндрическую линзу 3 и объектив 4, так как это позволяет получить узкий протяженный источник света, параллельный щели. После коллиматора 2 плоский фронт световых волн преобразуется линзой 3 в цилиндрический. В фокальной плоскости этой линзы световой пучок стягивается в узкую вертикальную полоску, которая и служит источником. Полезно практически убедиться в таком преобразовании светового пучка, перемещая лист белой бумаги между линзой 3 и объективом 4. Использование цилиндрической линзы позволяет обойтись без реальной щелевой диафрагмы.

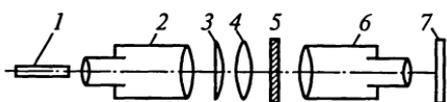


Рис. 3.10.2

За цилиндрической линзой 3 помещается объектив 4 на расстоянии, равном сумме фокусных расстояний линзы и объектива (положение на скамье рейтеров линзы 3 и объектива 4

фиксировано). На некотором расстоянии от объектива 4 пучок, не расширяясь в горизонтальном направлении, собирается в узкую горизонтальную полоску. Именно здесь следует поместить объект дифракции 5, так как в этом случае освещается небольшой по высоте участок щели или решетки и на качестве дифракционной картины дефекты объекта дифракции почти не сказываются. Увеличение вертикального диаметра пучка, т. е. отсутствие параллельности пучка в этом направлении, несущественно.

Дифракционная картина наблюдается с помощью зрительной трубы 6 с окулярным микрометром, позволяющим проводить необходимые измерения. Можно, например, получив в поле зрения трубы дифракционную картину от щели (или от решетки), измерить расстояния между максимумами и, зная фокусное расстояние объектива трубы и ширину щели (или период решетки), найти длину волны излучаемого света.

Для уменьшения интенсивности излучения линейно поляризованного лазерного излучения можно использовать поляроид 7, который укреплен на окуляре зрительной трубы 6. Недопустимо начинать наблюдения, предварительно не проверив с помощью листа белой бумаги, установлен ли поляроид под углом, обеспечивающим минимум проходящего через него света. При смене объекта дифракции необходимо временно прекратить наблюдения и перед возобновлением наблюдений с новым объектом вновь проверить установку поляроида на минимум освещенности.

Включение и выключение лазера производится только лаборантом или преподавателем.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Получение дифракционной картины от одной щели и расчет длины волны излучаемого света.

Поместив объект дифракции (щель) за объективом в самое узкое место пучка, получите дифракционную картину от одной щели и рассчитайте длину волны излучаемого света, зная ширину щели  $b$  (она указана в паспорте работы).

При расчете воспользуйтесь условием минимумов при дифракции на одной щели, считая  $\sin \varphi_m \approx \Delta x / f$ , где  $\Delta x$  — расстояние от центра картины до минимума  $m$ -го порядка (определяется с помощью окулярного микрометра),  $f$  — фокусное расстояние объектива зрительной трубы (для используемой в работе трубы  $f = 40$  см).

Измерения будут более точными, если по перемещению креста нитей в поле зрения окулярного микрометра определять не  $\Delta x$ , а  $2\Delta x$  — расстояние между двумя минимумами соответствующего порядка слева и справа от центра картины. Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу.

**Задание 2.** Получение дифракционной картины от двух щелей.

При выполнении задания используют пластинку с двумя щелями, снабженную специальной шторкой, позволяющей поочередно закрывать щели.

Наблюдайте картины от каждой щели отдельно, а затем от обеих щелей вместе. Получив дифракционную картину от двух щелей, подсчитайте число минимумов и максимумов, возникающих в области центрального максимума, обусловленного дифракцией от одной щели, и сделайте заключение о соотношении между  $b$  и  $d$  для данной пары щелей [см. соотношения (3) и (4)].

Далее рассчитайте  $2b/d$ , измерив  $b$  и  $d$  с помощью микроскопа, и сравните результаты, полученные непосредственным измерением и при наблюдении дифракционной картины. Составьте таблицу, содержащую значения  $b$ ,  $d$ , а также  $2[d/b]_{\text{изм}}$  и  $2[d/b]_{\text{набл}}$ .

**Задание 3.** Наблюдение дифракционной картины от нескольких щелей.

Используя набор пластин с прорезанными щелями, получите последовательно дифракционные картины от  $N$  щелей, меняя  $N$  от 2 до 9. Отметьте в специальной таблице число дополнительных максимумов, соответствующее данному числу щелей  $N$ , и зарисуйте вид дифракционных картин от 2, 3, 4 и 5 щелей.

При оформлении отчета укажите, как зависит число дополнительных максимумов и минимумов от числа щелей, а также меняется ли положение главных максимумов при переходе к большему числу щелей (это можно выяснить, отмечая положение максимума с помощью креста нитей в поле зрения окулярного микрометра).

**Задание 4.** Наблюдение картины от дифракционной решетки при изменении числа щелей.

Установите между объективом и трубкой дифракционную решетку, а непосредственно перед решеткой — раздвижную щель. Получите картину от дифракционной решетки (при максимально раздвинутой щели). Уменьшая с помощью раздвижной щели число работающих щелей решетки, отметьте изменения в дифракционной картине и выясните, как с увеличением числа щелей меняется расстояние между главными максимумами, их острота, а также соотношение между интенсивностями главных и дополнительных максимумов.

**Задание 5.** Наблюдение дифракционной картины от прямоугольного и круглого отверстий.

Для получения дифракционной картины от прямоугольного отверстия использование источника в виде щели нецелесообразно. Поэтому следует убрать со скамьи цилиндрическую линзу  $\delta$  и объектив 4. Для этого штыри, несущие оправы линзы и объектива, осторожно вынимают из гнезд рейтеров и ставят в специаль-

ные подставки. Положение рейтеров на скамье должно оставаться неизменным.

Получите последовательно дифракционные картины от квадрата со стороной  $a$ , от квадрата со стороной  $b$  и от прямоугольного отверстия со сторонами  $a$  и  $b$ .

Зарисуйте все три дифракционные картины, обратив внимание на зависимость дифракционной картины, полученной в случае прямоугольника, от его ориентации.

Получите и зарисуйте картину от круглого отверстия. Отметьте, чем отличается полученная картина от картин дифракции на круглом отверстии, наблюдаемых по методу Френеля.

### **Вопросы и упражнения**

1. Чем отличаются условия наблюдения дифракции Френеля и Фраунгофера?

2. Как формируется пучок лазерного излучения в установке между коллиматором и зрительной трубой?

3. Нарисуйте ход лучей в вертикальном и горизонтальном сечениях пучка.

4. Как будет меняться наблюдаемая картина, если щель или решетку (см. задания 2—4) перемещать поперек пучка?

См. также вопросы к лабораторной работе 3.11.

## **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.11**

### **ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ОДНОЙ, ДВУХ И НЕСКОЛЬКИХ ЩЕЛЯХ**

**Цель работы:** изучение распределения интенсивности при дифракции Фраунгофера на одной и нескольких щелях; установление зависимости вида дифракционной картины от числа щелей.

**Приборы и принадлежности:** ртутная лампа, светофильтр, два объектива, окулярный микрометр, набор пластин с различным числом щелей.

**Литература:** [7, § 3.1—3.6]; [13, § 5.4—5.8]; [21, § 39—42, 44, 46, 47, 50]; [1, лекции 15, 16].

### **Введение**

Данная работа, как и предыдущая, посвящена изучению дифракции света на одной щели и на нескольких параллельных щелях. Однако в отличие от работы 3.10 здесь в качестве источника света

используют не лазер, а ртутную лампу с меньшей степенью когерентности излучения. В связи с этим изменена схема формирования светового пучка, тогда как характер заданий остался прежним. На примере этой установки можно убедиться, что наблюдение некоторых тонких дифракционных эффектов вполне осуществимо и без лазеров. При подготовке к работе следует пользоваться введением к лабораторной работе 3.10.

### Описание экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 3.11.1. Свет от ртутной лампы 1 собирается с помощью конденсора 2 на щели 3, которая расположена в фокальной плоскости объектива 4. Сформированная таким образом практически плоская волна (параллельный пучок лучей) падает на объект 5, представляющий собой, например, две щели шириной  $b$ , расстояние между которыми  $d$ . Объектив 6 образует дифракционную картину на расстоянии  $F$  (в фокальной плоскости). Картину наблюдают с помощью окулярного микрометра 7, позволяющего измерять нужные расстояния с точностью до 0,01 мм. Положение рейтеров щели-источника 3 и объектива 4 на оптической скамье фиксировано и изменению в процессе работы не подлежит.

Углы дифракции можно вычислить, зная измеренное микрометром расстояние  $\Delta x$  от центра дифракционной картины до соответствующего максимума (или минимума) и фокусное расстояние объектива:  $\sin \varphi \approx \Delta x / F$ . Фокусное расстояние объектива  $F = 30$  см. Для того чтобы спектральный интервал излучения был достаточно узок, применяют светофильтр.

### Измерения и обработка результатов

В данной работе следует выполнить задания 1, 2, 3 из работы 3.10. При выполнении этих заданий необходимо проверять настройку установки. При правильной настройке в поле зрения окулярного микрометра должно наблюдаться весьма яркое и резкое изображение щели-источника.

Кроме того, при перемещениях объекта между объективами 4 и 6 (см. рис. 3.11.1) наблюдаемая дифракционная картина не должна меняться, т. е. фронт волны между объективами должен быть практически плоским.

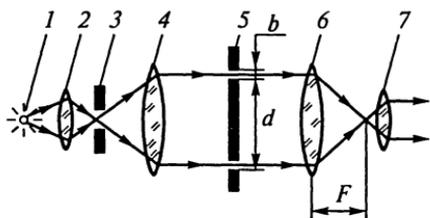


Рис. 3.11.1

## Вопросы и упражнения

1. Каким будет распределение интенсивности света в дифракционной картине от щели, ширина которой  $b$  равна длине волны  $\lambda$  используемого излучения?

2. Как меняется доля энергии, приходящейся на главные максимумы, при переходе к большему числу щелей?

3. Какой вид будет иметь дифракционная картина, если число щелей объекта будет достаточно большим (порядка сотен)?

4. Как изменится вид наблюдаемых в работе дифракционных картин, если источником света будет служить лампа накаливания без фильтра?

См. также вопросы к лабораторной работе 3.10.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.12

### ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА

Цель работы: изучение дифракционной решетки и определение длин волн спектра излучения ртути.

Приборы и принадлежности: гониометр, дифракционные решетки, ртутная лампа, неоновая лампа, лампа накаливания, призма.

Литература: [7, § 3.6—3.10]; [38, § 44, 46, 47]; [13, § 5.6—5.9]; [21, § 39—42, 44, 46—48, 50, 51]; [1, лекции 15, 16].

### Введение

Дифракционной решеткой называют любую периодическую структуру, способную повлиять на амплитуду или фазу падающей на нее электромагнитной волны. Периодически меняющимся параметром может быть, например, прозрачность (амплитудная решетка — рис.3.12.1, *а*), геометрическая толщина или коэффициент преломления (фазовая решетка — рис. 3.12.1, *б*). Если на такую решетку падает плоская электромагнитная волна, то волновой фронт после решетки можно представить множеством плоских волн, распространяющихся в определенных направлениях. Плоские волны с максимальной амплитудой удовлетворяют условию:

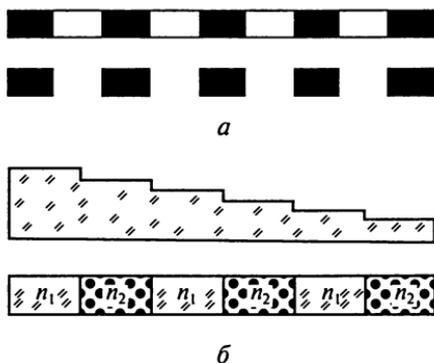


Рис. 3.12.1

$$d \sin \varphi = k \lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (1)$$

где  $d$  — период (или постоянная) решетки;  $\varphi$  — угол отклонения соответствующей волны от нормали.

Поставив за решеткой собирающую линзу, можно получить в ее фокальной плоскости ряд точек или полос — изображений источника (например, щели), каждое из которых представляет собой дифракционный спектр реального (немонохроматического) излучения этого источника.

Задача спектрального исследования данного излучения сводится к измерению постоянной решетки и углов отклонения дифрагированных пучков света от первоначального направления. В работе предлагается измерить несколько длин волн спектра излучения ртути.

Кроме этого, работа предусматривает измерение одного из важнейших параметров дифракционной решетки как спектрального прибора — дисперсии решетки.

### Описание экспериментальной установки

В работе используют распространенную в лабораторной практике решетку, представляющую собой стеклянную пластинку, на которую с помощью делительной машины специальным алмазным резцом нанесен ряд параллельных штрихов.

Для измерения углов отклонения применяют гониометр, схема которого представлена на рис. 3.12.2. Гониометр состоит из зрительной трубы Т, коллиматора К, столика С, лимба Е и нониуса Н. Коллиматор служит для создания параллельного пучка света. Он состоит из наружного тубуса с объективом Об и внутреннего тубуса с входной щелью Щ, устанавливаемой в фокальной плоскости объектива. Из коллиматора выходит плоская световая волна (параллельный пучок света) и падает на дифракционную решетку. Пучки света собираются объективом зрительной трубы и образуют в фокальной плоскости действительные изображения щели коллиматора. В поле зрения окуляра одновременно

видны крест нитей и действительное изображение щели (дифракционный максимум). Перемещая зрительную трубу, можно совместить крест нитей с любым из дифракционных максимумов. Источником исследуемого излучения является ртутная лампа.

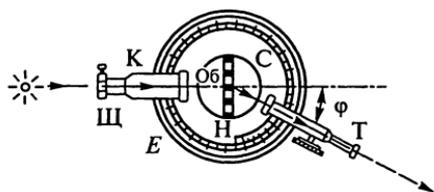


Рис. 3.12.2

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение постоянной решетки.

Для определения постоянной решетки необходимо иметь излучение известной длины волны. Можно использовать излучение неона (неоновой лампы), длина волны желтой линии в спектре неона равна  $\lambda = 585$  нм.

Дифракционную решетку установите на столике гониометра так, чтобы ее штрихи были вертикальны и пучок света, выходящий из коллиматора, падал на нее нормально. Поворачивая зрительную трубу до совмещения креста нитей с первым левым изображением щели (максимум 1-го порядка), снимите отсчет угла  $\alpha_{\text{лев}}$ . Поверните зрительную трубу до совмещения креста нитей с первым правым изображением щели и снимите отсчет угла  $\alpha_{\text{прав}}$ . Такие же измерения сделайте для второго дифракционного максимума ( $k=2$ ).

Пользуясь формулой (1), вычислите постоянную решетки  $d$ . Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу.

Установите на столике другую дифракционную решетку. Сравните (качественно) дифракционные картины, полученные от разных решеток. Определите, какая из решеток имеет большую постоянную.

**Задание 2.** Определение длин волн наиболее ярких линий спектра излучения ртути.

Включите ртутную лампу и, передвигая гониометр, добейтесь яркого изображения щели (пользуйтесь той же решеткой, что и в задании 1). Тем же способом, что и в задании 1, измерьте углы отклонения всех видимых линий ртутного спектра (по спектрам 1-го и 2-го порядков). Вычислите длины волн наблюдаемых линий ртутного спектра. Результаты измерений и вычислений запишите в таблицу.

**Задание 3.** Определение дисперсии решетки.

Определите разность углов отклонения для синей и фиолетовой линий в спектрах 1-го и 2-го порядков. Зная разность  $\Delta\lambda = \lambda_c - \lambda_{\text{ф}}$ , вычислите дисперсию данной дифракционной решетки в спектре 1-го и 2-го порядков.

**Задание 4.** Наблюдение спектра излучения раскаленного тела.

Щель гониометра осветите лампой накаливания. Получив спектры 1-го и 2-го порядков, зарисуйте их, пользуясь цветными карандашами. Поставив вместо решетки призму, получите с ее помощью спектр излучения лампы накаливания, зарисуйте его и сравните с дифракционным спектром.

### Вопросы и упражнения

1. Какого типа дифракция наблюдается в работе: дифракция Френеля или дифракция Фраунгофера?

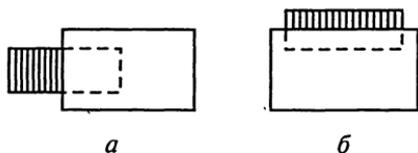


Рис. 3.12.3

2. Пользуясь правилами геометрической оптики, постройте ход лучей в гониометре (при наличии дифракционной решетки) от источника света до глаза для максимумов 0-го и 1-го порядков.

3. Как вычисляется положение главных максимумов в том случае, если параллельный пучок света падает на решетку под углом  $\alpha \neq 0$ ?

4. Как можно использовать «грубую» ( $d \approx 1$  мм) дифракционную решетку для наблюдения дифракции света?

5. Как изменится дифракционная картина, если изменить ширину щели, не меняя постоянной решетки (источник света дает линейчатый спектр)?

6. Как изменится дифракционная картина, если часть решетки закрыть, как показано на рис. 3.12.3 (источник света дает линейчатый спектр)?

7. Чем будут отличаться дифракционные картины, полученные от решеток с различными постоянными, но с одинаковым числом штрихов?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.13

#### РАЗРЕШАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ГЛАЗА И ТЕЛЕСКОПА

**Цель работы:** определение разрешающей способности глаза и телескопа; исследование зависимости разрешающей способности телескопа от диаметра его объектива.

**Приборы и принадлежности:** осветитель с лампой накаливания, микрообъектив, коллиматорный объектив ( $F_k = 650$  мм), ирисовая диафрагма со шкалой, зрительная труба, пластинки с двумя отверстиями, таблица для оценки разрешающей способности глаза, плоское зеркало, штангенциркуль.

**Литература:** [7, § 3.5—3.9, 4.9—4.11]; [38, § 24, 45, 56]; [21, § 39, 42, 91, 92, 96].

#### Введение

Назначение многих оптических приборов (биноклей, телескопов, фотоаппаратов и др.) состоит в том, что с их помощью на сетчатке глаза или на фотопластинке формируется оптическое изображение объекта. Количество полученной таким образом информации о свойствах объекта, т. е. степень подобия объекта и его изображения, определяет, очевидно, качество оптической системы. Как известно, абсолютное подобие объекта и его оптического изобра-

жения неосуществимо в принципе, поскольку изображение бесконечно далекого «точечного» источника, полученное при помощи даже идеального (т. е. свободного от aberrаций) объектива, не будет точкой. Вследствие дифракции падающей на объектив световой волны в фокальной плоскости образуется дифракционное пятно. Распределение интенсивности света в пятне приближенно представлено на рис. 3.13.1, а

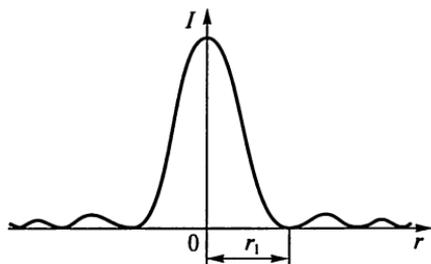


Рис. 3.13.1

угловой радиус первого минимума  $\varphi$ , практически определяющий «размытость» изображения, находится из условия

$$D \sin \varphi = 1,22\lambda, \quad (1)$$

где  $D$  — диаметр объектива;  $\lambda$  — длина световой волны.

Радиус первого темного кольца можно найти, зная фокусное расстояние  $F$  исследуемого объектива:  $r_1 = F \sin \varphi \approx F\varphi$ .

В случае наблюдения двух объектов (например, двух звезд) мы всегда видим лишь результат наложения соответствующих дифракционных картин. При достаточно малом угловом расстоянии между объектами их «размытые» изображения могут слиться в одно пятно, по виду которого нельзя будет судить о том, сколько объектов мы наблюдаем — один или два. В этом случае говорят, что данные объекты не разрешены оптическим прибором.

Согласно критерию Рэля (см. рис. 3.13.1 и 3.13.2), объекты следует считать надежно разрешенными, если их дифракционные картины накладываются так, что центральный максимум одной (кривая 1) совпадает с первым минимумом другой (кривая 2). Иными словами, расстояние  $l$  между центрами двух картин становится равным радиусу первого минимума  $r_1$ . Таким образом, любой оптический прибор может быть охарактеризован некоторым минимальным угловым расстоянием  $\psi_{\min}$  между бесконечно далекими объектами, которые он еще способен разрешить.

В практически важном случае оценки разрешающей способности объектива телескопа (и вообще при наблюдении достаточно удаленных объектов, угловое расстояние между которыми равно  $\varphi$ ) в соответствии с критерием Рэля и условием (1) можно считать

$$\sin \psi_{\min} = \sin \varphi = \frac{1,22\lambda}{D}, \quad (2)$$

или, так как углы  $\varphi$  и  $\psi$  малы,

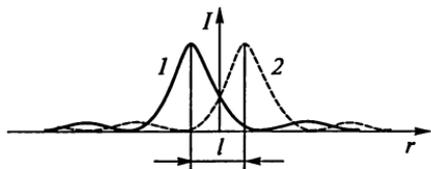


Рис. 3.13.2

$$\psi_{\min} \approx \varphi = \frac{1,22\lambda}{D}. \quad (3)$$

Разрешающую способность телескопа определяют как величину, обратную предельному углу разрешения:

$$R = 1/\psi_{\min}. \quad (4)$$

Учитывая (3), можно сказать, что разрешающая способность телескопа растет пропорционально увеличению диаметра его объектива, т. е.

$$R = \frac{D}{1,22\lambda}. \quad (5)$$

Выражение (5) определяет теоретический предел разрешения, установленный в соответствии с критерием Рэля. При экспериментальной оценке разрешения телескопа величина  $R$  может получиться несколько иной (как в силу условности критерия Рэля, так и благодаря индивидуальным особенностям наблюдателя), однако сам факт пропорционального роста разрешающей способности с увеличением диаметра объектива легко проверить экспериментально, что и предлагается сделать в данной работе. В качестве предварительного упражнения предлагается экспериментально оценить разрешающую способность глаза наблюдателя.

### Описание экспериментальной установки

Для экспериментального определения разрешающей способности глаза достаточно таблицы (или шкалы) со штрихами, расстояние между которыми известно, и приспособления для измерения диаметра зрачка (зеркало, штангенциркуль).

Схема установки для определения разрешающей способности телескопа представлена на рис. 3.13.3. Для того чтобы имитиро-

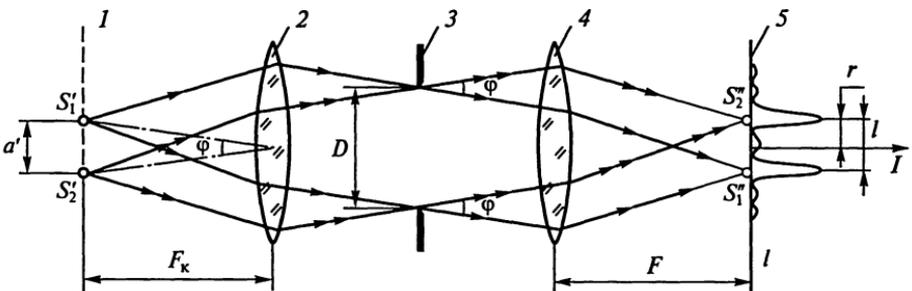


Рис. 3.13.3

вать наблюдение достаточно удаленных объектов (звезд), применяют коллиматор — трубу с длиннофокусным объективом 2, в фокальной плоскости 1 которого находятся «точечные» источники  $S'_1$  и  $S'_2$ .

Благодаря использованию коллиматора можно считать, что на исследуемый объектив 4 падают две плоские волны от объектов, находящихся на угловом расстоянии

$$\varphi = a' / F_k \quad (6)$$

Между объективом коллиматора 2 и исследуемым объективом 4 помещена ирисовая диафрагма 3, позволяющая плавно уменьшать диаметр входного отверстия объектива. Для измерения этого диаметра оправа диафрагмы снабжена указателем и шкалой. Изображения «звезд», точнее, дифракционные картины (в данном случае условия наблюдения позволяют говорить о дифракции Фраунгофера), наблюдают в фокальной плоскости объектива 5 с помощью окуляра с увеличением  $30\times$  или  $60\times$  (на рис. 3.13.3 окуляр не показан). Практически исследуемым объективом и окуляром служат соответствующие части одной зрительной трубы, установленной на бесконечность, т. е. сводящей параллельные лучи (плоские волны) в фокальной плоскости объектива (она же в данном случае является и фокальной плоскостью окуляра).

На рис. 3.13.3 точки  $S'_1$  и  $S'_2$  показывают положение изображений «звезд»  $S_1$  и  $S_2$ , построенных по правилам геометрической оптики; там же приведено примерное распределение интенсивности в соответствующих дифракционных картинах (показан случай, для которого  $l > r_1$ , т. е. предел разрешения еще не достигнут).

Для плавного изменения расстояния между источниками в установке предусмотрено следующее устройство. Несколько дальше фокальной плоскости коллиматора (считая от объектива) расположен микрообъектив (см. установку), передний фокус которого совпадает с фокусом коллиматорного объектива. Реальный объект — пластина с двумя отверстиями  $S_1$  и  $S_2$  (рис. 3.13.4) — устанавливается на сравнительно большом расстоянии от микрообъектива. Это приводит к тому, что вблизи фокальной плоскости коллиматора находятся не сами объекты, а их действительные изображения (см. рис. 3.13.3). Преимущества данной схемы заключаются, во-первых, в том, что расстояние между наблюдаемыми «звездами» может быть сделано достаточно малым по сравнению с расстоянием  $a$  между реальными отверстиями.

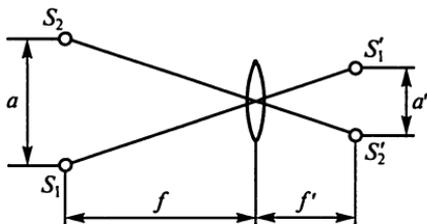


Рис. 3.13.4

Во-вторых, как уже отмечалось выше, меняя расстояние  $f$ , можно плавно изменять расстояние  $a'$  между изображениями «звезд».

Величины  $a$ ,  $a'$ ,  $f$  и  $f'$  (см. рис. 3.13.4) связаны соотношением

$$a/a' = f'/f. \quad (7)$$

При условии  $f \gg f'$  (соблюденом в установке) можно считать, что при изменении  $f$  величина  $f'$  практически не меняется, т. е. остается равной фокусному расстоянию микрообъектива (для микрообъектива, используемого в установке,  $f' = 4,3$  мм).

Расстояние  $f$  отсчитывается по шкале, нанесенной на одной из направляющих, по которым может перемещаться оправа с объектами (пластинками с отверстиями). Практически можно считать, что  $f = (n + 3)$  см, где  $n$  — номер деления шкалы. Вместе с объектом вдоль направляющих перемещается и осветитель (лампа накаливания в кожухе с конденсором). Для улучшения условий наблюдения можно использовать светофильтр.

### Измерения и обработка результатов

**За д а н и е 1.** Определение разрешающей способности глаза.

Рассматривая (одним глазом) специальную таблицу, расположенную на известном расстоянии, найдите на ней объект с изображением штрихов, которые еще воспринимаются раздельно. Зная расстояние между штрихами, а также расстояние от глаза до таблицы, определите предельный угол разрешения  $\psi_{\min}$  и разрешающую способность глаза  $R_{\text{экср}}$ .

Наблюдая изображение глаза в плоском зеркале, измерьте диаметр изображения зрачка (штангенциркулем). Пользуясь (5), вычислите теоретическое значение  $R_{\text{теор}}$  при  $\lambda = 550$  нм.

**За д а н и е 2.** Исследование зависимости разрешающей способности телескопа от диаметра его объектива.

Включите осветитель и, поместив в рамку объект с двумя отверстиями, проверьте настройку установки. При правильной настройке и полностью открытой диафрагме в поле зрения трубы должны быть видны яркие и достаточно резкие изображения отверстий. Для достижения оптимальных условий наблюдения следует сделать накал лампы осветителя (с помощью реостата) не слишком сильным и, слегка перестраивая трубу (вращением рифленого кольца перед окуляром), добиться максимальной резкости. Последнюю операцию следует повторить после того, как расстояние между «звездами» будет существенно изменено.

Установите максимальное расстояние между «звездами» (выбрав объект с большим  $a$  и сделав  $f$  наименьшим). Закрывайте отверстие диафрагмы до тех пор, пока не будет достигнут предел разрешения. Запишите значения  $f$  и диаметра диафрагмы  $D$ . При

переходе к малым значениям диаметра диафрагмы следует несколько увеличить накал лампы осветителя.

Увеличивая расстояние  $f$  от объекта до микрообъектива, уменьшите расстояние между «звездами» и для каждого случая вновь подберите размер отверстия диафрагмы, соответствующий пределу разрешения. Расстояние  $f$  меняйте через 3 см до максимально возможного. После этого проведите следующую серию измерений с новым объектом, расстояние  $a$  для которого меньше, чем у использованного вначале.

Получив десять экспериментальных значений диаметра отверстия диафрагмы  $D$ , соответствующих десяти значениям расстояния  $f$  (и, следовательно, десяти значениям расстояния между «звездами»), вычислите для каждого случая разрешающую способность. При вычислении  $R$  следует учесть, что, согласно (6) и (7),  $\varphi = a'/F_k = af'/fF_k$ . Откуда

$$R = \frac{1}{\varphi} = \frac{fF_k}{fa}. \quad (8)$$

Для используемой в работе установки  $F_k = 650$  мм и  $f' = 4,3$  мм. Данные эксперимента запишите в таблицу. Используя полученные значения, постройте график зависимости разрешающей способности телескопа  $R$  от диаметра его объектива  $D$ .

### Вопросы и упражнения

1. Каковы отличия условий наблюдения дифракции Френеля и дифракции Фраунгофера?

2. Получите выражение для угла, соответствующего первому минимуму для случая дифракции на одной щели (по Фраунгоферу).

3. В чем преимущество наблюдения звезд и планет с помощью телескопов?

4. Зависит ли разрешающая способность телескопа от его увеличения?

5. В сумерках диаметр зрачка глаза увеличивается примерно в два раза. Как влияет это на разрешающую способность глаза?

6. Можно ли, наблюдая невооруженным глазом звезду, закрыть ее помещенной перед глазом спичкой?

7. Оцените диаметр установленного на спутнике объектива фотоаппарата, с помощью которого возможно различать на Земле объекты размером 1 м.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.14

### ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Цель работы: изучение роли дифракционных явлений в формировании оптических изображений.

Приборы и принадлежности: гелий-неоновый лазер, оптическая скамья, объектив микроскопа с увеличением  $40\times$ , объективы  $F_1 = 110$  мм и  $F_2 = 210$  мм, дифракционные решетки, препаратодоводитель, набор фильтров, поляриод, ирисовая диафрагма, измерительный микроскоп.

Литература: [7, § 3.9—3.10]; [38, § 57]; [21, § 96, 97].

## Введение

Рассмотрим дифракцию светового пучка на объекте, обладающем простейшей структурой. Таким объектом может служить, например, одномерная дифракционная решетка.

Если на решетку падает плоская волна, то после решетки мы будем иметь множество плоских волн, распространяющихся в разных направлениях. По направлениям, удовлетворяющим условию  $d \sin \varphi = m\lambda$ , где  $d$  — период решетки;  $\varphi$  — угол дифракции;  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , амплитуда волн максимальна (рис. 3.14.1). Если на пути преобразованного волнового фронта поместить собирающую линзу  $L$ , то каждая из плоских волн  $0, 1, 2, \dots$  дает в фокальной плоскости этой линзы яркую точку ( $S_1, S_2, S_3$  и т.д.). Плоской волне, распространяющейся по какому-либо направлению, принято ставить в соответствие определенное значение *пространственной частоты*, которая определяется проекцией волнового вектора  $\vec{k}$  на ось, лежащую в плоскости решетки, перпендикулярную ее штрихам. Таким образом, можно сказать, что в фокальной плоскости линзы мы наблюдаем ряд дифракционных максимумов, соответствующих множеству пространственных частот, или так называемый *спектр пространственных частот*, характеризующий данный объект.

Собственно изображение объекта можно наблюдать за фокальной плоскостью линзы на экране или с помощью другой линзы. В предлагаемой установке объект  $AB$  (см. рис. 3.14.1) расположен на расстоянии порядка  $2F$  от линзы; следовательно, его действительное изображение  $A'B'$  будет наблюдаться также на расстоянии порядка  $2F$  за линзой.

Теория и эксперимент показывают, что сходство объекта и его оптического изображения будет тем большим, чем

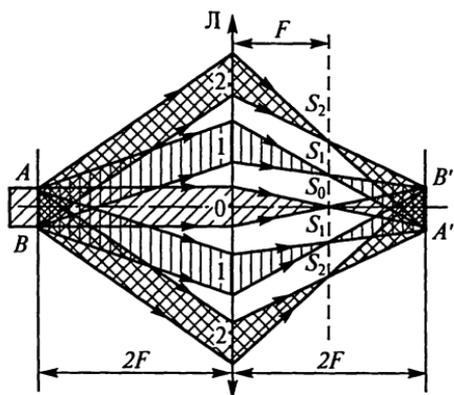


Рис. 3.14.1

полнее используется соответствующий объекту спектр пространственных частот. С другой стороны, если отдельные пространственные частоты исключить из процесса формирования изображения, то могут возникнуть существенные искажения изображения.

Процесс изменения изображения объекта, подчеркивание его отдельных структурных особенностей путем выделения тех или иных пространственных частот носит название *оптической пространственной фильтрации*.

Получение возможно большей информации о свойствах объекта связано с разрешающей способностью оптических приборов. В частности, объектив микроскопа можно рассматривать как фильтр пространственных частот. Если оправа объектива выделяет из пространственного спектра только один максимум нулевого порядка, то, несмотря на то что сквозь объектив проходит значительная световая энергия, никакой *информации* о структуре объекта мы не будем иметь. Для получения минимальной информации, или, как говорят, для *разрешения* объекта, необходимо, чтобы фильтр пропускал, по крайней мере, максимумы первых порядков, т.е. чтобы выполнялось условие

$$d \geq \frac{\lambda}{n \sin u}, \quad (1)$$

где  $d$  — размер объекта;  $n \sin u$  — числовая апертура (см. [21]).

### Описание экспериментальной установки

Схема установки представлена на рис. 3.14.2. Источником света служит гелий-неоновый лазер  $1$  (длина волны излучения

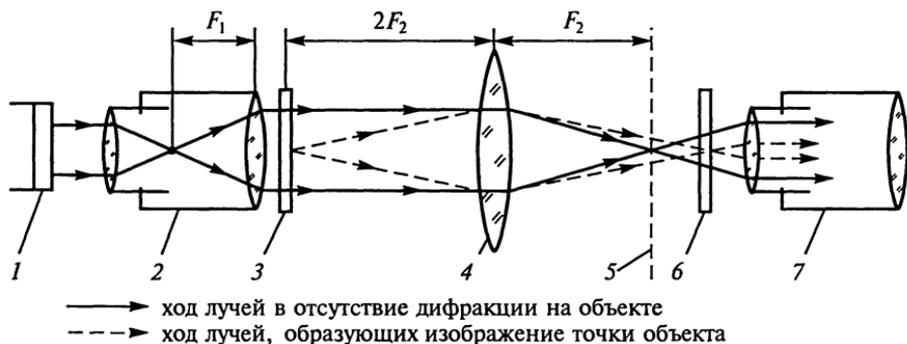


Рис. 3.14.2

$\lambda = 633 \text{ нм}$ ). Для просвечивания протяженных объектов узкий пучок лазерного излучения расширяется с помощью телескопической системы 2, состоящей из микрообъектива ( $40\times$ ) и объектива с фокусным расстоянием  $F_1 = 110 \text{ мм}$ . Расширенный пучок света проходит через объект 3 (двухмерную дифракционную решетку) и через объектив 4 с фокусным расстоянием  $F_2 = 210 \text{ мм}$ . В фокальной плоскости объектива помещаются различные фильтры пространственных частот 5 — ирисовая диафрагма или экраны с отверстиями, прорезанными в соответствии с расположением дифракционных максимумов в пространственном спектре. Наблюдение изображения производится с помощью микроскопа 7. Для ослабления чрезмерной яркости картины перед микроскопом поставлен поляроид 6. Объектами, оптическое изображение которых исследуется в работе, служат две двухмерные дифракционные решетки, отличающиеся своими периодами. На оправках этих решеток нанесены цифры I (большой период) и II (меньший период).

## Измерения и обработка результатов

Напомним, что лазер включает преподаватель или лаборант. Перед началом наблюдений следует проверить, установлен ли поляроид на минимум пропускания света (красная точка на оправе поляроида должна быть внизу).

**Внимание!** Смотреть незащищенным глазом навстречу лазерному лучу нельзя.

Все наблюдаемые при выполнении заданий дифракционные картины должны быть зарисованы в отчете о работе с указанием того, какой из фильтров был применен. Должны быть описаны также изменения дифракционных картин, наблюдавшиеся при выполнении заданий.

**Задание 1.** Работа с решеткой I.

На предметном столике, расположенном за объективом 2 (см. рис. 3.14.2), поместите двухмерную дифракционную решетку и, перемещая микроскоп, добейтесь резкого изображения решетки в его поле зрения. Положения предметного столика и объектива 4 на оптической скамье строго фиксированы и изменять их в процессе работы нельзя.

На экране, закрепленном в препаратодателе и помещенном в фокальной плоскости объектива 4, получите спектр пространственных частот. Снимите препаратодателе; на его месте закрепите ирисовую диафрагму так, чтобы ее центр совпал с центром пространственного спектра. Меняя диаметр отверстия диафрагмы, проследите за изменениями изображения.

Сняв с оптической скамьи диафрагму, поставьте вместо нее препаратопроводитель с фильтром, пропускающим только один максимум. Выделите центральный максимум. Что наблюдается при такой фильтрации?

Закрепите в препаратопроводителе фильтр «крест» так, чтобы при своем перемещении он закрывал ряды либо вертикальных, либо горизонтальных максимумов. Как изменяется при этом изображение?

Поверните крест так, чтобы его перекрестие закрыло только центральный максимум. Каким стало изображение?

**Задача 2. Работа с решеткой II.**

На предметном столике закрепите дифракционную решетку II. На экране, закрепленном в препаратопроводителе, получите пространственный спектр. Измерьте расстояние между максимумами (отдельно по горизонтали и по вертикали). Зная фокусное расстояние объектива 4 (оно равно 210 мм) и длину волны, рассчитайте период двумерной дифракционной решетки. Проверьте результат, измерив период с помощью микроскопа.

Используя раздвигающуюся щель, наблюдайте, как меняется изображение в случаях, когда щель вырезает из пространственного спектра: а) горизонтальный ряд максимумов; б) вертикальный ряд максимумов.

Поверните щель на  $45^\circ$  и выделите ряд максимумов, расположенных в этом направлении. Каким стало изображение решетки в этом случае?

Закрепите в препаратопроводителе фильтр, пропускавший максимумы, расположенные через один (например, четные горизонтальные). Как изменилось изображение?

### **Вопросы и упражнения**

1. Что такое пространственная частота? Имеет ли смысл понятие пространственного периода?

2. Опишите, как будет выглядеть спектр пространственных частот для случаев следующих объектов: одна узкая щель; одномерная дифракционная решетка; двумерная решетка с различными периодами.

3. Как изменится спектр пространственных частот решетки, если использовать немонохроматический свет?

4. Получите выражение (1).

5. Каковы пути повышения разрешающей способности микроскопа?

6. Как происходит формирование изображения линзой согласно теории Аббе?

7. Какие особенности излучения лазера обуславливают целесообразность использования его в данной работе?

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОКУСНЫХ РАССТОЯНИЙ ТОНКИХ ЛИНЗ

Цель работы: изучение методов определения фокусных расстояний собирающей и рассеивающей линз.

Приборы и принадлежности: оптическая скамья со шкалой, лампа накаливания, стеклянная пластинка с нанесенной на нее сеткой, экран, собирающие и рассеивающие линзы, зрительная труба.

Литература: [7, § 4.1—4.5]; [38, § 9—10]; [13, § 3.3]; [21, § 68—72, 76—78, 80—86].

### Введение

Для тонких линз справедливо соотношение

$$-\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{F}, \quad (1)$$

где  $d_1$  — расстояние от линзы до предмета;  $d_2$  — то же, до изображения;  $F$  — фокусное расстояние линзы.

Расстояния, отложенные от линзы вдоль распространения светового луча, считаются *положительными*, а отрезки противоположного направления — *отрицательными*.

В работе предлагается определить фокусные расстояния собирающей и рассеивающей линз несколькими способами, так или иначе используя формулу (1) для тонкой линзы. Для того чтобы ясно понимать, измерения каких отрезков требует тот или иной способ, следует обязательно вычерчивать по правилам геометрической оптики ход лучей для каждого случая рекомендуемого расположения источника, исследуемых линз и экрана.

### Описание экспериментальной установки

Установка собрана на оптической скамье. Источником света служит лампа накаливания; предметом, изображение которого получается с помощью линз, — стеклянная пластинка с нанесенной на нее сеткой. По оптической скамье могут перемещаться исследуемые линзы и матовый прозрачный экран. Необходимые расстояния измеряются с помощью сантиметровой шкалы. В конце оптической скамьи устанавливается зрительная труба.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение фокусного расстояния собирающей линзы путем измерения отрезков  $d_1$  и  $d_2$ .

Включите лампу и перемещайте линзу вдоль оптической скамьи до получения отчетливого изображения сетки на экране. Отсчитайте по шкале расстояния  $d_1$  и  $d_2$ . Фокусное расстояние вычислите по формуле (1). Результаты трех серий измерений запишите в таблицу.

**Задание 2.** Определение фокусного расстояния по перемещению линзы.

Если установить экран на оптической скамье на расстоянии  $D > 4F$  от сетки (рис. 3.15.1), то всегда найдутся два положения линзы, при которых на экране получается отчетливое изображение сетки. При одном положении линзы изображение сетки будет уменьшенным, а при другом — увеличенным. Если обозначить расстояние между этими двумя положениями линзы через  $b$ , то фокусное расстояние линзы определяется равенством

$$F = \frac{D^2 - b^2}{4D}. \quad (2)$$

Измерения проделайте три раза и запишите результаты в таблицу.

**Задание 3.** Определение фокусного расстояния с помощью зрительной трубы.

Зрительную трубу, настроенную на бесконечность, поставьте в конце оптической скамьи против сетки и, перемещая линзу вдоль скамьи, получите в поле зрения трубы отчетливое изображение

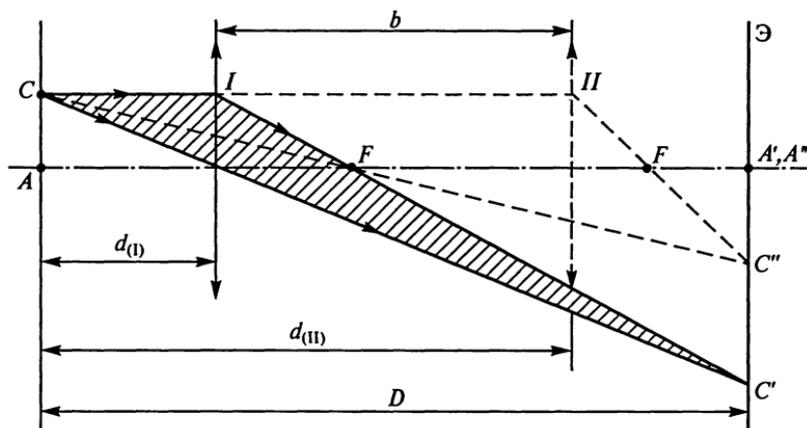


Рис. 3.15.1

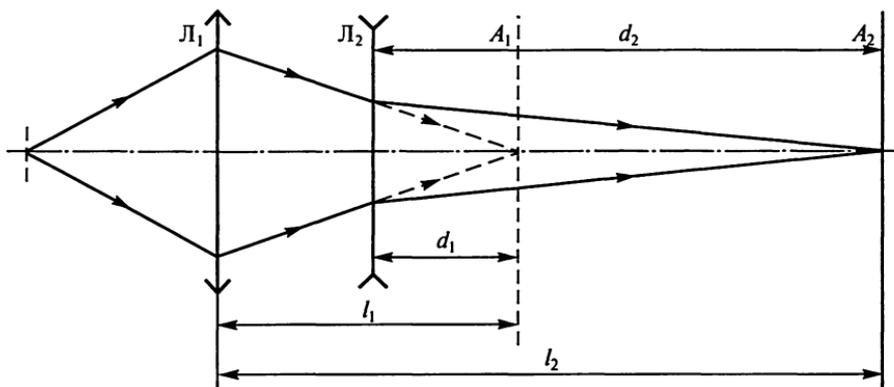


Рис. 3.15.2

сетки. После этого, измерив нужное расстояние (предлагается самостоятельно сообразить, какое), найдите  $F$ .

Вычислите  $F_{\text{ср}}$  по данным трех способов измерений и найдите оптическую силу исследуемой собирающей линзы (в диоптриях).

**З а д а н и е 4.** Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы с помощью собирающей линзы.

С помощью собирающей линзы получите изображение сетки на экране  $A_1$ , находящемся на расстоянии  $l_1$  от линзы  $\mathcal{L}_1$  (рис. 3.15.2).

Если на оптическую скамью между экраном  $A_1$  и линзой  $\mathcal{L}_1$  поставить *рассеивающую* линзу  $\mathcal{L}_2$ , изображение сетки на экране исчезнет, но его можно получить, поместив экран на расстоянии  $l_2$  от собирающей линзы (положение  $A_2$ ).

Используя уравнение (1), можно выразить фокусное расстояние рассеивающей линзы через отрезки  $d_1$  и  $d_2$ :

$$F = \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1}. \quad (3)$$

Результаты измерений запишите в таблицу.

**З а д а н и е 5.** Определение фокусного расстояния рассеивающей линзы с помощью зрительной трубы.

Зрительную трубу, установленную на бесконечность, поместите в конце оптической скамьи. Затем поставьте на скамью собирающую линзу и экран. Перемещая линзу и экран, получите на экране изображение сетки (расстояние между линзой и экраном должно быть больше ожидаемого значения  $F_{\text{расс}}$ ). Отметьте положения линзы и экрана по шкале.

Между экраном и собирающей линзой поместите рассеивающую линзу, а экран снимите. Перемещением рассеивающей линзы добейтесь отчетливого изображения сетки в зрительной трубе.

Постройте ход лучей для этого случая и, сообразив, какой отрезок равен искомому фокусному расстоянию, найдите  $F$ . Вычислите  $F_{cp}$  (по данным, полученным в заданиях 4 и 5) и найдите оптическую силу исследуемой рассеивающей линзы (в диоптриях).

### Вопросы и упражнения

1. Какие линзы называют тонкими?
2. Начертите ход лучей для случаев определения фокусного расстояния рассеивающей и собирающей линз.
3. Показатель преломления одного сорта стекла равен 1,5, а другого — 1,7. Из того и другого стекла сделаны одинаковые по форме двояковыпуклые линзы. Найдите отношение фокусных расстояний этих линз.
4. Получите выражение (2).
5. Получите выражение (3).
6. Можно ли определить фокусное расстояние рассеивающей линзы, пользуясь только зрительной трубой?
7. Может ли двояковыпуклая линза иметь отрицательную оптическую силу?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.16

### ИССЛЕДОВАНИЕ АБЕРРАЦИЙ ЛИНЗ

Цель работы: исследование продольной хроматической аберрации, сферической аберрации и астигматизма линз.

Приборы и принадлежности: лампа накаливания, монохроматор, набор сменных кольцевых и щелевых диафрагм, коллиматор, окуляр, набор исследуемых линз.

Литература: [7, § 4.7, 4.9, 4.10]; [38, § 15, 16]; [21, § 80—86].

### Введение

При использовании реальных оптических систем неизбежно возникают многочисленные искажения изображаемого предмета, или, как принято говорить, *абберации*, характерные для тех или иных практических схем оптических приборов. Возникновение аберраций связано с выходом за рамки идеализаций — с невозможностью выполнения условий параксиальности, с отсутствием строго монохроматического излучения и т. д.

Расчет и конструирование оптических приборов с целью возможно большего устранения разного рода аберраций представляет собою весьма сложную задачу теоретической и практической оптики.

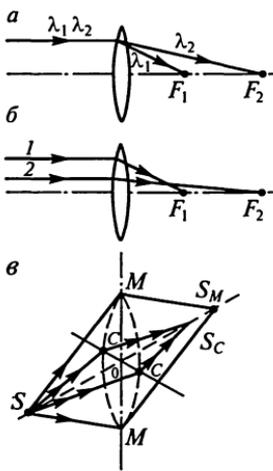


Рис. 3.16.1

В данной работе изучаются сравнительно простые случаи: продольная хроматическая aberrация, сферическая aberrация и астигматизм.

Продольную *хроматическую aberrацию* линзы можно оценить, зная разность фокусных расстояний данной линзы для различных длин волн (рис. 3.16.1, а).

Разность фокусных расстояний двух узких пучков (1, 2) монохроматического света, идущих вблизи оптической оси и на некотором расстоянии от нее, может служить мерой сферической *aberrации* линзы (рис. 3.16.1, б).

*Астигматизм* заключается в том, что изображение одной и той же точки предмета (рис. 3.16.1, в) бесконечно тонкими пучками лучей — меридиональными и сагиттальными — получается в виде двух точек  $S_M$  и  $S_C$ , не совпадающих с плоскостью изображения, сформированного параксиальными пучками. Расстояние между этими точками по оптической оси системы — астигматическая разность — определяет величину этой aberrации.

Астигматизм заключается в том, что изображение одной и той же точки предмета (рис. 3.16.1, в) бесконечно тонкими пучками лучей — меридиональными и сагиттальными — получается в виде двух точек  $S_M$  и  $S_C$ , не совпадающих с плоскостью изображения, сформированного параксиальными пучками. Расстояние между этими точками по оптической оси системы — астигматическая разность — определяет величину этой aberrации.

### Описание экспериментальной установки

Оптическая схема представлена на рис. 3.16.2. Световой поток от лампы накаливания 1 проходит через матовое стекло 2, щель монохроматора 3, конденсор 4 и призму 5 с постоянным углом отклонения, которая осуществляет спектральное разложение. Эту

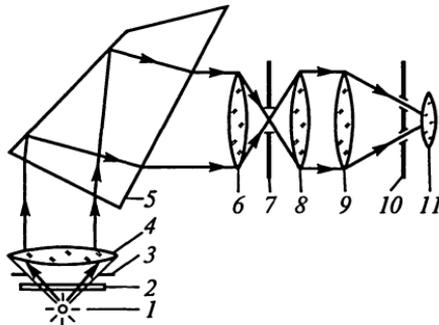


Рис. 3.16.2

призму (рис. 3.16.3) можно рассматривать как совокупность двух диспергирующих 30-градусных призм и 45-градусной призмы полного отражения. Пользуясь такой призмой, можно получить на выходе монохроматора преломленный пучок нужной длины волны. Это достигается вращением призмы с помощью барабана с отсчетной шкалой. Полученный таким образом квазимонохроматический свет проходит через линзу б, в фо-

кусе которой расположено отверстие в виде щелевого креста 7, и попадает на объектив 8 (7 и 8 смонтированы в одной коллиматорной трубе). Из объектива выходит практически параллельный световой пучок. Исследуемая линза 9 с помощью специального устройства может поворачиваться вокруг вертикальной оси (угол поворота фиксируется на лимбе). Набор сменных кольцевых диафрагм 10 дает возможность работать с различными участками линзы. Наблюдение ведется через окуляр 11, установленный на препаратоводителе, с помощью которого можно перемещать окуляр как вдоль оптической оси, так и поперек ее, производя необходимые измерения.

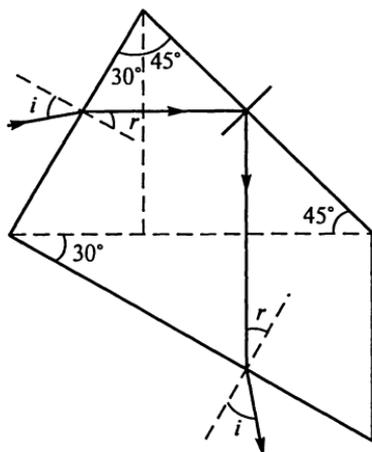


Рис. 3.16.3

Конструкция установки изображена на рис. 3.16.4. На оптической скамье 2 в рейтерах 1 помещены:

а) коллиматорная труба 14 с входным крестообразным отверстием 15 с одной стороны и объективом 13 с другой;

б) универсальный держатель для исследуемых линз 7 (исследуемая линза 9 с помощью ручки 10 может вращаться вокруг вертикальной оси, а угол поворота отмечается по шкале лимба 8);

в) держатель для сменных кольцевых диафрагм 11. Устройство 12, которым снабжены держатели для диафрагм и для линз, дает возможность при настройке системы перемещать их в горизонтальном направлении поперек оптической оси;

г) окуляр 4, укрепленный на препаратоводителе 6. Ручки 3 и 5 позволяют перемещать окуляр вдоль оптической оси и поперек ее. Шкалы препаратоводителя позволяют измерять перемещение окуляра с точностью до 0,1 мм.

Перед оптической скамьей установлен монохроматор 16. Лампа накаливания 17 расположена перед входной щелью монохроматора, ширина которой регулируется винтом 18. Барабан 19 с отсчетной шкалой осуществляет поворот призмы. Линза 21 и лампа 20, питающаяся от трансформатора 22, позволяют хорошо видеть шкалу барабана. Включение лампы производится тумблером 23.

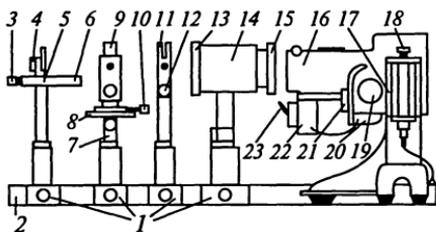


Рис. 3.16.4

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерение продольной хроматической aberrации линзы.

Поставьте в оправу исследуемую линзу. Из набора сменных диафрагм выберите диафрагму, позволяющую работать с центральным участком линзы, и закрепите ее в держателе *II* (см. рис. 3.16.4). Вращая призму монохроматора с помощью барабана, осветите исследуемую линзу светом длиной волны  $\lambda_0$ . Значение  $\lambda_0$  указано на градуировочной кривой монохроматора, позволяющей установить, какому делению шкалы барабана соответствует длина волны выделяемого монохроматором света.

Перемещая рейтер с окуляром *4* вдоль оптической скамьи, добейтесь такого положения, при котором в поле зрения окуляра появится изображение креста, после чего закрепите рейтер. Пользуясь микрометрическим перемещением окуляра, добейтесь четкой фокусировки креста. Отметьте это положение, записав деление шкалы препаратововодителя.

В последующих измерениях осуществляйте фокусировку, используя только микрометрическое перемещение окуляра вдоль оптической оси.

Изменяя длину волны (удобно брать значения  $\lambda$  через каждые 50 нанометров от  $\lambda_0$ ), отметьте положения окуляра, при которых достигается четкая фокусировка креста. По полученным данным постройте график зависимости  $\Delta F(\lambda)$ , откладывая по оси абсцисс длины волн  $\lambda$  в нанометрах, а по оси ординат соответствующие разности фокусных расстояний  $F_0 - F_\lambda$ , где  $F_0$  — фокусное расстояние для волны  $\lambda_0$ ,  $F$  — для волны  $\lambda$ .

**Задание 2.** Измерение сферической aberrации линзы.

Установите в оправе исследуемую линзу и осветите ее светом длиной волны  $\lambda_{\text{зел}}$  (значение указано на установке). Выделяя с помощью набора диафрагм различные кольцевые рабочие зоны линзы и перемещая с помощью микровинта окуляр вдоль оптической оси, добейтесь четкого изображения креста в поле зрения окуляра. Запишите соответствующие этим положениям деления шкалы.

Постройте график зависимости фокусного расстояния от радиуса кольцевой зоны.

По оси абсцисс отложите значения средних радиусов кольцевых зон линзы, а по оси ординат — соответствующие разности фокусных расстояний  $F_0 - F_r$ , где  $F_0$  — фокусное расстояние центральной зоны.

**Задание 3.** Измерение астигматической разности для наклонных пучков.

Получив четкое изображение креста, поверните исследуемую линзу около вертикальной оси на угол  $\alpha = 15^\circ$ . С помощью микро-

метрического перемещения найдите два таких положения окуляра, при которых в одном случае четко сфокусирована горизонтальная щель креста, в другом — вертикальная.

Проделайте то же самое для других положений исследуемой линзы, отвечающих повороту относительно оси на углы 10, 15, 20, 25, 30, 35°. По полученным данным постройте график зависимости  $F = F_{\text{гор}} - F_{\text{верт}}$  от угла  $\alpha$ . Для получения разности фокусных расстояний достаточно, очевидно, измерить значение разностей отсчетов шкалы препаратоводителя, соответствующих положениям, при которых сфокусирована либо горизонтальная, либо вертикальная щель.

### Вопросы и упражнения

1. Можно ли сделать линзу, не имеющую сферической aberrации?
2. В каком из оптических приборов полностью отсутствует хроматическая aberrация?
3. К какой из оптических систем микроскопа — окуляру или объективу — предъявляются более жесткие требования в смысле исправления aberrаций?
4. Укажите возможности устранения хроматической aberrации в оптических приборах.
5. Зависит ли сферическая aberrация несимметричной (например, плоско-выпуклой) линзы от того, какой стороной она обращена к объекту?
6. Какие объективы называют анастигматами?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.17

### ИЗУЧЕНИЕ МИКРОСКОПА

Цель работы: ознакомление с работой микроскопа и выполнение с его помощью простейших измерений.

Приборы и принадлежности: микроскоп, объективный микрометр, окулярный микрометр, зеркало со щелью, миллиметровый масштаб на вертикальном штативе, дифракционная решетка, стеклянная пластина.

Литература: [7, § 4.9—4.11]; [38, § 9, 10, 23, 24, 56]; [21, § 87, 92, 96—99].

### Введение

Микроскоп представляет собой оптическую систему, позволяющую получить мнимое увеличенное изображение предмета, рас-

положенного сравнительно близко от первой линзы системы. В большинстве случаев микроскоп используется в сочетании с глазом; при совместном действии этих оптических систем на сетчатке глаза создается действительное изображение предмета, сильно увеличенное по сравнению с изображением, создаваемым невооруженным глазом. Отношение упомянутых изображений определяет *субъективное увеличение* микроскопа. Для разных наблюдателей ввиду различия оптической силы глаз это увеличение может быть несколько различным. Используя усредненное (для разных глаз) значение расстояния наилучшего зрения, можно выразить угловое увеличение микроскопа через его оптические параметры (см. [21]):

$$w = D\Delta/f_1f_2, \quad (1)$$

где  $D$  — расстояние наилучшего зрения;  $\Delta$  — расстояние между фокусами объектива и окуляра;  $f_1$  и  $f_2$  — фокусные расстояния объектива и окуляра.

Важнейшей характеристикой микроскопа является его *разрешающая способность*, т.е. способность разделять две точки предмета. Разрешающая способность микроскопа, как и всякого оптического прибора, ограничена в силу конечных размеров длины световой волны.

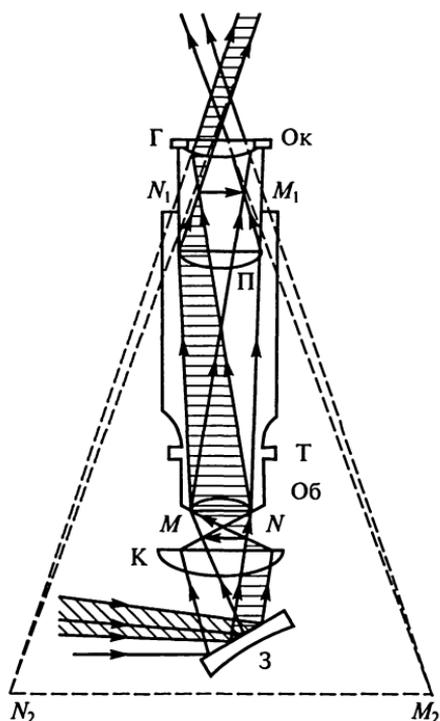


Рис. 3.17.1

### Описание микроскопа

Микроскоп (рис. 3.17.1) состоит из тубуса  $\Gamma$ , в нижней части которого расположен объектив  $Об$ , а в верхней — окуляр  $Ок$ . Объектив представляет собой систему линз, смонтированных в одной оправе (на рисунке — одна линза). Окуляр состоит из двух собирающих линз, смонтированных в небольшой трубке. Одна из линз называется полевой ( $\Pi$ ), а другая — глазной ( $\Gamma$ ).

Тубус микроскопа расположен над столиком, на который помещают рассматриваемый предмет  $MN$ . Под столиком располагается зеркало  $3$  так, чтобы лучи от какого-либо источника

света направлялись через конденсор К на предмет. Тубус микроскопа с помощью винта ставят в такое положение, при котором предмет  $MN$  оказывается расположенным немного далее главного фокуса объектива. Действительное изображение  $M_1N_1$  предмета получается при этом по другую сторону объектива. Это изображение рассматривают через глазную линзу окуляра (Г), которая в данном случае работает как лупа, создавая мнимое изображение  $M_2N_2$ .

Микроскоп имеет, как правило, несколько объективов разной оптической силы; удобная смена объективов осуществляется благодаря револьверному устройству в нижней части тубуса. Точное, калиброванное перемещение тубуса осуществляется с помощью микрометрического винта, на головке которого нанесены соответствующие деления.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение субъективного увеличения микроскопа.

Для определения увеличения микроскопа положите *объективный микрометр* на столик микроскопа и наведите микроскоп на шкалу микрометра. Сбоку от микроскопа поставьте вертикальную миллиметровую шкалу (на расстоянии 25 см). На окуляр микроскопа поместите наклонное зеркальце со щелью так, чтобы одновременно можно было видеть деления как вертикальной шкалы, так и объективного микрометра. Сосчитав, какому числу делений микрометра соответствует определенное число миллиметров, найдите искомое увеличение (цена деления шкалы объективного микрометра равна 0,01 мм).

**Задание 2.** Определение цены деления окулярной шкалы и измерение размеров микрообъекта.

Для измерений между линзами окуляра вставляют *окулярный микрометр* — стеклянную пластинку со шкалой. Найдите цену деления этой шкалы, пользуясь объективным микрометром (см. задание 1). После этого на столик микроскопа вместо объективного микрометра положите объект измерения (например, дифракционную решетку) и определите его характерные размеры.

**Задание 3.** Определение толщины стеклянной пластинки.

На верхней и нижней поверхностях стеклянной пластинки нанесены два штриха под прямым углом. Сфокусируйте микроскоп так, чтобы видеть отчетливое изображение штриха на определенной (например, нижней) поверхности пластинки. Посредством микрометрического винта перемещайте тубус и найдите отчетливое изображение штриха на второй поверхности. Отсчитайте поступательное перемещение тубуса по шкале микромет-

рического винта. Это перемещение равно оптической толщине стеклянной пластинки  $h_{\text{опт}}$ . Действительную толщину  $h$  стеклянной пластинки определяют, зная значение показателя преломления стекла  $n$ :  $h = nh_{\text{опт}}$ .

### Вопросы и упражнения

1. Как определить увеличение объектива и увеличение окуляра?
2. Почему объектив микроскопа обычно состоит из многих (до десяти) линз, а окуляр, как правило, из двух?
3. Как должна быть расположена окулярная шкала относительно фокальной плоскости окуляра и изображения, полученного с помощью объектива?
4. Почему нельзя определить толщину стеклянной пластинки, зная только перемещение тубуса?
5. Получите выражение для разрешающей способности микроскопа.
6. Укажите возможные пути повышения разрешающей способности оптического микроскопа.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.18

### ОБЪЕКТИВНЫЕ И СУБЪЕКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ФОТОМЕТРИРОВАНИЯ

Цель работы: определение характеристик источника света и экспериментальная проверка законов освещенности.

Приборы и принадлежности: оптическая скамья, фотометр Люмера — Бродхуна, ваттметр, эталонная и исследуемая лампы, гальванометр с фотоэлементом (люксметр).

Литература: [7, § 1.8, 1.9, 4.8]; [38, § 21, 22]; [21, § 7—10]; [1, лекция 3].

### Введение

Визуальные фотометрические измерения, т. е. измерения, основанные на использовании в качестве приемника излучения глаза, сводятся к сравнению освещенностей двух световых полей. Эти освещенности создаются двумя источниками света, один из которых является эталонным. Человек на основании зрительного ощущения не может установить, во сколько раз один световой поток больше другого, но с большой степенью точности определяет равенство освещенностей двух соседних полей (разумеется, при условии, что они освещены светом одинакового спектрального состава).

Приборы, действие которых основано на сравнении рядом расположенных полей, освещаемых разными источниками, носят

название *фотометров сравнения*. Если размеры источников достаточно малы по сравнению с расстояниями до освещаемых поверхностей, то условие равенства освещенностей может быть записано в следующем виде:

$$\frac{I_1}{r_1^2} \cos \varphi_1 = \frac{I_0}{r_0^2} \cos \varphi_0, \quad (1)$$

где  $I_1$  — сила света исследуемого источника;  $r_1$  — расстояние от этого источника до освещаемой поверхности;  $I_0$  и  $r_0$  — те же величины, но относящиеся к эталонному источнику.

Расположение освещаемых поверхностей может быть подобрано так, что углы падения  $\varphi_1$  и  $\varphi_0$  будут равными, и тогда из соотношения (1) может быть определена сила света исследуемого источника по силе света эталонного источника и расстояниям  $r_0$  и  $r_1$ .

Одним из способов *объективного фотометрирования* является фотометрирование с помощью люксметра — прибора, содержащего гальванометр, в цепь которого включен фотоэлемент. Световой поток, падающий на фотоэлемент, возбуждает ток в цепи гальванометра. По силе тока можно судить об освещенности фотоэлемента. Шкала прибора градуируется обычно в люксах (отсюда название «люксметр»).

Освещенность поверхности фотоэлемента люксметра равна

$$E = \frac{I \cos \alpha}{r^2}, \quad (2)$$

где  $I$  — сила света точечного источника;  $\alpha$  — угол между направлением лучей и нормалью к площади фотоэлемента;  $r$  — расстояние от источника до фотоэлемента.

Таким образом, зная освещенность фотоэлемента люксметра, при известных  $r$  и  $\cos \alpha$  можно найти силу света и другие характеристики источника. Использование выражения (2) предполагает, разумеется, выполнение условий, при которых источник можно считать точечным.

### Описание экспериментальной установки

Для субъективного (визуального) фотометрирования в установке используется фотометр Люммера — Бродхуна (см. [21]). Фотометр перемещается по оптической скамье, имеющей шкалу с сантиметровыми делениями. На этой же скамье могут устанавливаться (и перемещаться) в специальных подставках две лампы: эталонная и исследуемая. Исследуемая лампа также может быть вставлена в расположенное на одном из концов скамьи приспособ-

собрание, позволяющее поворачивать лампу на  $180^\circ$  относительно вертикальной оси.

Для объективного фотометрирования используется фотоэлектрический фотометр — люксметр. Фотоэлемент люксметра помещается в держатель, позволяющий поворачивать его вокруг вертикальной оси и измерять углы поворота.

Для измерения мощности, потребляемой эталонной (или исследуемой) лампой, в цепь питания лампы включается ваттметр.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Исследование светового поля лампы накаливания.

Исследуемую лампу 1 (рис. 3.18.1) укрепите во вращающемся патроне на конце скамьи (начальное положение соответствует делению «0» по шкале транспортира). На другом конце скамьи поставьте эталонную лампу 3, а между ними — фотометр 2. Перемещая фотометр, добейтесь равенства освещенностей двух частей поля.

По расстояниям от эталонной лампы до фотометра  $r_0$  и от фотометра до исследуемой лампы  $r$  можно найти отношение  $I_1/I_0$ . Для повышения точности измерений после достижения равенства освещенностей фотометр следует повернуть на  $180^\circ$  около горизонтальной оси, снова уравнять освещенности и отметить соответствующие  $r'_0$  и  $r'_1$ .

Такие же измерения проделайте, повернув исследуемую лампу на  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  и т.д. до  $180^\circ$ . Результаты измерений запишите в таблицу и подсчитайте относительную силу света для каждого положения лампы, приняв  $I_0 = 1$ .

Используя данные таблицы, постройте кривую распределения силы света по различным направлениям в полярных координатах.

**Задание 2.** Определение средней силы света исследуемой лампы путем сравнения с эталонной лампой.

Вверните исследуемую лампу, так же как эталонную (цоколем вниз), в специальный патрон на подставке. С помощью фотометра найдите отношение  $I_{\text{иссл}}/I_{\text{этал}}$ . Измерив с помощью ваттметра мощность, потребляемую эталонной лампой, по графику, прилагаемому к работе, определите световой поток, а затем и среднюю силу света  $I_{\text{этал}}$  эталонной лампы. Зная отношение  $I_{\text{иссл}}/I_{\text{этал}}$ , рассчитайте среднюю силу света исследуемой лампы.

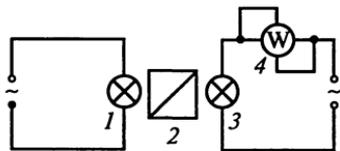


Рис. 3.18.1

**Задание 3.** Определение средней силы света исследуемой лампы с помощью люксметра.

Установите приборы по схеме, показанной на рис. 3.18.2 (фотометр Люммера — Бродхуна отодвиньте к эталонной лампе).

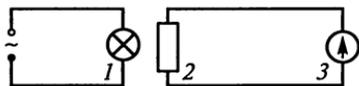


Рис. 3.18.2

Определив освещенность фотоэлемента 2 (показания гальванометра люксметра 3) и зная расстояние от исследуемой лампы до фотоэлемента, найдите среднюю силу света исследуемой лампы.

**Задание 4.** Измерение мощности, потребляемой исследуемой лампой.

Проведя измерения с помощью ваттметра, вычислите удельную мощность (мощность на единицу силы света) исследуемой лампы и светоотдачу исследуемой лампы — световой поток, отнесенный к ватту потребляемой мощности.

**Задание 5.** Проверка зависимости освещенности площадки от расстояния между площадкой и источником света.

Исследуемую лампу установите так же, как в задании 2. Фотоэлемент люксметра поместите на противоположном конце скамьи (начальное расстояние должно обеспечивать небольшое отклонение стрелки прибора при использовании самого большого предела измерений). Уменьшая расстояние между исследуемой лампой и фотоэлементом, запишите (через каждые 10 см) показания люксметра.

Произведя 6—8 измерений, запишите результаты в таблицу.

Используя данные таблицы, постройте график зависимости  $E = f(1/r^2)$ .

**Задание 6.** Определение зависимости освещенности от угла падения света.

Установите фотоэлемент люксметра на расстоянии примерно 30 см от исследуемой лампы и, поворачивая фотоэлемент, отмечайте показания люксметра при углах поворота 0, 15, ... , 90°. Запишите результаты в таблицу и постройте график зависимости  $E = f(\cos \alpha)$ .

### Вопросы и упражнения

1. Объясните действие фотометрического кубика Люммера—Бродхуна.

2. Каковы преимущества и недостатки различных субъективных и объективных методов фотометрирования?

3. При соблюдении каких условий результаты измерения средней силы света двумя способами, описанными в заданиях 2 и 3, будут практически одинаковыми?

4. Какова связь между светимостью и яркостью светящейся площадки?  
 5. Предложите способы измерения светотдачи различных источников света.  
 6. Как можно определить световой КПД лампы накаливания?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.19

### ЛИНЕЙНО ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ

Цель работы: измерение угла полной поляризации и определение электрической проницаемости стекла поляризационным методом; проверка закона Малюса.

Приборы и принадлежности: гониометр с поляроидом и черным зеркалом, осветитель, светофильтр, два поляроида во вращающихся оправках, осветитель, гальванометр с фотоэлементом (люксметр).

Литература: [7, § 1.3, 5.1—5.3]; [13, § 6.1—6.3]; [21, § 101—108, 135, 136]; [1, лекция 2].

#### I. Определение электрической проницаемости стекла поляризационным методом

##### Введение

Как известно, коэффициент отражения линейно поляризованного света от диэлектрического зеркала зависит от угла падения и от расположения электрического вектора световой волны относительно плоскости падения. Если электрический вектор падающей волны перпендикулярен плоскости падения, то энергетический коэффициент отражения равен:

$$R_{\perp} = (E_{\text{отр}}/E_{\text{пад}})^2 = \sin^2(\varphi - \psi) / \sin^2(\varphi + \psi), \quad (1)$$

где  $\varphi$  — угол падения;  $\psi$  — угол преломления; отражение происходит при любом угле падения.

Если же электрический вектор параллелен плоскости падения, то коэффициент отражения равен:

$$R_{\parallel} = \text{tg}^2(\varphi - \psi) / \text{tg}^2(\varphi + \psi). \quad (2)$$

Выражения (1) и (2) называют *формулами Френеля*.

Используя закон преломления, легко найти угол падения, при котором отражение в случае (2) отсутствует:

$$\text{tg } \varphi_{\text{Бр}} = n, \quad (3)$$

где  $n$  — показатель преломления данного диэлектрика.

Это соотношение носит название закона Брюстера; угол падения  $\varphi_{\text{БР}}$ , при котором отражение отсутствует, называют *углом Брюстера* или *углом полной поляризации*. Зная угол полной поляризации, можно определить электрическую проницаемость данного диэлектрика из условия

$$\varepsilon = n^2 = \text{tg}^2 \varphi_{\text{БР}}. \quad (4)$$

### Описание экспериментальной установки

В предлагаемой работе для определения угла полной поляризации служит гониометр (рис. 3.19.1), на коллиматоре К которого установлен поляроид П, способный вращаться относительно оптической оси коллиматора. После прохождения через поляроид естественный свет становится линейно поляризованным. Вращая поляроид, можно менять плоскость колебаний электрического вектора выходящего из коллиматора света. На столике гониометра установлено диэлектрическое зеркало З, при повороте которого относительно вертикальной оси меняется угол падения луча. Отраженный от зеркала луч улавливается зрительной трубой Т, по положению которой можно рассчитать угол падения луча на зеркало. Спектр излучения лампы Л можно изменить с помощью фильтра Ф.

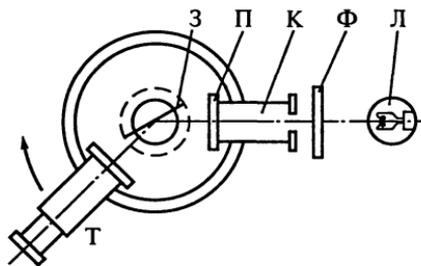


Рис. 3.19.1

### Измерения и обработка результатов

Установите зеркало З параллельно оптической оси коллиматора и, совместив изображение щели с крестом нитей в трубе, отсчитайте по лимбу нулевое положение трубы  $\alpha_0$ . Далее поверните трубу на небольшой угол ( $10 - 15^\circ$ ) и установите зеркало так, чтобы изображение щели снова совпало с крестом нитей трубы. Вращая поляроид П, наблюдайте изменение интенсивности отраженного от зеркала пучка. Проведите аналогичные наблюдения, увеличивая угол поворота трубы. Когда яркость изображения щели начнет меняться заметным образом, угол поворота трубы следует увеличивать понемногу ( $\Delta\alpha \approx 5^\circ$ ). Достигнув значений  $\alpha$ , при которых поворотом анализатора можно добиться почти полного гашения отраженного пучка, следует изменять угол не более чем на  $1^\circ$ .

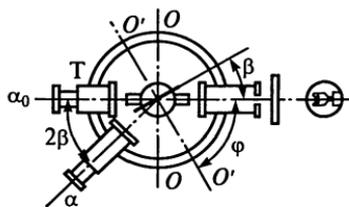


Рис. 3.19.2

**Задание.** Выявите несколько близких значений  $\alpha$ , для которых при некотором положении поляризатора интенсивность отраженного пучка близка к нулю, найдите среднее значение  $\alpha_{\text{ср}}$  и вычислите угол полной поляризации, исходя из следующего (рис. 3.19.2): если зеркало повернуть на угол  $\beta$ , то изображение щели попадает в трубу, повернутую на угол

$\alpha = 2\beta$ . Тогда угол падения луча на зеркало будет определяться так:  $\varphi = 90^\circ - \beta = 90^\circ - \alpha/2$ .

Зная начальное положение трубы  $\alpha_0$  и новое положение  $\alpha$ , можно найти  $\varphi_{\text{Бр}} = 90^\circ - (\alpha_0 - \alpha)/2$ . Пользуясь выражением (4), найдите электрическую проницаемость стекла, из которого сделано зеркало.

## II. Определение коэффициента пропускания поляроидов и проверка закона Малюса

### Введение

Если пучок естественного света проходит через идеальный поляризатор, то в силу статистической симметрии колебаний вектора  $\vec{E}$  интенсивность света при этом уменьшается в два раза, а свет превращается в линейно поляризованный. Интенсивность света, прошедшего два идеальных поляризатора, связана с первоначальной интенсивностью  $I_0$  соотношением

$$I = \frac{I_0}{2} \cos^2 \theta, \quad (5)$$

где  $\theta$  — угол между плоскостями колебаний, пропускаемых каждым из поляризаторов (закон Малюса). В формуле (5) не учтено отражение при входе света в поляририд.

В случае реальных поляризационных приспособлений связь между  $I_0$  и  $I$  будет несколько иной, во-первых, из-за того, что невозможно добиться строго линейной поляризации и, во-вторых, вследствие неизбежного поглощения света веществом каждого из поляризаторов (сверхпредусмотренных теорией 50 % естественного света, падающего на первый поляризатор).

В работе предлагается экспериментально исследовать изменение интенсивности света, проходящего сначала через один, а затем через два поляризатора. Меняя угол между плоскостями колебаний, пропускаемых каждым поляризатором (осями поля-

ризаторов), можно экспериментально проверить закон Малюса (5).

Исследуемыми поляризаторами служат так называемые *поляроиды* — тонкие пленки анизотропного вещества (например, поливинила, обработанного иодом), поглощающие одну из компонент вектора  $\vec{E}$  падающей волны.

Об изменении интенсивности света можно судить по изменению освещенности фотоэлемента, в цепь которого включен гальванометр. Шкала гальванометра часто градуируется непосредственно в единицах освещенности — люксах (в этом случае прибор носит название люксметра).

### Описание экспериментальной установки

Установка для определения коэффициента пропускания поляроидов и проверки закона Малюса изображена на рис. 3.19.3. Она состоит из осветителя 5, устройства для крепления поляроидов 6 со шкалой 2 и стойки для фотоэлемента 7. В работе использован фотоэлемент люксметра, позволяющего измерять освещенность непосредственно в люксах. Люксметр имеет несколько пределов измерений, при выполнении работы следует пользоваться пределом «0—100 лк».

Устройство для крепления поляроидов состоит из несущего цилиндра 1 и двух откидывающихся колец 4 с закрепленными в них поляроидами. Верхнее, рабочее положение колец с поляроидами фиксируется шариком. Поляроиды могут вращаться в оправе; на оправе одного из поляроидов укреплен стрелка 3, позволяющая измерять угол поворота поляроида по шкале 2.

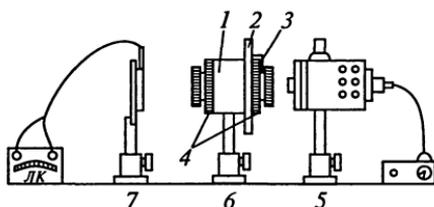


Рис. 3.19.3

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение коэффициента пропускания поляроидов.

Убедитесь в том, что ручка регулировки накала лампы находится в крайнем левом положении (повернута до отказа против часовой стрелки). Укрепите фотоэлемент на стойке 7, поставьте переключатель пределов измерения люксметра в положение «0—100 лк».

Откиньте оба кольца с поляроидами, включите осветитель и, увеличивая накал лампы, доведите освещенность фотоэлемента до  $E_0 = 80$  лк (для точной установки определенной освещенности удобно пользоваться диафрагмой осветителя).

Поставив в рабочее положение один из поляроидов, измерьте освещенность  $E_1$ , затем поставьте в рабочее положение второй поляроид и измерьте освещенность  $E_2$  при параллельных осях поляроидов.

Повторите измерения, изменив порядок введения поляроидов и выбрав другое значение начальной освещенности. По данным измерений определите коэффициент пропускания поляроидов — одного ( $E_1/E_0$ ) и двух вместе ( $E_2/E_0$ ). Результаты измерений запишите в таблицу.

**З а д а н и е 2.** Проверка закона Малюса.

Регулируя накал лампы и используя диафрагму осветителя, установите освещенность фотоэлемента (при параллельных осях поляроидов)  $E_{\max} = 80$  лк. Задание можно выполнять при произвольном начальном положении параллельных осей поляроидов относительно шкалы. Но удобнее ориентировать поляроиды так, чтобы отсчет по шкале непосредственно давал бы значение угла  $\theta$ , фигурирующего в законе Малюса.

Поворачивая поляроид, на оправе которого закреплена стрелка, измерьте освещенность  $E_\theta$  при десяти значениях угла  $\theta = 0; 10; 20; \dots; 90^\circ$ . Повторите измерения, меняя угол  $\theta$  от  $90$  до  $0^\circ$ . По окончании измерений необходимо закрыть фотоэлемент крышкой и (при съемной конструкции) уложить его в футляр люксметра.

Усреднив результаты двух серий измерений, вычислите десять значений отношения  $E_\theta/E_{\max}$  ( $E_{\max}$  — значение освещенности при параллельных осях поляроидов). Результаты измерений запишите в таблицу. Постройте график зависимости  $E_\theta/E_{\max} = I_\theta/I_{\max} = f(\theta)$ .

На том же графике постройте теоретическую кривую  $\cos^2 \theta = f(\theta)$  и сравните полученные кривые.

### Вопросы и упражнения

1. Какие теоретические предпосылки позволяют получить выражения (1) и (2)?

2. Укажите состояния поляризации отраженного пучка для случаев падения на диэлектрик под углом Брюстера: естественного света; света, поляризованного в плоскости падения; света, поляризованного в плоскости, перпендикулярной плоскости падения.

3. Как оценить степень поляризации частично поляризованного света?

4. Как найти (практически) для данного поляризатора плоскость колебаний пропускаемого им света?

5. На чем основано действие поляризационных призм (призма Николя и др.)?

6. Что представляет собой поляроид?

## ЭЛЛИПТИЧЕСКИ-ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ

Цель работы: получение эллиптически поляризованного света и исследование его свойств.

Приборы и принадлежности: осветитель со светофильтрами, поляроиды, слюдяные пластинки в четверть волны и в полволны, гальванометр с фотоэлементом (люксметр), наборная слюдяная пластинка, собирающая линза, экран.

Литература: [7, § 5.4—5.7]; [13, § 6.3—6.7]; [21, § 107—112]; [1, лекция 2].

### Введение

Пусть пучок линейно поляризованного света падает на плоскостепенную кристаллическую пластинку, расположенную так, что ее главные направления перпендикулярны направлению распространения света. Если направление вектора  $\vec{E}$  в падающем пучке составляет с одним из главных направлений пластинки некоторый угол, то удобно рассматривать колебания вектора  $\vec{E}$  как сумму двух взаимно перпендикулярных колебаний, разложив  $\vec{E}$  по главным направлениям пластинки (в случае пластинки из слюды эти направления принято называть  $\beta$ - и  $\gamma$ -направлениями).

Вследствие анизотропии кристалла скорости распространения составляющих по этим направлениям будут различны и на выходе из пластинки мы будем иметь два взаимно перпендикулярных колебания с разностью фаз:  $\Delta\varphi = 2\pi(n_\gamma - n_\beta)d/\lambda$ , где  $d$  — толщина пластинки,  $\lambda$  — длина волны в вакууме,  $n_\gamma$  и  $n_\beta$  — показатели преломления для составляющих соответствующих направлений.

Таким образом, после прохождения кристаллической пластинки линейно поляризованный свет становится поляризованным эллиптически: конец светового вектора  $\vec{E}$  в этом случае описывает эллипс, направление осей и форма которого зависят от толщины и материала пластинки, а также от ориентации вектора  $\vec{E}$  в падающем пучке относительно главных направлений пластинки.

В лабораторной практике большое применение находят так называемые пластинки «в четверть волны» и «в полволны», для которых фазовый сдвиг между составляющими вектора  $\vec{E}$  по главным направлениям равен  $\pi/2$  и  $\pi$  соответственно. Пройдя, например, сквозь пластинку в четверть волны, линейно поляризованный свет оказывается поляризованным по эллипсу, оси которого совпадают с главными направлениями пластинки.

Кристаллическая пластинка, поставленная на пути линейно поляризованного света так, что одно из ее главных направлений

совпадает с направлением вектора  $\vec{E}$  падающей волны, очевидно, не вносит никаких изменений в состояние поляризации, и свет остается линейно поляризованным. Последнее обстоятельство позволяет определить главные направления пластинки — для этого достаточно поместить пластинку между скрещенными поляроидами и ориентировать ее так, чтобы интенсивность света после второго поляроида снова стала минимальной. Пластинка в  $\lambda/4$  может быть использована и в качестве компенсатора разности фаз — с ее помощью можно превратить эллиптически-поляризованный свет в линейно поляризованный.

В работе предлагается определить главные направления кристаллической (слюда) пластинки, ознакомиться с действием пластинок в  $\lambda/4$  и  $\lambda/2$ , а также получить с помощью пластинки  $\lambda/4$  эллиптически-поляризованный свет и свет, поляризованный по кругу.

### Описание экспериментальной установки

Схема установки показана на рис. 3.20.1. Пучок естественного света от осветителя  $O$  проходит через фильтр  $\Phi$ , выделяющий сравнительно узкий спектральный интервал, и падает на поляризатор  $\Pi$  (поляроид). Далее на пути светового пучка можно помещать различного рода слюдяные пластинки ( $\lambda/4$  или  $\lambda/2$ ); после них свет проходит через второй поляроид — анализатор  $A$ . Между поляризатором  $\Pi$  и анализатором  $A$  может быть помещена вспомогательная линза  $L$ . Приемником света служит фотоэлемент  $\Phi Э$ , в цепь которого включен гальванометр, градуированный в люксах (люксметр). Показания прибора пропорциональны интенсивности света, падающего на фотоэлемент. Фотоэлемент закрыт специальной защитной крышкой, которая снимается непосредственно перед началом измерений. После окончания измерений фотоэлемент необходимо закрыть.

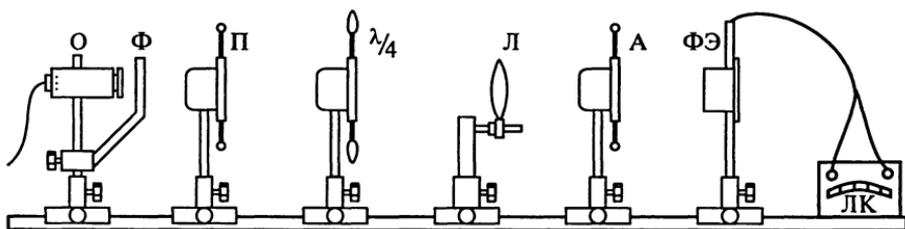


Рис. 3.20.1

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение главных направлений кристаллической пластинки.

Установите перед осветителем фильтр, соответствующий исследуемой пластинке, и, вращая поляризатор, получите свет, поляризованный в вертикальной плоскости. Поляририд укреплен в оправе так, что этому положению соответствует деление шкалы «0». Вращая анализатор, добейтесь минимальной освещенности фотоэлемента. Отметьте, каков при этом угол между осями поляриридов.

Поставьте между поляриридами исследуемую пластинку  $\lambda/4$  и, вращая ее, снова добейтесь минимальной освещенности. Найдите четыре таких положения, запишите соответствующие деления шкалы пластинки и найдите угол между главными направлениями пластинки.

**Задание 2.** Получение эллиптически поляризованного света с помощью пластинки  $\lambda/4$ .

Установите пластинку  $\lambda/4$  так, чтобы одно из ее главных направлений составило с осью поляризатора угол  $\varphi = 20^\circ$ . Поворачивая анализатор, измерьте интенсивность проходящего через него света, меняя  $\theta$  (угол между осями поляризатора и анализатора) от 0 до  $360^\circ$  через каждые  $15^\circ$ .

Проделайте указанные измерения для двух других значений угла  $\varphi$  ( $\varphi = 0^\circ$  и  $\varphi = 45^\circ$ ) и постройте в полярных координатах графики зависимости

$$I = f(\theta) \quad (\theta = 0^\circ; 15^\circ; \dots; 360^\circ)$$

для всех трех случаев, указав на графике ориентацию осей поляризатора и главных направлений пластинки. Запишите в отчете, какому виду поляризации соответствует каждая из полученных кривых.

**Задание 3.** Определение поляризации света, прошедшего через пластинку.

Выполните измерения, описанные в задании 2, используя пластинку в  $\lambda/2$  (для выбранного фильтра), предварительно определив главные направления этой пластинки и ориентируя ее так, чтобы одно из главных направлений составляло с осью поляризатора угол  $45^\circ$ .

Постройте график зависимости  $I(\theta)$ , указав на нем ориентацию главных направлений пластинки и оси поляризатора. Отметьте, как изменилась поляризация светового пучка после пластинки  $\lambda/2$ .

**Задание 4.** Получение цветных изображений кристаллических пластинок.

При выполнении задания следует использовать осветитель без светофильтра. Вместо фотоэлемента (который следует закрыть защитной крышкой и убрать) поставьте экран, а между поляроидами — специальную пластинку, составленную из нескольких перекрывающих друг друга слюдяных листочков. С помощью линзы получите резкое изображение пластинки на экране. Меняя ориентацию поляризатора и анализатора относительно пластинки, проследите за изменением окраски изображения, зарисуйте наиболее характерные случаи и дайте объяснение изменению окраски изображения при вращении поляроидов относительно друг друга и относительно пластинки.

**З а д а н и е 5.** Изучение кристаллических пластинок в монохроматическом свете.

Поставьте какой-либо светофильтр и, вращая анализатор, наблюдайте за распределением освещенности изображения пластинки на экране. Объясните результат наблюдения. Зарисуйте приблизительное распределение наиболее темных участков изображения. Не меняя ориентации частей установки, смените светофильтр. Снова зарисуйте положение наиболее темных участков, сравните с первой зарисовкой и объясните результат.

### **Вопросы и упражнения**

1. Какая получится кривая, если соединить концы векторов  $\vec{E}$  в разных точках пространства в один и тот же момент времени для линейно поляризованной плоской волны? Как будет выглядеть кривая, построенная таким же образом для волны, поляризованной эллиптически?

2. От каких свойств материала зависит толщина пластинки в четверть волны? пластинки в полволны?

3. Как экспериментально отличить свет, поляризованный по кругу, от естественного?

4. Как экспериментально отличить частично поляризованный свет от эллиптически-поляризованного?

5. Как определить направление вращения светового вектора в случае эллиптической поляризации?

6. Что представляет собой поляроид?

### **ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.21**

#### **ОТРАЖЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА ОТ ДИЭЛЕКТРИКА**

**Цель работы:** исследование зависимости энергетического коэффициента отражения света от диэлектрика для случаев различной поляризации световой волны; определение электрической

проницаемости различных диэлектриков с помощью компьютерного эксперимента.

Приборы и принадлежности: лазер, пластины из диэлектриков, измерительный столик с держателем для пластин и фотоприемником, ПК, устройство для сопряжения установки с ПК, экран, поляроиды.

Литература: [7, § 1.3, 5.1, 5.2]; [13, § 3.2, 6.1, 6.2]; [21, § 135, 136].

## Введение

При падении света на диэлектрик с показателем преломления  $n$  часть света отражается под углом падения  $\alpha$ , а часть света преломляется под углом  $\beta$ . При этом выполняется закон преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n. \quad (1)$$

Энергетический коэффициент отражения  $R$ , равный отношению отраженного светового потока к падающему, зависит от поляризации падающей волны и описывается формулами Френеля

$$R_{\parallel} = \frac{\operatorname{tg}^2(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}^2(\alpha + \beta)}; \quad R_{\perp} = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)}, \quad (2)$$

где  $R_{\parallel}$  — коэффициент отражения для волны с вектором электрического поля, параллельным плоскости падения;  $R_{\perp}$  — то же, для волны с ортогональной поляризацией.

При угле падения, равном углу Брюстера, удовлетворяющему условию

$$\operatorname{tg}(\alpha_{\text{Бр}}) = n, \quad (3)$$

волна, поляризованная в плоскости падения, не отражается ( $R_{\parallel} = 0$ ).

Неполяризованный (естественный) свет при отражении от диэлектрика становится частично поляризованным. Степень поляризации  $D$  при этом определяется так:

$$D = \frac{R_{\perp} - R_{\parallel}}{R_{\perp} + R_{\parallel}}. \quad (4)$$

Имея возможность изменять поляризацию падающей волны, а также измерять энергию отраженной волны, можно исследовать зависимость энергетического коэффициента отражения от угла падения и поляризации падающей волны.

В первой части лабораторной работы предлагается исследовать эту зависимость качественно — путем наблюдения отраженного

от диэлектрика светового пучка. Вторая часть работы предполагает ввод экспериментальных данных в сопряженный с установкой компьютер, что позволяет построить графики исследуемых зависимостей и вычислить значения углов Брюстера, показателей преломления, а также значения электрической проницаемости различных диэлектриков.

### Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки представлена на рис. 3.21.1.

Источником света служит гелий-неоновый лазер. Нужная поляризация светового пучка достигается путем вращения трубки лазера вокруг горизонтальной оси или, если излучение лазера не поляризовано, поворотом установленного на пути пучка поляризатора П.

Поляризованный таким образом свет падает на диэлектрическое зеркало ДЗ, закрепленное на измерительном столике так, что его можно поворачивать вокруг вертикальной оси. Отраженный от зеркала световой пучок падает на фотоприемник Ф. Установка сконструирована таким образом, что поворот (с помощью рычага Р) зеркала на угол  $\alpha$  сопровождается поворотом фотоприемника на угол  $2\alpha$ , благодаря чему отраженный пучок попадает в фотоприемник при любом угле падения света на зеркало. Угол падения  $\alpha$  измеряется по укрепленной на измерительном столике шкале Ш.

Для компьютерной обработки результатов эксперимента установка сопряжена с ПК. Напряжение, пропорциональное углу поворота (т.е. углу падения  $\alpha$ ), снимается с части обмотки резистора, имеющего форму кольца, соосного с держателем зеркала; это напряжение подается на один из входов блока сопряжения. На другой вход этого блока подается напряжение с фотоприемника, пропорциональное мощности отраженного светового пучка.

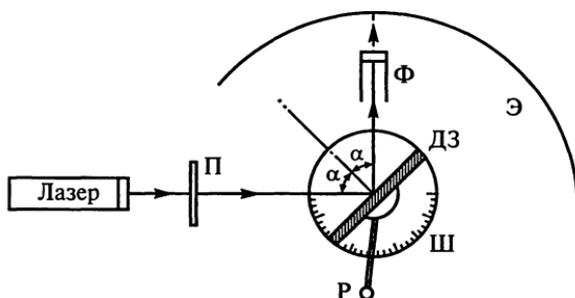


Рис. 3.21.1

ка. На экране монитора ПК можно таким образом получить график зависимости энергетического коэффициента отражения от угла падения.

Для качественного исследования этой зависимости можно, сняв фотоприемник, наблюдать изменение мощности отраженного пучка визуально — с помощью вспомогательного экрана Э.

## Измерения и обработка результатов

Перед выполнением заданий следует внимательно изучить имеющееся в лаборатории описание программно-аппаратных средств измерительной установки.

**З а д а н и е 1.** Установление факта зависимости коэффициента отражения от угла падения и поляризации.

1. Соберите установку так, чтобы отраженный от диэлектрического зеркала световой пучок мог падать на вспомогательный экран при достаточно широком интервале углов падения (от  $\alpha \sim 0^\circ$  до  $\alpha \sim 90^\circ$ ).

2. Оцените (качественно) зависимость энергетического коэффициента отражения от угла падения света на диэлектрик для двух поляризаций падающей волны — в плоскости падения и перпендикулярно к ней. Убедитесь, что в одном из случаев (сообразите предварительно, в каком) отражение при некотором угле падения отсутствует.

3. Нарисуйте примерные графики этих зависимостей.

**З а д а н и е 2.** Измерение диэлектрической проницаемости материала пластин по коэффициенту отражения поляризованного света.

Измерьте коэффициент отражения от одной из диэлектрических пластин с помощью установки, передающей данные об угле падения света и освещенности фотоэлемента на компьютер, придерживаясь указанной последовательности операций.

1. Поворачивая лазер (или, если излучение лазера не поляризовано, поляроид), добейтесь того, чтобы свет, падающий на зеркало, был поляризован в плоскости, *перпендикулярной плоскости падения*.

2. Соедините выходы датчиков угла падения и освещенности фотоприемника со входом блока сопряжения установки с ПК.

3. Поставьте диэлектрическое зеркало в крайнее положение ( $\alpha \sim 0^\circ$ ), запустите программу измерения на ПК. Плавно переместив зеркало в другое крайнее положение ( $\alpha \sim 90^\circ$ ), остановите программу измерения.

4. С помощью указателя, перемещаемого вдоль графика на экране, определите координаты ряда характерных точек графика. Записав полученные значения координат, постройте график в тетради.

5. Прodelайте пп. 1—4 для случая падения на зеркало света, поляризованного *в плоскости падения*.

6. Определите с помощью полученного графика угол Брюстера, рассчитайте по нему показатель преломления материала исследуемой пластины и запишите результаты в тетрадь.

7. Исследуйте таким же образом все имеющиеся в работе диэлектрические пластины.

Результаты всех серий прodelанных измерений и вычислений запишите в виде таблицы.

**Задание 3.** Учет засветки фотоприемника и более точные измерения показателя преломления.

Используемый в установке фотоприемник в процессе работы несколько засвечивается комнатным освещением, причем степень засветки зависит от угла поворота датчика. Учесть эту зависимость и получить более точные значения показателя преломления можно следующим образом.

1. Прodelайте пп. 3—5 задания 2 для пластины, закрытой черной фотографической бумагой (коэффициент отражения практически равен нулю).

2. Введите зависимость засветки от угла падения в программу измерений, аппроксимировав полученную зависимость полиномом 4—6-й степени, предварительно убрав промахи.

3. Выполните задание 2 еще раз и обратите внимание на отличие новых значений координат точек от полученных ранее (воспроизводимость результатов) и на отличия в значениях угла Брюстера.

Для повышения точности нахождения минимума кривой зависимости коэффициента отражения от угла падения следует выбрать около предполагаемого минимума 10—30 экспериментальных точек, аппроксимировать их параболой и найти ее минимум. Если среднеквадратичная ошибка аппроксимации больше разности максимального и минимального значений из группы выбранных точек, то число точек следует увеличить, а если много меньше, — уменьшить.

Для каждого экспериментального графика постройте, пользуясь формулами Френеля, теоретический.

### Вопросы и упражнения

1. Получите выражение (3) для угла Брюстера.

2. Покажите, что при падении света (произвольной поляризации) на диэлектрик под углом Брюстера преломленный луч перпендикулярен отраженному.

3. Объясните, почему при некотором угле падения света определенной поляризации на диэлектрическое зеркало след отраженного пучка на экране исчезает.

4. Будет ли исчезать след отраженного пучка (см. п.3) в случае использования металлического зеркала?

5. Как экспериментально определить оптическую ось поляроида?

6. Каковы значения энергетических коэффициентов отражения  $R_{\parallel}$  и  $R_{\perp}$  для случая нормального падения света на диэлектрик?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.22

### ИЗУЧЕНИЕ ДИСПЕРСИИ СВЕТА С ПОМОЩЬЮ СТЕКЛЯННОЙ ПРИЗМЫ

Цель работы: исследование зависимости показателя преломления стекла от частоты видимого излучения.

Приборы и принадлежности: стеклянная призма, гониометр, ртутная лампа.

Литература: [7, § 4.3, 6.1, 6.2]; [13, § 7.1—7.4]; [21, § 86, 154—156]; [1, лекция 19].

#### Введение

В работе исследуется дисперсия света в стеклянной призме. Показатель преломления стекла, из которого изготовлена призма, можно определить по формуле

$$n = \frac{\sin \frac{\varphi + \delta}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}}, \quad (1)$$

где  $\varphi$  — преломляющий угол призмы;  $\delta$  — угол наименьшего отклонения лучей, прошедших через призму. Измерив  $\varphi$  и  $\delta$ , можно вычислить значения  $n$  для видимого излучения различной частоты  $\nu$  и найти таким образом зависимость  $n(\nu)$ .

#### Описание экспериментальной установки

Для измерения углов  $\varphi$  и  $\delta$  применяют гониометр (см. описание работы 3.12). Параллельный пучок света, вышедший из коллиматора, собирается объективом зрительной трубы (установленной на бесконечность) в ее фокальной плоскости, образуя действительное изображение щели, которое рассматривается через окуляр. Если между коллиматором и зрительной трубой поставить призму, то для наблюдения изображения щели трубу необходимо

будет повернуть относительно прежнего положения на некоторый угол. Его можно измерить по шкале лимба с помощью нониуса.

Источником света в установке служит ртутная лампа, спектр излучения которой в видимой области имеет существенно линейчатый характер, позволяющий работать с излучением нескольких определенных частот.

Значения этих частот можно найти, зная длины волн излучения ртути в вакууме (см. таблицу, приведенную ниже) и скорость света в вакууме.

## Измерения и обработка результатов

**За д а н и е 1.** Определение преломляющего угла призмы.

Установите призму на столик гониометра так, чтобы биссектриса искомого угла  $\varphi$  совпала с осью коллиматора (рис. 3.22.1). В работе используется призма, в основании которой равнобедренный треугольник. Не следует забывать, однако, что углы призмы не могут быть точно равными. Вследствие этого необходимо измерять и в дальнейшем работать с одним и тем же определенным преломляющим углом (удобно, если этот угол каким-либо образом отмечен).

Пучки, отраженные от двух граней призмы, образуют, как это видно на рис. 3.22.1, угол  $\beta$ . Можно показать, что  $\beta = 2\varphi$ . Угол  $\beta$  определяют, найдя разность отсчетов  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ , соответствующих двум положениям трубы, при которых видны изображения щели, образованные отраженными пучками  $BA$  и  $CD$ .

Результаты измерений  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta$  и  $\varphi$  запишите в виде таблицы.

**За д а н и е 2.** Определение углов минимального отклонения и показателей преломления для характерных частот спектра излучения ртутной лампы.

Для определения угла минимального отклонения света той или иной частоты установите призму на столике гониометра так, чтобы преломляющим углом служил угол, определенный в задании 1 (см. рис. 3.22.2 — призма в

положении  $L$ ). Поворачивая зрительную трубу, найдите ряд цветных изображений щели, соответствующих отдельным частотам спектра излучения ртути. Поворачивайте затем столик с призмой в таком направлении, чтобы изображения щели смещались в сторону неотклоненного пучка (к оси коллиматора).

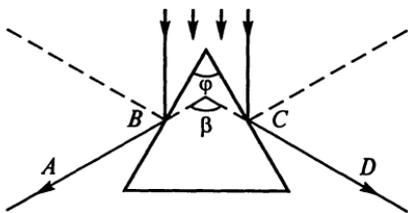


Рис. 3.22.1

Выбрав какое-либо изображение щели, продолжайте поворот столика, ведя зрительную трубу вслед за изображением. Вращение столика продолжайте до тех пор, пока изображение щели не остановится и при дальнейшем вращении столика в ту же сторону не начнет двигаться назад. Момент остановки изображения свидетельствует о достижении угла наименьшего отклонения призмой излучения данной частоты (угол  $\delta$  на рис. 3.22.2).

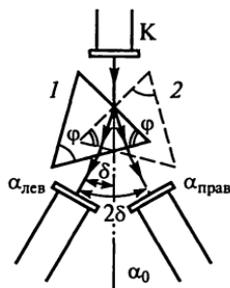


Рис. 3.22.2

После того как крест нитей трубы наведен точно на предельное положение данной линии спектра, сделайте соответствующий этому положению отсчет по шкале лимба  $\alpha_{\text{лев}}$ . Для вычисления угла  $\delta$  достаточно взять отсчет  $\alpha_0$  (см. рис. 3.22.2), соответствующий неотклоненному пучку, однако для повышения точности измерений рекомендуется повернуть столик с призмой в положение 2 и, вновь добившись наименьшего отклонения, отсчитать соответствующий угол  $\alpha_{\text{прав}}$  для той же линии спектра. Как следует из рис. 3.22.2,  $\alpha_{\text{лев}} - \alpha_{\text{прав}} = 2\delta$ .

Отметив значения  $\alpha_{\text{лев}}$  для пяти линий спектра и соответствующие этим же линиям значения  $\alpha_{\text{прав}}$ , вычислите углы  $\delta$  и, используя полученное при выполнении задания 1 значение преломляющего угла  $\varphi$ , найдите по формуле (1) значения показателя преломления  $n$  для пяти характерных частот спектра излучения ртути.

Результаты измерений и вычислений запишите в виде табл. 1.

**Задание 3.** Построение дисперсионной кривой и вычисление средней дисперсии.

Используя полученные значения  $n$ , постройте дисперсионную кривую, т.е. график зависимости  $n = f(\nu)$ . Найдите среднюю дисперсию  $D_{\text{ср}}$  для данного сорта стекла:  $D_{\text{ср}} = (n_{\text{ф}} - n_{\text{ж}}) / (\lambda_{\text{ж}} - \lambda_{\text{ф}})$ , где  $n_{\text{ф}}$  и  $n_{\text{ж}}$  — показатели преломления для фиолетовой и желтой линий спектра излучения ртути.

Таблица 1

№ п/п	Линия спектра ртути	Длина волны в вакууме, нм	Частота, $10^{14}$ Гц	$\alpha_{\text{лев}}$	$\alpha_{\text{прав}}$	$\delta$	$n$
1	Желтая	579					
2	Зеленая	546					
3	Голубая	492					
4	Синяя	436					
5	Фиолетовая	405					

## Вопросы и упражнения

1. Каковы основные положения классической теории дисперсии?
2. Какую дисперсию вы наблюдали: нормальную или аномальную?
3. В каких случаях говорят об аномальной дисперсии?
4. Каким образом уменьшают хроматическую аберрацию оптических приборов?
5. Как согласовать изменение скорости света в среде с фактом постоянства скорости движения фотонов, всегда равной скорости света в вакууме?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 3.23

#### КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АБЕРРАЦИЙ СФЕРИЧЕСКОГО ЗЕРКАЛА

**Цель работы:** исследование преобразования световых пучков вогнутыми зеркалами с помощью компьютерного моделирования.

**Приборы:** ПК с программой моделирования хода лучей по законам геометрической оптики.

**Литература:** [7, § 4.1—4.4, 4.7]; [21, § 80—86]; [17, гл. 1].

#### Введение

Исследование аберраций оптических систем в условиях учебной лаборатории сопряжено с рядом экспериментальных трудностей: измерением малых углов и расстояний, использованием достаточно широких световых пучков, необходимостью иметь калиброванное по частоте излучение и т. п. С другой стороны, традиционные построения нередко предполагают применение законов параксиальной оптики к заведомо непараксиальным пучкам, что создает ложное представление о пренебрежимой малости аберраций, приводящее к физически неверному утверждению о том, что изображение всегда подобно предмету.

Метод компьютерного моделирования, позволяющий выполнить построение хода лучей строго по законам геометрической оптики, во-первых, наглядно показывает, что изображение, формируемое оптической системой, является, вообще говоря, искаженным и, во-вторых, дает возможность проиллюстрировать способы возможного ослабления аберраций.

В данной работе предлагается, применив метод компьютерного моделирования, исследовать отражение света от сферического зеркала и возникающие при этом аберрации, проявляющиеся, в частности, в том, что лучи, идущие параллельно оптичес-

кой оси зеркала, после отражения не пересекаются в одной точке; поверхность отраженного пучка в этом случае представляет собой не конус, а специфическую поверхность, называемую *каустикой* [21].

Заменив введенную в компьютер поверхность сферы на поверхность параболоида, можно показать, что абберрация, обусловленная сферичностью зеркала, исчезает.

Завершающее работу упражнение посвящено исследованию искажений, неизбежно возникающих при получении изображения протяженного предмета с помощью сферического зеркала.

### Описание экспериментальной установки

Для выполнения работы необходим ПК с программой моделирования хода лучей по законам геометрической оптики. Программа может быть написана (как это сделано в данной работе) в среде DERIVE, и ее можно найти по адресу <http://www.mpgu.edu/phys/koef/lab>. При использовании другой системы компьютерной алгебры программу моделирования необходимо написать самостоятельно или воспользоваться профессиональной программой оптического моделирования, например Scope (<http://www.geosoff.com>) или OSLO (<http://www.sinopt.com>).

В любом случае такая программа должна позволять:

- задавать положение точечного источника, а также форму зеркала произвольной непрерывной функцией;
- строить падающие и отраженные, действительные и мнимые лучи;
- находить координаты точек пересечения лучей с отражающей поверхностью и между собой.

### Измерения и обработка результатов

Перед выполнением заданий следует подробно ознакомиться с имеющимся в лаборатории описанием программно-аппаратных средств (см. также разд. 6 и приложение).

**З а д а н и е 1.** Построение пучка, отраженного от вогнутого сферического зеркала.

Постройте оптическую систему, представляющую собой вогнутое сферическое зеркало радиусом  $R$ .

Постройте лучи, падающие на зеркало параллельно главной оптической оси и отстоящие от нее на расстояния (в долях радиуса)  $R/8$ ,  $R/4$ ,  $3R/8$ ,  $R/2$  и  $5R/8$ , а также соответствующие им отраженные лучи.

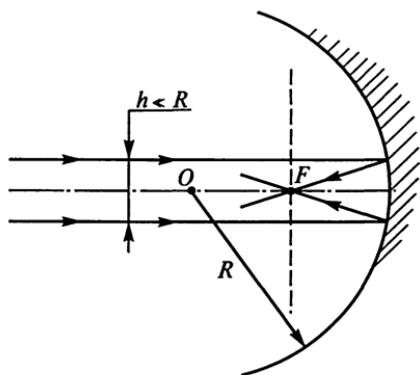


Рис. 3.23.1

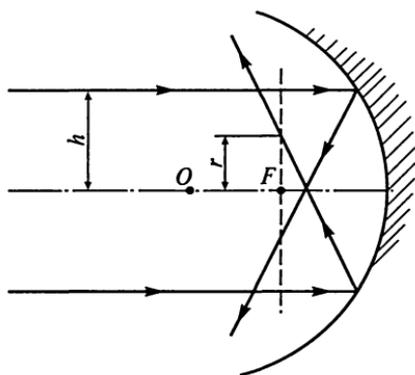


Рис. 3.23.2

Обратите внимание на то, что отраженные лучи не пересекаются в одной точке — поверхность отраженного пучка является не конической, а *каустической*.

**За д а н и е 2.** Оценка погрешности параксиального приближения.

Выберите область пересечения отраженных лучей с главной оптической осью и постройте ее, увеличив масштаб изображения (например, в пять раз). Через точку оси, лежащую на расстоянии, равном половине радиуса сферы (эту точку обычно называют *фокусом* для параксиальных лучей), проведите прямую, перпендикулярную оси. Это след *фокальной плоскости* (рис. 3.23.1) Убедитесь, что лучи, параллельные главной оптической оси, пересекаются с фокальной плоскостью в разных точках, отстоящих от оси тем дальше, чем более удален от оси падающий луч.

Найдите координаты точек пересечения всех отраженных лучей с фокальной плоскостью графическим методом (см. описание программно-аппаратных средств). Полученные значения определяют радиусы  $r$  окружностей, каждая из которых представляет собой след пересечения с фокальной плоскостью конуса, образованного множеством отраженных лучей, идущих на данном расстоянии от оси (рис. 3.23.2). Зависимость радиуса  $r$  от расстояния падающего луча до оси определяет *сферическую абберацию* исследуемого зеркала. Результаты измерений и вычислений сведите в табл. 1.

**За д а н и е 3.** Устранение сферической абберации вогнутого зеркала.

Известно [21], что безабберационной поверхностью в данном случае является параболоид вращения. Пользуясь описанием программно-аппаратных средств, постройте след поверхности зеркала

№ п/п	Удаление луча от оси		Радиус окружности $r$	
	в делениях шкалы	в долях радиуса зеркала	в делениях шкалы	в долях радиуса зеркала
1				
2				
3				
4				
5				

ла в виде параболы и сравните его со сферой (вершины и фокусы зеркал, разумеется, должны совпадать).

Очистите экран, постройте еще раз параболическое зеркало и проведите те же, что и в первом задании, падающие и соответствующие им отраженные лучи. Увеличьте изображение с центром в точке пересечения отраженных лучей сначала в десять, а потом в сто раз и убедитесь в том, что все отраженные лучи пересекаются в одной точке.

**Задание 4.** Построение изображений отдельных точек протяженного предмета.

Замените параболическое зеркало сферическим, вернувшись к ситуации задания 1. Изобразите протяженный предмет, взяв три точки на прямой, проходящей через центр сферы перпендикулярно главной оптической оси. Координаты точек должны быть выбраны так, чтобы расстояния точек от оси равнялись  $R/2$ ,  $R/8$  и 0. Найдите изображения этих точек в сферическом зеркале, проведя соответствующие расчеты и построения. Соедините точки изображения ломаной линией и обратите внимание на то, что форма изображения существенно отличается от формы предмета.

### Вопросы и упражнения

1. При каких допущениях можно описывать поведение света на языке геометрической оптики?

2. Покажите, что закон отражения есть следствие принципа Ферма.

3. В чем заключается условие стигматичности световых пучков?

4. Каковы преимущества и недостатки рассмотрения действия оптических систем (зеркал, линз и т. д.) в приближении парааксиальных пучков?

5. Выведите формулу поверхности сферического зеркала с вершиной зеркала в точке  $[x = 0, y = 0]$ . Центр зеркала должен быть слева от этой точки.

6. Как следует понимать термин «фокус зеркала»?
7. Можно ли утверждать, что изображение, получаемое с помощью зеркала, геометрически подобно предмету?
8. Можно ли получить действительное изображение с помощью выпуклого зеркала?
9. Можно ли, имея идеальный точечный источник, получить с помощью зеркала идеально параллельный пучок?
10. Обладают ли сферические зеркала хроматической аберрацией?
11. В каких случаях вогнутое (выпуклое) зеркало будет обладать аберрацией астигматизма? Укажите случаи, когда эта аберрация не может быть устранена.
12. Каким образом будет преобразован параллельный световой пучок, если он падает на вогнутое зеркало, поверхность которого имеет вид поверхности кругового цилиндра; поверхности параболического цилиндра?
13. Собирающая линза ограничена с одной стороны плоской поверхностью. На эту поверхность нормально падает плоская световая волна (параллельный пучок лучей). Какую форму должна иметь вторая поверхность линзы для того, чтобы широкий (непараксиальный) световой пучок сошелся после линзы в одной точке?
14. В каких распространенных оптических приборах используются вогнутые сферическое и параболическое зеркала?
15. Какая характеристика оптического прибора определяется величиной диаметра использованного в нем зеркала?
16. Как известно, в тех случаях, когда телескопы устанавливаются на космических аппаратах, размеры линз и зеркал этих приборов могут быть при равных оптических характеристиках существенно меньшими по сравнению с аналогичными приборами, установленными в земных обсерваториях. Укажите физические причины, вследствие которых это оказывается возможным.

## Раздел 4. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.1

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ФОТОЭЛЕМЕНТОВ

Цель работы: ознакомление с внешним фотоэффектом и фотоэлементами; определение зависимости фототока от анодного напряжения и освещенности; расчет чувствительности фотоэлементов и квантового выхода фотоэффекта.

Приборы и принадлежности: вакуумный и газонаполненный фотоэлементы, оптическая скамья, лампа накаливания, источник питания для фотоэлементов, вольтметр, амперметр, люксметр, каретка для фотоэлементов.

Литература: [7, § 9.1, 9.2]; [34, гл. II]; [39, § 2].

#### Введение

Фотоэлементы, действие которых основано на внешнем фотоэффекте, бывают вакуумные и газонаполненные. Последние наполнены инертным газом при давлении порядка 0,005—1 мм рт. ст.

Фототок в вакуумном фотоэлементе (при постоянном световом потоке) при увеличении анодного напряжения достигает насыщения. Фототок в газонаполненном фотоэлементе при увеличении анодного напряжения плавно возрастает. При некотором достаточно большом напряжении сила тока резко увеличивается, и начинается самостоятельный разряд. Возникновение самостоятельного разряда недопустимо, так как при этом разрушается светочувствительный слой.

Отношение фототока  $I$  к световому потоку  $\Phi$ , падающему на фотоэлемент, называют *чувствительностью* фотоэлемента:

$$\gamma = \frac{I}{\Phi}. \quad (1)$$

Чувствительность фотоэлемента зависит от анодного напряжения и спектрального состава света. За единицу чувствительности принимают микроампер на люмен (мкА/лм).

Отношение числа фотоэлектронов, вылетевших из катода, к числу фотонов падающего монохроматического света называют *квантовым выходом* фотоэффекта  $\delta$ .

Число вылетевших в одну секунду электронов можно найти, измерив фототок  $I$  в режиме насыщения, а число фотонов можно определить, зная падающий на фотоэлемент световой поток  $\Phi$ . Квантовый выход, таким образом, будет равен

$$\delta = \frac{K_m h\nu_0 I}{e\Phi}, \quad (2)$$

где  $K_m = 683$  лм/Вт — световая эффективность потока излучения при  $\lambda_0 = 550$  нм;  $h\nu_0$  — энергия соответствующего фотона;  $e$  — заряд электрона.

Световой поток  $\Phi$ , падающий на фотоэлемент, можно найти по показаниям люксметра, дающего значение освещенности  $E$  при фиксированном расстоянии  $r$ , и известному диаметру окна фотоэлемента  $d$ :

$$\Phi = \pi d^2 E / 4. \quad (3)$$

### Описание экспериментальной установки

Установка состоит из источника питания, двух фотоэлементов: 1) СЦВ-4 — сурьмяно-цезиевый вакуумный, 2) ЦГ-4 — цезиевый газонаполненный; источника света — лампы накаливания; вольтметра и микроамперметра. Для проведения измерений фотоэлементы располагают на оптической скамье в подвижной каретке, имеющей указатель расстояния от источника света.

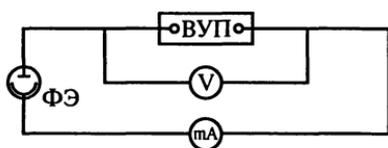


Рис. 4.1.1

Источник света в данной работе можно считать точечным, так как размер нити накаливания мал по сравнению с расстоянием  $R$  от лампы до фотоэлемента. Для измерения освещенности используют люксметр. Приборы собраны по схеме, показанной на рис. 4.1.1.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение зависимости тока фотоэлемента от анодного напряжения.

Расположите вакуумный фотоэлемент СЦВ-4 в каретке на некотором фиксированном расстоянии от источника света. Включите выпрямитель. При постоянном световом потоке от

лампы накаливания измерьте фототок, текущий через фотоэлемент, для 10—12 значений анодного напряжения (вольтамперная характеристика фотоэлемента). Напряжение меняйте от 0 до 120 В.

Проведите аналогичные измерения с газонаполненным фотоэлементом ЦГ-4. Результаты измерения силы тока  $I$  при различных значениях анодного напряжения занесите в таблицу. По результатам измерений постройте графики функций  $I = f(U)$  для обоих фотоэлементов.

**За д а н и е 2.** Определение зависимости тока фотоэлемента от освещенности катода.

Установите фотоэлемент СЦВ-4 в каретку на оптической скамье на фиксированном расстоянии от лампы (см. задание 1). При постоянном световом потоке лампы подайте на фотоэлемент анодное напряжение, соответствующее режиму тока насыщения. Перемещая каретку с фотоэлементом по оптической скамье с шагом в 5 см, измерьте фототок для 6—8 положений фотоэлемента.

Проведите аналогичные измерения с фотоэлементом ЦГ-4. Результаты измерений занесите в таблицу. Постройте графики функций  $I = f(1/R^2)$  для вакуумного и газонаполненного фотоэлементов.

**За д а н и е 3.** Расчет чувствительности фотоэлементов.

С помощью люксметра измерьте освещенность  $E$  окна фотоэлемента. Для этого отодвиньте каретку фотоэлемента в конец оптической скамьи, расположите приемник люксметра на оптической скамье на расстоянии от источника света, используемом в задании 1. Установите предел измерений люксметра 500 лк (со снятой матовой крышкой). Измерьте значение освещенности в данной точке.

Пользуясь формулами (1) и (3), рассчитайте чувствительность фотоэлементов. Расчет чувствительности для вакуумного фотоэлемента произведите при токе, соответствующем току насыщения.

**За д а н и е 4.** Оценка квантового выхода фотоэффекта для вакуумного фотоэлемента.

Используя формулу (2) и данные, полученные в заданиях 1 и 2, рассчитайте квантовый выход фотоэффекта для сурьмяно-цезиевого вакуумного фотоэлемента.

### Вопросы и упражнения

1. Почему в фотоэлементах, работающих в области видимого света, светочувствительный слой делают из щелочных металлов?

2. Как объяснить различный характер зависимости фототока от освещенности в вакуумном и газонаполненном фотоэлементах?

3. При каком токе рассчитывается чувствительность газонаполненного фотоэлемента?

4. Перечислите эмпирические закономерности фотоэффекта. Какие закономерности не удастся объяснить с позиции волновой теории света?

5. Что называется красной границей фотоэффекта и от чего зависит ее значение?

6. Почему квантовый выход много меньше единицы? Может ли квантовый выход фотоэффекта быть больше единицы?

7. Какие экспериментальные факты свидетельствуют о неделимости энергии фотона?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.2

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННОЙ ПЛАНКА МЕТОДОМ ЗАДЕРЖИВАЮЩЕГО ПОТЕНЦИАЛА

Цель работы: определение красной границы фотоэффекта и постоянной Планка.

Приборы и принадлежности: вакуумный фотоэлемент СЦВ-4, монохроматор, лампа накаливания, вольтметр, чувствительный микроамперметр (Ф-195), набор светофильтров, выпрямитель.

Литература: [7, § 9.1, 9.2]; [34, гл. II]; [39, ч. 1, гл. 1, § 2].

#### Введение

При взаимодействии фотона с электроном, находящимся в веществе, выполняется закон сохранения энергии. В результате поглощения света энергия электрона возрастает на величину, равную энергии фотона. Если это изменение энергии превышает работу выхода электрона из вещества, то электрон может покинуть вещество и стать свободным. Такой электрон называется фотоэлектроном. Для фотоэлектрона можно записать закон сохранения в виде

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = h\nu - A_{\text{вых}}, \quad (1)$$

где  $v_{\max}$  — максимальная скорость вылетевшего электрона;  $A_{\text{вых}}$  — работа выхода;  $\nu$  — частота поглощенного света.

Это соотношение называется *уравнением Эйнштейна*. Если фотоэлектрон отдает часть своей энергии атомам вещества, то его скорость после вылета будет меньше, чем  $v_{\max}$ . Из уравнения (1) видно, что вылет электрона возможен, если энергия фотона будет больше, чем работа выхода. Минимальную частоту света  $\nu_{\text{гр}}$ ,

при которой возможен фотоэффект, называют красной границей фотоэффекта. Величина  $\nu_{гр}$  находится из условия

$$h\nu_{гр} = A_{\text{вых}}. \quad (2)$$

Так как при частоте света, превышающей красную границу, фотоэлектроны обладают некоторой скоростью, то через фотозащитный элемент будет протекать фототок и при напряжениях, при которых анод будет иметь отрицательный потенциал относительно фотокатода. Такое напряжение называют задерживающим, потому что электрон отталкивается от анода и, если его скорость невелика, то может вернуться на фотокатод. Общий вид вольт-амперной характеристики вакуумного фотозащитного элемента изображен на рис. 4.2.1. Отрицательные напряжения представляет область задерживающих напряжений. При некотором напряжении фототок обращается в нуль. Значение этого напряжения определяется соотношением

$$mv^2/2 = eU_3 \quad (3)$$

и уравнение Эйнштейна для этого случая принимает вид

$$U_3 = \frac{h\nu}{e} - \frac{A_{\text{вых}}}{e}. \quad (4)$$

График зависимости  $U_3$  от частоты падающего на фотокатод света представлен на рис. 4.2.2. Из этого графика можно определить постоянную Планка

$$h = e \frac{U_2 - U_1}{\nu_2 - \nu_1} \quad (5)$$

и работу выхода

$$A_{\text{вых}} = e \frac{U_2\nu_1 - U_1\nu_2}{\nu_2 - \nu_1}, \quad (6)$$

где  $U_1$  и  $U_2$  — задерживающие напряжения, когда фототок обращается в нуль при частотах света  $\nu_1$  и  $\nu_2$  соответственно.

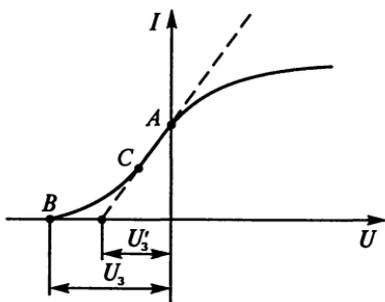


Рис. 4.2.1

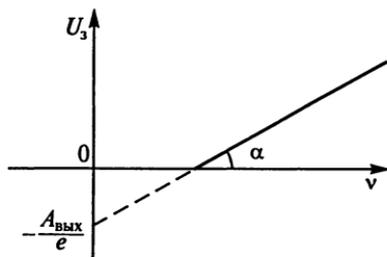


Рис. 4.2.2

## Описание экспериментальной установки

В работе используется вакуумный фотоэлемент ФЭ, катод которого сделан из сурьмяно-цезиевого сплава. Электрическая схема установки изображена на рис. 4.2.3.

Для определения красной границы фотоэффекта фотоэлемент вставляется в специальный кожух, установленный на выходном отверстии монохроматора. Свет от лампы накаливания 1 (рис. 4.2.4) собирается конденсором 2 на входную щель 3 монохроматора 4, проходит призму 5 и после разложения в спектр попадает на выходную щель 6, которая определяет спектральную ширину излучения, падающего на фотоэлемент. Поворачивая призму с помощью барабана, можно направить на выходную щель свет с заданной длиной волны. Значение  $\lambda$  находят, используя деления шкалы барабана и градуировочный график, который прилагается к монохроматору.

Для оценки величины постоянной Планка необходимо снять вольт-амперную характеристику фотоэлемента в области тормозящего поля при трех значениях частоты падающего света. Фотоэлемент закрепляется в штативе на панели напротив лампы накаливания, перед которой поочередно устанавливаются фильтры, определяющие частоту света. Фильтры (фиолетовый,  $\lambda_{\text{ф}} = 0,42$  мкм; зеленый,  $\lambda_{\text{зел}} = 0,48$  мкм; оранжевый,  $\lambda_{\text{ор}} = 0,62$  мкм) пропускают сравнительно широкий интервал длин волн  $\Delta\lambda/\lambda \approx 15\%$ , так что значения длины волны, указанные на фильтрах, являются лишь ориентировочными.

Для измерения токов рекомендуется использовать стрелочный микроамперметр Ф-195, или аналогичные приборы, дающие возможность измерения малых токов (от 100 нА до 2 мкА). Для измерения напряжения можно использовать цифровой вольтметр, например В7-35.

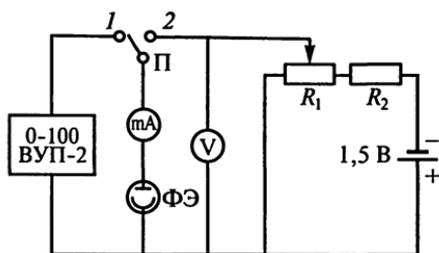


Рис. 4.2.3

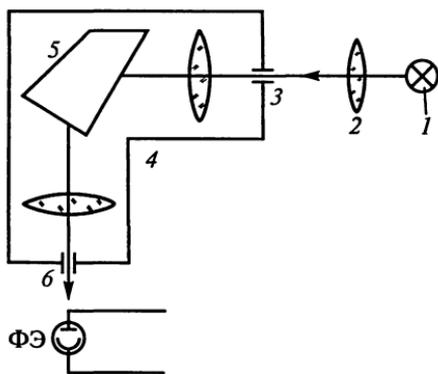


Рис. 4.2.4

## Измерения и обработка результатов

**За д а н и е 1.** Определение красной границы фотоэффекта.

Ознакомьтесь с приборами, входящими в установку. Проверьте правильность начального положения ручек на приборах. На микроамперметре Ф-195 установите кнопку «Шкала» в положение 0—100, переключатель диапазонов измерений в положение 100 нА. На выпрямителе установите нулевое начальное положение  $U=0$ . Переключатель П (см. рис. 4.2.3) поставьте в положение «0». Переключатель регулировки света в монохроматоре переведите в положение «Закрыто». Барабан монохроматора установите на деление 2150, что соответствует области максимальной чувствительности фотоэлемента. Ширину входной и выходной щелей выберите равной 0,8—1 мм. Установите фотоэлемент в кожухе монохроматора.

Включите выпрямитель и прибор Ф-195 в сеть. Тумблеры включения приведите в положения «Вкл.» и «Сеть». Дайте прогреться приборам в течение 10 мин. Переведите переключатель П в положение 1. Установите напряжение на выпрямителе  $\sim 100$  В (что соответствует току насыщения фотоэлемента). Измерьте темновой ток фотоэлемента  $I_0$ . Включите осветительную лампу перед входной щелью монохроматора и сфокусируйте световой пучок на щель. Поставьте переключатель регулировки света в положение «Открыто». При этом микроамперметр покажет ток, текущий через фотоэлемент. При значении тока, существенно меньше указанного, надо увеличить ширину обеих щелей монохроматора.

Поворачивайте барабан монохроматора в сторону увеличения угла поворота (это соответствует увеличению длины волны света  $\lambda$ , падающего на фотоэлемент) до тех пор, пока показания микроамперметра не станут равными значению темнового тока. Для более точного определения «точки останова» стрелки прибора, после достижения темнового тока, необходимо начать вращение барабана монохроматора в обратную сторону до тех пор, пока стрелка микроамперметра снова не начнет двигаться. Отметьте положение барабана  $\varphi_{\text{гр}}^0$ , соответствующее красной границе фотоэффекта. Длину волны  $\lambda_{\text{гр}}$  определите по калибровочному графику. Опыт повторите три раза и вычислите среднее значение  $\lambda_{\text{гр}}$ . После проведения измерений переключатель П поставьте в положение «0», выключите источник света и выпрямитель.

Вычислите работу выхода электрона из вещества катода сурьмяно-цезиевого вакуумного фотоэлемента по формуле (2).

**За д а н и е 2.** Определение постоянной Планка.

Выньте фотоэлемент из насадки к монохроматору и укрепите его в штативе на панели напротив осветительной лампы. Устано-

вите с помощью потенциометра нулевой задерживающий потенциал  $U = 0$ . Переключатель диапазонов измерений микроамперметра Ф-195 поставьте в положение 1 мкА. При выключенном осветителе поставьте переключатель П в положение 2. Переведите ручку трансформатора осветителя в крайнее левое положение. Включите осветитель и вращайте ручку трансформатора вправо до тех пор, пока стрелка микроамперметра не отклонится на 80—90 делений шкалы.

Снимите вольт-амперную характеристику фотоэлемента в области тормозящего поля (участок  $AB$ , рис. 4.2.1) при трех различных частотах падающего света ( $\lambda_1 = 0,42$  мкм,  $\lambda_2 = 0,48$  мкм,  $\lambda_3 = 0,62$  мкм). Напряжение меняйте до тех пор, пока ток не станет равным нулю. Показания микроамперметра и вольтметра занесите в таблицу.

По окончании измерений переведите переключатель П в положение «0», выключите осветитель. Переключатель диапазонов измерений микроамперметра Ф-195 поставьте в положение 5 мкА, выключите микроамперметр и вольтметр.

По данным таблицы постройте вольт-амперные характеристики, соответствующие различным частотам падающего света.

Для определения задерживающего потенциала целесообразно использовать только прямолинейный участок характеристики. Проведя касательную к этому участку до пересечения с осью абсцисс, получим отрезок  $U_3$ , который соответствует задерживающему потенциалу. При таком определении влияние второстепенных факторов (фотоэффект с анода, ионные токи и пр.) менее существенно. Точность определения задерживающего потенциала при этом оказывается порядка 15%.

Постройте график зависимости задерживающего потенциала от частоты:  $U = U(\nu)$ . Отметьте на графике красную границу фотоэффекта  $\nu = c/\lambda$  и вычислите по формуле (5) постоянную Планка.

Определите работу выхода электрона из вещества катода сурьмяно-цезиевого вакуумного фотоэлемента по формуле (6). Сравните с результатом, полученным в задании 1. Сделайте выводы о точности проведенных измерений и вычислений.

### Вопросы и упражнения

1. Как определяется постоянная Планка по методу задерживающего потенциала? Как при этом используется уравнение Эйнштейна?
  2. Можете ли вы указать явление, обратное фотоэффекту?
  3. Что такое внутренний фотоэффект? Где он наблюдается? В какой области спектра лежит красная граница внутреннего фотоэффекта?
  4. Как связан импульс фотона с волновым вектором?
- См. также вопросы к лабораторной работе 4.1.

## ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы: определение постоянной Стефана—Больцмана и постоянной Планка.

Приборы и принадлежности: светоизмерительная лампа СИ-6-100, оптический пирометр ОППИР-017, выпрямитель, вольтметр, амперметр на 10 А, селеновый фотоэлемент, микроамперметр с наружным шунтом, красный и синий светофильтры (укреплены на подставке фотоэлемента).

Литература: [7, § 9.6—9.8]; [34, гл.1]; [21, гл. 34, 35].

### Введение

Электромагнитное излучение нагретых тел называют тепловым излучением. Спектральной характеристикой теплового излучения поверхности тела с температурой  $T$  является *лучеиспускательная способность* тела:

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{dW_{\text{изл}}}{d\lambda},$$

где  $dW_{\text{изл}}$  — энергия электромагнитного излучения, испускаемого с единицы поверхности тела в интервале длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$  в единицу времени.

Спектральной характеристикой поглощения является *поглощательная способность* тела:

$$a(\lambda, T) = \frac{dW_{\text{погл}}}{dW_{\text{пад}}},$$

показывающая, какая доля энергии  $dW$  электромагнитных волн (в интервале длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta\lambda$ ), падающих на единицу поверхности тела в единицу времени, поглощается телом. Часто вместо  $\varepsilon(\lambda, T)$  и  $a(\lambda, T)$  вводят  $\varepsilon(\nu, T)$  и  $a(\nu, T)$ .

Опыт показывает, что лучеиспускательная и поглощательная способности тела зависят от длины излучаемых и поглощаемых волн, температуры тела, его химического состава и состояния поверхности. Тело называется абсолютно черным, если оно при любой температуре полностью поглощает всю энергию падающих на него электромагнитных волн независимо от их частоты. У абсолютно черного тела поглощательная способность равна единице, а лучеиспускательная способность  $\varepsilon_0(\lambda, T)$  зависит только от длины волны  $\lambda$  и абсолютной температуры  $T$ .

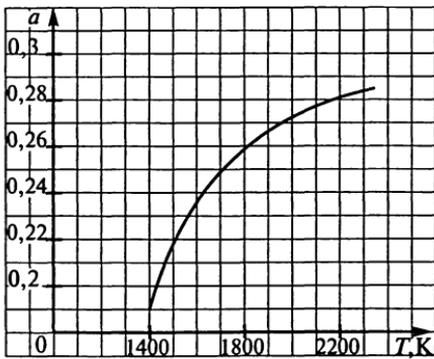


Рис. 4.3.1

По закону Кирхгофа, отношение лучеиспускательной способности любого тела, находящегося в равновесии с излучением, к его поглощательной способности в узком интервале длин волн ( $\lambda, \lambda + \Delta\lambda$ ) не зависит от материала тела и равно лучеиспускательной способности абсолютно черного тела  $\varepsilon_0(\lambda, T)$ :

$$\frac{\varepsilon(\lambda, T)}{a(\lambda, T)} = \varepsilon_0(\lambda, T). \quad (1)$$

По закону Стефана — Больцмана интегральная лучеиспускательная способность черного тела (т. е. энергия, испускаемая единицей поверхности тела в единицу времени во всей области частот) пропорциональна четвертой степени температуры тела:

$$\varepsilon_0(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon_0(\lambda, T) d\lambda = \sigma T^4, \quad (2)$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2\text{К}^4)$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Для реальных тел отношение интегральной лучеиспускательной способности к лучеиспускательной способности черного тела при той же температуре меньше единицы. На рис. 4.3.1 показано, как меняется это отношение в зависимости от температуры вольфрама — металла, из которого сделана нить накаливания лампы. В реальных условиях мощность, идущая на нагревание нити накала, поверхность которой равна  $S$ , почти полностью передается в окружающее пространство в виде теплового излучения. Тогда

$$IU = a(T)\sigma T^4 S. \quad (3)$$

Это уравнение дает возможность экспериментального определения постоянной Стефана — Больцмана:

$$\sigma = \frac{IU}{a(T)T^4 S}. \quad (4)$$

Измерение  $\sigma$  составляет одно из заданий настоящей работы.

Поиски явного вида функции  $\varepsilon_0(\lambda, T)$  привели к установлению квантового характера излучения и поглощения энергии атомами и молекулами. Функция  $\varepsilon_0(\lambda, T)$ , полученная М. Планком, имеет вид:

$$\varepsilon_0(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \left( e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1 \right)^{-1}, \quad (5)$$

где  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж·с — постоянная Планка,  $c = 299792458$  м/с — скорость света в вакууме;  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  Дж/К — постоянная Больцмана.

Спектральную лучеиспускательную способность реально-го металла можно получить, умножив  $\varepsilon_0(\lambda, T)$  на поглощательную способность металла  $a(\lambda, T)$ :  $\varepsilon(\lambda, T) = a(\lambda, T) \varepsilon_0(\lambda, T)$ .

Отношение спектральных лучеиспускательных способностей металла для разных длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  при одной и той же температуре равно:

$$\varepsilon_{12} = \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \right) = \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^5 \frac{a_{1T} \exp\left(\frac{hc}{kT\lambda_2}\right) - 1}{a_{2T} \exp\left(\frac{hc}{kT\lambda_1}\right) - 1}. \quad (6)$$

Учитывая, что для длин волн, лежащих в видимой части спектра, и температур, превышающих комнатную,  $\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right)$  значительно превышает единицу, из уравнения (6) легко получить отношение спектральных лучеиспускательных способностей металла при различных температурах  $T_1$  и  $T_2$ :

$$R = \frac{(\varepsilon_{12})_{T_1}}{(\varepsilon_{12})_{T_2}} = \frac{(a_1/a_2)_{T_1}}{(a_1/a_2)_{T_2}} \exp \left\{ \frac{hc}{k} \left( \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right\}. \quad (7)$$

Графики зависимости  $a(\lambda, T)$  от температуры  $T$  (в интервале 1700—2500 К) для вольфрама для различных длин волн приведены на рис. 4.3.2. Из рисунка видно, что отношение  $(a_1/a_2)_{T_1} : (a_1/a_2)_{T_2}$  близко к единице. Поэтому если экспериментально измерено отношение лучеиспускательных способностей, стоящее в левой части выражения (6), то из уравнения (7) можно вычислить постоянную Планка:

$$h = \frac{\gamma \ln(R)}{1/T_1 - 1/T_2}, \quad (8)$$

где

$$\gamma = \frac{k}{c(1/\lambda_2 - 1/\lambda_1) \lg e}. \quad (9)$$

Определение  $h$  составляет второе задание в данной работе.

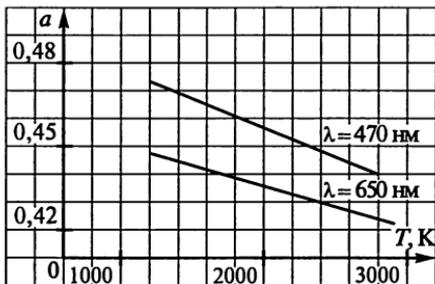


Рис. 4.3.2



состоит из корпуса П, в котором помещена эталонная лампа накаливания Л с дугообразной нитью (рис.4.3.4).

Перемещая объектив пирометра Об, можно получить изображение исследуемой вольфрамовой нити в плоскости волоска эталонной лампы. Для получения резкого изображения волоска эталонной лампы и изображения исследуемой нити, находящихся в одной плоскости, перемещают окуляр Ок. Эталонная лампа через ключ К питается током от батареи или стабилизированного источника ( $U=3В$ ). Накал нити регулируется реостатом  $R$  посредством кольца, находящегося в передней части пирометра.

Температуру нити, соответствующую температуре абсолютно черного тела в монохроматическом свете с длиной волны  $\lambda = 650$  нм (перед окуляром в пирометре установлен красный светофильтр, который можно при необходимости вывести поворотом кольца на окуляре), отсчитывают по вольтметру со шкалой, проградуированной в градусах Цельсия. При измерении температуры свыше  $1400^{\circ}С$  необходимо использовать нейтральный дымчатый фильтр Ф. Для установки дымчатого фильтра указательную точку на головке Ф следует совместить с красной точкой на корпусе пирометра, после чего с помощью линзы объектива необходимо вновь произвести фокусировку и сделать отсчет по верхней шкале. При измерении температуры от 0 до  $1400^{\circ}С$  дымчатый нейтральный фильтр не используется, следовательно, указательная точка на головке Ф должна быть совмещена с синей точкой на корпусе пирометра, и отсчет температуры проводится по нижней шкале.

При измерении температуры раскаленного тела регулируют ток эталонной лампы пирометра реостатом  $R$  до тех пор, пока яркость нити эталонной лампы не совпадет с яркостью исследуемого тела (верхняя часть дуги нити эталонной лампы исчезнет на фоне изображения вольфрамовой нити лампы).

По шкале пирометра измеряют так называемую яркостную температуру тела  $T_{я}$ . Под яркостной температурой понимают такую температуру абсолютно черного тела, при которой лучеиспускательная способность абсолютно черного тела равна лучеиспускательной способности исследуемого тела при его истинной температуре в единичном интервале длин волн.

Между яркостной и действительной температурой тела  $T$  существует зависимость:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T_{я}} + \frac{\lambda k}{hc} \ln a_{\lambda, T},$$

где  $\lambda = 650$  нм.

Эта зависимость изображена на графике, прилагаемом к данной установке, и используется для определения истинной температуры вольфрама  $T$  по измеренным значениям  $T_{я}$ .

## Измерения и обработка результатов

**За д а н и е 1.** Определение постоянной Стефана — Больцмана.

Перед началом измерений следует проверить, чтобы при установке в рейтерах на оптической скамье окошко с фильтрами перед селеновым фотоэлементом СФ, нить исследуемой лампы, входное окно и нить пирометра находились приблизительно на одной прямой.

Уберите фотоэлемент СФ с оптической скамьи. Подав на лампу СИ-6-100 небольшое напряжение, получите резкое изображение нити лампы в плоскости окуляра пирометра. Проведите измерения 5—7 различных напряжений, при которых сила тока в лампе меняется от 6,5 до 9 А.

При каждом измерении поступайте следующим образом:

1. Установив определенную силу тока, подождите 1—2 мин, затем измерьте яркостную температуру вольфрамовой нити. Действительную температуру найдите по графику рис. 4.3.5. Для каждого значения температуры исследуемой нити по графику рис. 4.3.1 найдите значение  $a_T$ .

2. Поставьте фотоэлемент перпендикулярно свету, идущему от лампы, и измерьте силу тока в цепи фотоэлемента при красном ( $\lambda_{кр} = 610$  нм) и синем ( $\lambda_{син} = 460$  нм) освещении. Замену фильтров проводите поворотом рукоятки на насадке фотоэлемента.

Для каждого значения мощности, поглощаемой лампой, по формуле (4) вычислите постоянную Стефана — Больцмана. Площадь излучающей поверхности вольфрамовой ленты указана в паспорте работы.

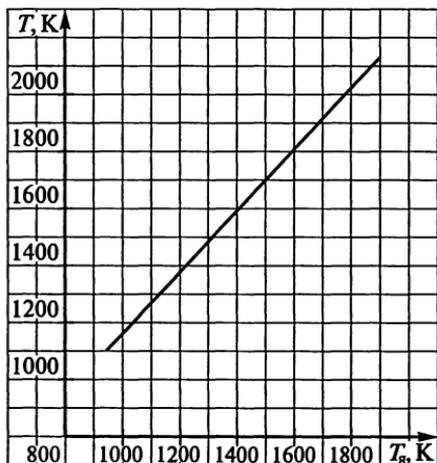


Рис. 4.3.5

Данные измерений и вычислений  $J$ ,  $U$ ,  $i_{кр}$ ,  $i_{син}$ ,  $T_{я}(K)$ ,  $T_{я}(^{\circ}C)$ ,  $T(K)$ ,  $a_T$  и  $\sigma$  занесите в таблицу. Рассчитайте среднее значение  $\sigma$ . Зная табличное значение постоянной Стефана — Больцмана, оцените точность проведенных измерений.

**За д а н и е 2.** Оценка величины постоянной Планка.

Оценку величины постоянной Планка проводите для температур в диапазоне от 1400 до 1700 К. При более низких температурах пирометр дает большую погрешность, а при более высоких — может перегореть эталонная лампа.

Рассчитайте по формуле (9) величину  $\gamma$ , не зависящую от температуры. Примите  $\lambda_1 = \lambda_{кр}$  и  $\lambda_2 = \lambda_{син}$ . Значения остальных величин возьмите из справочников по физике.

Используя результаты измерений, полученные в задании 1, вычислите по формуле (8) постоянную Планка для пяти комбинаций температур, при которых проводились измерения (например, 1-5; 2-5; 1-4; 2-4; 3-5). Данные вычислений занесите в таблицу и оцените точность полученных результатов.

### Вопросы и упражнения

1. Что понимают под термином тепловое излучение? Сформулируйте основные законы теплового излучения.

2. Найдите интегральную лучеиспускательную способность абсолютно черного тела, находящегося при температуре  $20^\circ\text{C}$ .

3. Какую температуру должно иметь абсолютно черное тело, чтобы максимум  $\epsilon_0(\lambda, T)$  соответствовал «красной» области спектра видимого излучения?

4. Применим ли закон смещения Вина ( $T_\lambda = b$ ) ко всем излучающим телам?

5. Начертите график, показывающий распределение энергии в спектре излучения абсолютно черного тела. Как изменится этот график с увеличением температуры?

6. Какие гипотезы использовал Планк при выводе формулы для лучеиспускательной способности абсолютно черного тела?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.4

### ИССЛЕДОВАНИЕ СПЕКТРА ИЗЛУЧЕНИЯ ГЕЛИЙ-НЕОНОВОГО ЛАЗЕРА

Цель работы: изучение принципа действия и спектра оптического квантового генератора (на примере гелий-неонового лазера).

Приборы и принадлежности: гелий-неоновый лазер, монохроматор УМ-2, неоновая лампа, поворотная призма, экран.

Литература: [7, § 11.11—11.15]; [34, § 5.13—5.16].

### Введение

В работе предлагается ознакомиться со спектрами излучения атомов гелия и атомов неона, исследовать состояние поляризации лазерного излучения и убедиться в том, что частота излучения гелий-неонового лазера соответствует одной из спектральных линий неона.

Принцип действия оптического квантового генератора лазера (слово «лазер» — LASER является аббревиатурой английского выражения — *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*) состоит в использовании эффекта *вынужденного излучения* атомов. В отличие от двух других возможных *квантовых переходов*, приводящих к эффектам *поглощения* или *спонтанного излучения*, при вынужденном излучении атом под действием налетающего на него фотона определенной энергии переходит на более низкий энергетический уровень, излучая фотон, не отличающийся по своим параметрам от налетающего. Это может привести к усилению потока излучения (*квантовое усиление*), а при создании необходимых условий (обратной связи) — к генерации оптического излучения.

Эффект квантового усиления возможен, если в среде, через которую проходит излучение, создано состояние, называемое *инверсной заселенностью уровней энергии* [4]. В используемом в данной работе гелий-неоновом лазере активной средой служит смесь газов — неона и гелия. Необходимую для усиления света энергию атомы гелия и неона получают в результате взаимодействия с электронами и ионами, ускоренными электрическим полем («накачка электронным ударом»). Атомы гелия играют вспомогательную роль, способствуя созданию в неоне состояния инверсной заселенности, необходимой для усиления на одной из спектральных линий неона. Обратная связь, достаточная для осуществления генерации, достигается применением *оптического резонатора* — системы двух зеркал с высоким коэффициентом отражения. Благодаря высокой добротности резонатора спектральная ширина генерируемого излучения оказывается существенно уже характерной для спонтанного излучения *естественной ширины* линии атома неона. Именно поэтому лазерное излучение отличается высокой степенью временной и пространственной когерентности.

В работе исследуется спектр излучения атомов гелия и неона. Спектр неона можно наблюдать, используя неоновую лампу и монохроматор, а линии спектра гелия можно выделить из спектра смеси гелия с неоном, сравнивая спектр смеси со спектром чистого неона с помощью монохроматора, имеющего призму сравнения.

Собственно лазерное излучение по сравнению с излучением на всех остальных частотах спектра газовой смеси имеет существенно большую интенсивность. Получить линейно поляризованное излучение в лазере намного проще, чем неполяризованное, и поэтому во многих лазерах генерируемый свет является линейно поляризованным. В частности, в лазерах, используемых в данной работе, свет поляризован, так как торцы трубки с газовой смесью заклеены стеклами, наклоненными к оси трубки под углом Брюстера, что исключает потери при отражении от стекол. Поставив на выходе лазера поляризатор, можно существенно уменьшить интенсивность излучения на частоте генерации; кроме того, если

на поляризаторе указана ориентация пропускаемого им света, можно определить, в какой плоскости поляризовано излучение гелий-неонового лазера.

### Описание экспериментальной установки

Работу проводят с помощью монохроматора УМ-2, на рельсе которого установлен гелий-неоновый лазер (рис. 4.4.1). Неоновая лампа НЛ используется как эталонный источник. Свет от источника, сфокусированный линзой Л на входную щель Щ монохроматора, проходит через объектив Об<sub>1</sub> и превращается в параллельный пучок. Далее свет разлагается призмой Пр в спектр и фокусируется объективом Об<sub>2</sub> в плоскости указателя У. Картина наблюдается с помощью окуляра Ок, на который для защиты глаз надет полярироид П.

При работе с монохроматором сначала следует навести на резкость окуляр, добившись четкого изображения указателя. Затем вращают винт В, который перемещает объектив Об<sub>1</sub> с тем, чтобы добиться четкости изображения спектральной линии в плоскости указателя (для разных длин волн винт В занимает различные положения). Ширина спектральных линий устанавливается регулируемым винтом входной щели Щ.

Длины волн спектральных линий определяются следующим образом. С помощью барабана Б указатель совмещается с определенной линией спектра. Затем считываются показания с барабана и по калибровочной кривой, прилагаемой к монохроматору, определяется искомая длина волны. Призма сравнения ПС дает возможность одновременно наблюдать два спектра. На призму сравнения подается исследуемый свет лазера и свет от неоновой лампы.

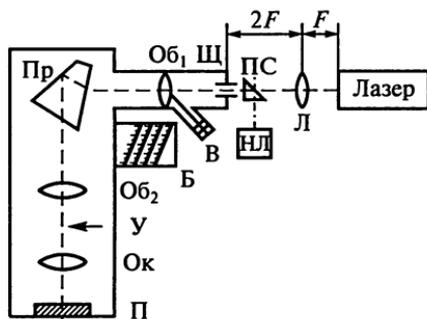


Рис. 4.4.1

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Наблюдение спектра излучения гелий-неонового лазера и его исследование с помощью эталонных источников.

1. Включите лазер и найдите основную линию излучения лазера в красной области спектра. Определите длину ее волны.

2. Включите неоновую лампу и получите спектр неона в плоскости указателя. Убедитесь, что линии излучения неона присутствуют в спектре излучения гелий-неонового лазера. Остальные линии излучения принадлежат гелию.

3. Найдите яркую желтую линию излучения неона и измерьте ее длину волны. Кроме того, измерьте длины волн следующих линий: а) всех ярких линий (включая красные) слева от яркой желтой линии; б) одиночной зеленой и двух близких зеленых линий справа от яркой желтой линии.

4. Измерьте длины волн самых ярких линий в желтой, желто-зеленой, голубой и фиолетовой частях спектра излучения гелия.

5. Сравните найденные значения длин волн спектров Ne и He с табличными значениями (см. приложение). Допускается расхождение на 10—20 Å.

6. Данные, полученные при выполнении пп. 1—5, занесите в таблицу.

**Задача 2.** Определение поляризации излучения лазера.

Вращая поляроид на окуляре монохроматора, убедитесь, что излучение лазера линейно поляризовано, а излучение неоновой лампы неполяризовано.

### Вопросы и упражнения

1. Каковы общие принципы работы лазера?
2. Что такое спонтанное и вынужденное излучения? В чем их отличие?
3. Каков физический смысл коэффициентов Эйнштейна? Какова связь между ними?
4. Что такое инверсная заселенность? Каким образом осуществляется инверсная заселенность в лазере?
5. На каких спектральных линиях осуществляется генерация в лазере? Являются ли условия генерации на каждой линии независимыми?
6. Какова роль резонатора в формировании геометрии выходного пучка и его спектрального состава?
7. Чем определяется состояние поляризации лазерного луча?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.5

#### ИЗУЧЕНИЕ СПЕКТРОВ ИСПУСКАНИЯ И ПОГЛОЩЕНИЯ

**Цель работы:** наблюдение и отождествление Фраунгоферовых линий; исследование спектра испускания водорода и вычисление постоянной Ридберга; наблюдение спектров испускания инертных газов и спектров поглощения растворов.

**Приборы и принадлежности:** монохроматор УМ-2, поворотная призма на оптическом столике, индукционная катушка, эталонные лампы Fe, H и Na с блоками питания, спектроскоп

трехтрубный, набор спектральных трубок, высоковольтный генератор «Спектр-1», выпрямитель ВС-4-12, лампа накаливания, пробирки с растворами поглощающих веществ.

Литература: [7, § 9.8, 11.2, 11.11]; [21, гл.38].

## Введение

Изучение атомных спектров явилось ключом к познанию внутренней структуры атомов. Эксперимент показал, что отдельные линии спектров излучения и поглощения газообразных веществ расположены не беспорядочно, а образуют так называемые серии, т.е. группы линий, частоты которых подчиняются определенной закономерности. Наиболее простой эта закономерность оказывается у спектра водорода. Благодаря работам Бальмера (1885), а затем Ридберга и Ритца было установлено, что для всех частот спектра водорода справедливо следующее выражение:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = cR \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света;  $\lambda$  — длина волны;  $R$  — постоянная Ридберга, определенная с высокой точностью благодаря тщательным измерениям длин волн в спектре излучения атома водорода;  $n = 1, 2, 3 \dots$  — числа, определяющие спектральную серию (для наблюдаемой в работе серии Бальмера, соответствующей видимой области спектра,  $n = 2$ );  $m = n + 1, n + 2, \dots$  — числа, определяющие отдельные линии в каждой серии.

По теории Бора, энергия атома водорода в стационарном состоянии равна:

$$E_n = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2},$$

при этом частота излучения при переходе из состояния  $n$  в состояние  $m$  определяется выражением:

$$\nu_{nm} = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 h^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (2)$$

где  $e$  и  $m_e$  — заряд и масса электрона.

Сопоставление (2) с формулой Бальмера—Ритца (1) дает возможность выразить постоянную Ридберга через универсальные константы — заряд и массу электрона ( $e$  и  $m_e$ ), скорость света  $c$  и постоянную Планка  $h$ :

$$R = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 c h^3}. \quad (3)$$

Для наблюдения спектров поглощения необходимо наличие источника излучения и поглощающей среды. Примером спектров поглощения являются фраунгоферовы линии — линии поглощения в спектре Солнца. Фраунгоферовы линии впервые наблюдал в 1802 г. английский физик У. Волластон, а в 1814 г. они были обнаружены и подробно описаны немецким физиком Й. Фраунгофером, однако правильное объяснение природы этих линий дал другой немецкий физик Р. Кирхгоф. Известно более 20 тыс. фраунгоферовых линий в инфракрасной, ультрафиолетовой и видимой областях солнечного спектра. Некоторые наиболее интенсивные фраунгоферовы линии видимой области спектра приведены в таблице спектральных линий (см. приложение).

Лабораторная работа состоит из двух частей. В первой части работы проводится наблюдение и отождествление фраунгоферовых линий с помощью эталонных источников излучения, а также определение постоянной Ридберга  $R$  по результатам измерения длин волн линий излучения в спектре водорода.

Вторая часть работы посвящается ознакомлению со спектрами излучения инертных газов, а также наблюдению спектров поглощения растворов красителей.

### Описание экспериментальной установки

Для наблюдения фраунгоферовых линий и измерения длины волны используется монохроматор УМ-2 и расположенная на оптическом столике перед входной щелью монохроматора поворотная призма ПП, которая может вращаться в произвольном направлении (рис. 4.5.1). Свет от источника  $I_1$ , сфокусированный линзой  $L$  на входную щель  $\Sigma$  монохроматора, проходит через объектив  $Об_1$  и превращается в параллельный пучок. Далее свет разлагается призмой  $Пр$  в спектр и фокусируется объективом  $Об_2$  в плоскости указателя  $У$ . Картину наблюдают с помощью окуляра  $Ок$ , на который для защиты глаз надет поляроид  $П$ .

При работе с монохроматором перед началом измерений следует навести на резкость окуляр, добившись четкого изображения указателя линий в поле зрения монохроматора. Затем вращают винт  $В$ , который перемещает объектив  $Об_1$ , с тем чтобы добиться четкого изображения спектральной линии в плоскости указателя. Для разных длин волн винт  $В$  занимает различные положения, поэтому при наблюдении линий в различных участках спектра необходимо периодически проводить настройку на резкость наблюдаемой картины.

Длины волн спектральных линий определяют следующим образом. С помощью барабана  $Б$  указатель совмещают с определенной линией спектра. Затем считывают показания с барабана и по

калибровочной кривой, прилагаемой к монохроматору, определяют искомую длину волны. Призма сравнения дает возможность одновременно наблюдать два спектра.

Для отождествления Fraunhofer-линий используются эталонные источники излучения водорода, гелия, железа, натрия.

Наблюдение спектров излучения инертных газов и спектров поглощения растворов проводят с помощью трехтрубного спектроскопа Бунзена. Схема его устройства показана на рис. 4.5.2.

Спектроскоп состоит из трех основных частей: коллиматора К, призмы П и зрительной трубы Т.

Исследуемый источник света помещается перед щелью коллиматора. Сформированный линзой  $L_1$  пучок попадает на призму. Благодаря дисперсии пучки света, соответствующие различным частотам спектра излучения источника, после призмы идут по разным направлениям. Каждый такой пучок собирается объективом  $L_2$  зрительной трубы. Спектр рассматривается через окуляр  $L_3$ . В третьей вспомогательной трубе находится шкала Ш, освещенная лампочкой. Шкала расположена в фокальной плос-

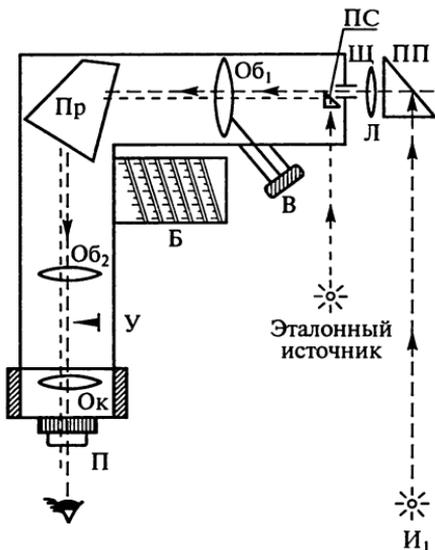


Рис. 4.5.1

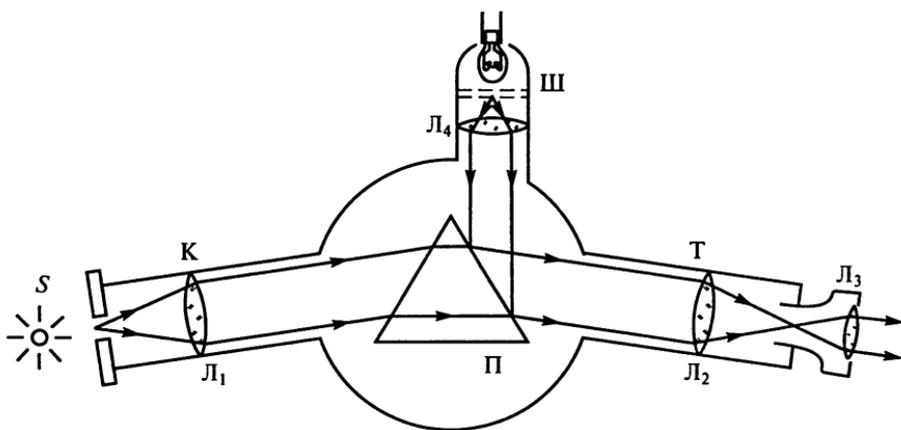


Рис. 4.5.2

кости линзы  $L_4$ . Изображение получается в фокальной плоскости линзы  $L_2$ . Шкала градуирована в длинах волн.

Для наблюдения спектров излучения газов используют спектральные трубки, содержащие исследуемый газ при давлении порядка 1 мм рт.ст. Разряд происходит между электродами, впаянными по концам трубки. Для наблюдения спектра служит средняя зауженная часть трубки, так как в этой части интенсивность излучения наибольшая. Необходимое для возникновения разряда напряжение подводится к электродам трубки от индукционной катушки или высоковольтного источника «Спектр-1», в кожух которого вставляется исследуемая трубка. Питание для индукционной катушки или «Спектра-1» подается от выпрямителя ВС-4-12 (8 В).

Для наблюдения спектров поглощения растворов используют водные растворы неорганических красителей, а источником света служит лампа накаливания. Пробирки с растворами помещают между источником света и объективом спектроскопа.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Отождествление фраунгоферовых линий.

Для наблюдения фраунгоферовых линий направьте солнечный свет с помощью поворотной призмы на входную щель монохроматора. При этом в верхней половине поля зрения монохроматора можно наблюдать размытые слабые черные полосы на фоне сплошного спектра. Для получения отчетливой картины фраунгоферовых линий необходимо уменьшить ширину входной щели и при этом вращением поворотной призмы добиться максимальной освещенности поля зрения.

Расположите эталонный источник излучения напротив призмы сравнения ПС (см. рис. 4.5.1). При этом в нижней половине поля зрения монохроматора будет наблюдаться спектр излучения эталонного источника.

Убедитесь в том, что в солнечном спектре присутствуют фраунгоферовы линии, соответствующие частотам излучения водорода, железа, гелия, натрия и т.д. Проведите измерение длин волн наиболее отчетливых линий, принадлежащих перечисленным элементам. Результаты измерений занесите в таблицу. Сравните экспериментально полученные значения с табличными данными.

**Задание 2.** Расчет постоянной Ридберга.

Пользуясь формулой (1) и измеренными в задании 1 значениями длин волн спектра излучения водорода, рассчитайте  $R$  для трех значений  $\lambda$ . Найдите среднее значение  $R$ . Вычислите теорети-

ческое значение  $R$  по формуле (3) и сравните с экспериментальным результатом.

**Задание 3.** Наблюдение спектров испускания инертных газов.

Возбудив разряд в трубке с гелием, получите в поле зрения спектроскопа его спектр излучения. Отрегулируйте ширину входной щели таким образом, чтобы спектральные линии, наблюдаемые в спектроскоп, были достаточно узкими. Измерьте по шкале спектроскопа длины волн. Зарисуйте наблюдаемый спектр цветными карандашами.

Заменяя трубку с гелием трубкой с неоном, а затем с криптоном, наблюдайте спектры излучения неона и криптона. Зарисуйте эти спектры. Отметьте разницу в наблюдаемых спектрах.

**Задание 4.** Наблюдение спектров поглощения растворов.

Включите лампу накаливания и осветите ею щель спектроскопа. Получите сплошной спектр. Расположите одну из пробирок с раствором напротив входной щели спектроскопа так, чтобы на щель падал узкий (хорошо сфокусированный) пучок света. Наблюдайте в окуляр спектроскопа спектр поглощения исследуемого раствора. При необходимости можно регулировать ширину входной щели и яркость осветителя. Проведите наблюдение спектров всех предложенных растворов. Наблюдаемую картину зарисуйте цветными карандашами в тетради. Ответьте на вопрос: есть ли корреляция между цветом красителя и его спектром поглощения?

### Вопросы и упражнения

1. Какой спектр излучения дают разреженные газы, состоящие из отдельных атомов? молекул?

2. Какими способами можно возбудить атомы (молекулы) газа?

3. Сформулируйте основные положения теории Бора.

4. Объясните происхождение спектров поглощения.

5. Какова природа фраунгоферовых линий?

6. Найдите радиусы первых трех боровских электронных орбит в атоме водорода. Найдите численные значения кинетической, потенциальной и полной энергии электрона на первой и третьей орбитах в боровской модели атома водорода. Определите длину волны спектральной линии, соответствующей переходу электрона с третьей орбиты на первую.

7. Какую наименьшую энергию должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов появились все линии всех серий водорода?

8. Какую наименьшую энергию должны иметь электроны, чтобы при возбуждении атомов водорода ударами этих электронов спектр водорода имел только три спектральные линии? Каковы длины волн этих линий? В какой области спектра они находятся?

9. Найдите наименьшую и наибольшую длину волны спектральных линий в видимой области спектра водорода.

10. Получите формулу (3), исходя из правила квантования Бора.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.6

### СПИН-ОРБИТАЛЬНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И ТОНКАЯ СТРУКТУРА СПЕКТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ

Цель работы: знакомство с проявлением спин-орбитального взаимодействия на примере изучения спектров натрия.

Приборы и принадлежности: отражательная дифракционная решетка, гониометр ГС-5, натриевая лампа.

Литература: [7, § 11.4—11.7]; [34, § 5.2—5.4]; [39, § 34, 38—40]; [45, т. II § 60, 61, 73—76].

#### Введение

Исследование спектров щелочных металлов с помощью приборов большой разрешающей способности показало, что некоторые линии спектра являются двойными, т. е. представляют собой дублет. Таким дублетом является, в частности, характерная желтая линия Na с  $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$  и  $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$ .

Использование гониометра ГС-5 с отражательной дифракционной решеткой, имеющей 600 штрихов на 1 мм, позволяет определить с точностью до  $\pm 0,5 \text{ \AA}$  длины волн желтого дублета в спектре атома Na и рассчитать разность длин волн этих линий.

Расщепление энергетических уровней в атоме на несколько подуровней обусловлено релятивистской зависимостью энергии электрона от скорости, а также спин-орбитальным взаимодействием и называется *тонкой структурой*. Спин-орбитальное взаимодействие объясняется взаимодействием собственного магнитного момента электрона с магнитным полем, создаваемым при орбитальном движении электрона в электростатическом поле ядра, и также имеет релятивистскую природу.

Атомы щелочных металлов (лития, натрия, калия, рубидия и т. д.) имеют один валентный электрон, который в нормальном состоянии является S-электроном, т. е. обладает орбитальным моментом, равным нулю. Атом Na содержит 11 электронов и имеет следующее их распределение в основном состоянии, т. е. в состоянии с наименьшей энергией: Na ( $Z = 11$ )  $1S^2 2S^2 2P^6 3S$ . Десять электронов атома натрия образуют конфигурацию инертного газа с полностью заполненной оболочкой (внутренние электроны), составляя вместе с ядром атомный остаток — ион с зарядом, рав-

ным заряду протона, а 11-й валентный электрон попадает в состояние  $3S$  и определяет химические свойства атома.

Энергия валентного электрона в атомах щелочных металлов с учетом спин-орбитального взаимодействия определяется тремя квантовыми числами: главным квантовым числом  $n = 1, 2, 3, \dots$ ; орбитальным квантовым числом  $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ;

квантовым числом полного момента импульса  $j$ , являющегося суммой орбитального и спинового моментов импульса электрона

$$\left( l = \left| l - \frac{1}{2} \right|, l + \frac{1}{2} \right) \text{ (рис. 4.6.1).}$$

Тонкая структура спектров обусловлена зависимостью энергии от квантового числа  $j$ . Основное состояние атомов щелочных металлов относится к  $S$ -типу ( $l = 0, j = \frac{1}{2}$ ). Близлежащее возбужденное состояние относится к  $P$ -типу ( $l = 1$ ). Спин-орбитальное взаимодействие приводит к расщеплению соответствующего уровня энергии на два с  $j_1 = \frac{1}{2}$  и  $j_2 = \frac{3}{2}$ . Переходы между основным  $S$ - и возбужденными  $P$ -уровнями приводят к появлению дублетов в спектрах щелочных металлов (рис. 4.6.2). Изучаемый в данной работе дублет натрия соответствует переходам  $3S_{1/2} \leftarrow 3P_{1/2}$  и  $3S_{1/2} \leftarrow 3P_{3/2}$ . Расщепление наблюдается и для других уровней (см. рис. 4.6.2).

Дублетная структура спектров присутствует и у атомов водорода. Соответствующее расщепление энергетических уровней определяется формулой тонкой структуры (формула Дирака):

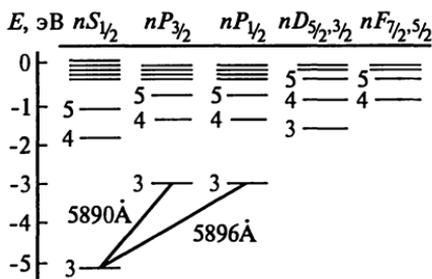


Рис. 4.6.1

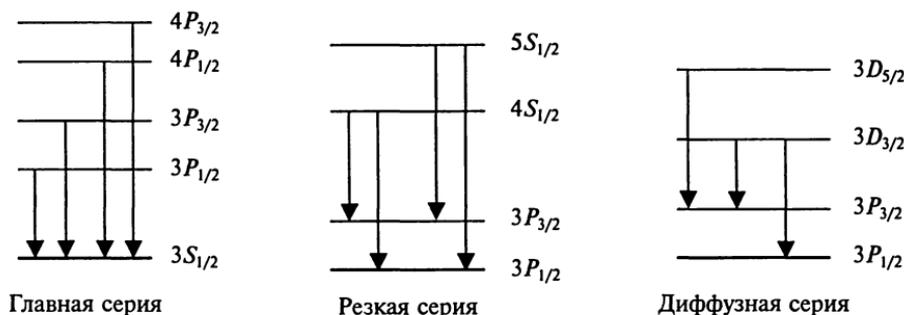


Рис. 4.6.2

$$E_{nj} = -\frac{RhcZ^2}{n^2} \left[ 1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n} \left( \frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4n} \right) \right],$$

где  $R$  — постоянная Ридберга;  $\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$  — постоянная тонкой структуры.

Оценим величину расщепления в дублетах для простого случая атома водорода и водородоподобного иона. Как известно, собственный магнитный момент электрона равен магнетону Бора  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ . Энергия взаимодействия магнитного момента электрона с магнитным полем  $B$ , созданным его орбитальным движением  $W_{c-o}$ , различна для двух проекций магнитного момента  $\pm\mu_B$ :  $W_{c-o} = \pm\mu_B B$ . Значения  $W_{c-o}$  определяют расщепление уровней  $\Delta E_{c-o}$ , которое имеет тот же порядок:  $\Delta E_{c-o} \approx \pm\mu_B B$ .

Перейдем в систему координат, где электрон неподвижен, а ядро вращается относительно электрона со скоростью  $v$ . Движение ядра по орбите создает ток  $I = \frac{Zev}{2\pi r}$ . Магнитное поле, обусловленное движением ядра, имеет индукцию  $B = \frac{\mu_0 I}{2r} = \frac{\mu_0 Zev}{4\pi r^2}$ . Соответственно  $\Delta E_{c-o} \sim \frac{\mu Zev}{4\pi r^2} \frac{e\hbar}{2m_e}$ .

Используя формулу для радиуса боровской орбиты  $r_n = 4\pi\epsilon_0 \frac{\hbar^2}{Zm_e e^2} n^2$ , формулу квантования момента импульса электрона  $M = mvr = n\hbar$  и выражение для скорости света в вакууме  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ , получим  $\Delta E_{c-o} \approx \frac{Z^4 R h c \alpha^2}{n^3}$ . Для  $Z = 1$ ,  $n = 1$   $\Delta E_{c-o} \approx 7 \cdot 10^{-4}$  эВ.

По порядку величины полученное значение совпадает с экспериментально наблюдаемым расщеплением в атоме натрия.

### Описание экспериментальной установки

Прибором, осуществляющим спектральное разложение исследуемого излучения, является отражательная дифракционная решетка.

Решетка представляет собой стеклянную пластинку, покрытую зеркально отражающим металлическим слоем, на поверхность которого с помощью алмазного резца нанесено большое число параллельных штрихов (в используемой установке — 600 штрихов на миллиметр).

Угол  $\varphi_m$ , определяющий направление на максимумы  $m$ -го порядка, связан с периодом решетки  $d$  и углом падения света на решетку  $\varphi_0$  (рис. 4.6.3) условием  $(\sin \varphi_0 - \sin \varphi_m)d = m\lambda$ . Эта формула дает возможность определять длины волн в спектре исследуемого излучения по измеренным значениям  $\varphi_0$  и  $\varphi_m$ . Необходимые для этого расчета углы  $\varphi_0$  и  $\varphi_m$  измеряются с помощью гониометра (см. приложение к работе).

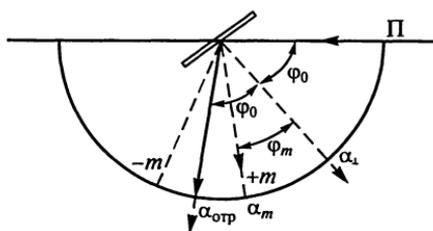


Рис. 4.6.3

### Измерения и обработка результатов

Определение длины волны какой-либо линии спектра предусматривает следующую последовательность операций.

1. Поворачивая столик гониометра, установите решетку так, чтобы пучок света, выходящий из коллиматора, падал на нее примерно под углом  $60^\circ$ .

2. Включите исследуемый источник излучения.

3. Освободив стопорный винт  $10$  (см. рис. 4.6.5), поверните зрительную трубу и убедитесь, что при определенных положениях можно наблюдать дифракционные максимумы нулевого (зеркально отраженный свет), 1-го и 2-го порядков (при выбранном угле падения максимум 1-го порядка будет виден справа от максимума нулевого порядка, максимум 2-го порядка — справа от максимума 1-го порядка).

4. Измерьте угол падения  $\varphi_0$ .

Как видно из рис. 4.6.3,  $\varphi_0 = \alpha_{\text{отр}} - \alpha_1$ , где  $\alpha_{\text{отр}}$  и  $\alpha_1$  — соответствующие этим углам отсчеты по шкале гониометра, которые можно определить, пользуясь автоколлимационной установкой зрительной трубы. Для этого поворачивайте трубу до тех пор, пока в ее поле зрения не появится второе изображение креста, обусловленное отражением выходящего из трубы пучка света от плоскости решетки. Закрепите стопорный винт  $10$  и определите по шкалам гониометра значение  $\alpha_1$ . Затем переведите трубу (предварительно освободив винт

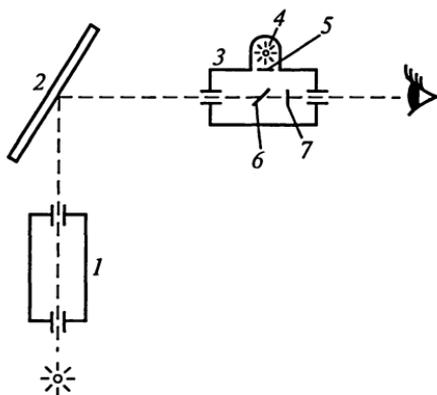


Рис. 4.6.4

Значения величин			1-й порядок							2-й порядок						
$\alpha_{\text{отр}}$	$\alpha_{\perp}$	$\varphi_0$	$\alpha^*$	$\alpha^{**}$	$\varphi^*$	$\varphi^{**}$	$\lambda^*$	$\lambda^{**}$	$\Delta\lambda$	$\alpha^*$	$\alpha^{**}$	$\varphi^*$	$\varphi^{**}$	$\lambda^*$	$\lambda^{**}$	$\Delta\lambda$

10) в положение, соответствующее зеркально отраженному пучку, и, совместив крест нитей с изображением линии, отсчитайте значения  $\alpha_{\text{отр}}$ .

Освободив стопорный винт 10, возвратите трубу в первоначальное положение и снова снимите отсчет  $\alpha_{\perp}$ , затем снова найдите  $\alpha_{\text{отр}}$  и т.д. Эту операцию проделайте не менее трех раз, после чего вычислите среднее значение  $\alpha_{\perp}$  и  $\alpha_{\text{отр}}$  с точностью до 1 с.

5. Совместив крест нитей с изображением нужной линии в исследуемом спектре 1-го порядка, найдите, как описано выше, три значения  $\alpha_{\perp}$  и среднее значение  $\langle \alpha_{\perp} \rangle$ . Аналогичные измерения можно сделать и для линий в спектре 2-го порядка.

6. Пользуясь полученными средними значениями, найдите углы  $\varphi_0 = \alpha_{\text{отр}} - \alpha_{\perp}$ ,  $\varphi_1 = \alpha_{\perp} - \alpha_{\text{отр}}$  и т.д. Вычислите значения синусов этих углов с шестью значащими цифрами.

7. Используя формулу решетки, рассчитайте искомую длину волны с точностью до  $10^{-10}$  м.

**Задание 1.** Измерение длины волн двух желтых линий дублета Na в спектре 1-го и 2-го порядков.

Осветив щель гониометра натриевой лампой, найдите в спектрах 1-го и 2-го порядков характерный для излучения натрия дублет (две близко расположенные линии ярко желтого цвета в спектре 1-го порядка и две более бледные линии в спектре 2-го порядка). Пользуясь приведенной выше методикой, получите значения длин волн дублета натрия с точностью до  $\pm 0,5 \cdot 10^{-10}$  м. Постоянная решетки берется с точностью до пяти значащих цифр. Результаты измерений и вычислений занесите в табл. 1.

**Задание 2.** Найдите разность энергий уровней дублета Na, выраженную в электронвольтах (Эв).

### Вопросы и упражнения

1. Почему постоянная тонкой структуры играет важную роль в квантовой теории? Что она характеризует?

2. Убедитесь, что  $\alpha$  — величина безразмерная.

3. Оцените расщепление уровней  $2P$  состояния атома водорода и разрешающую способность прибора, необходимую для наблюдения тонкой структуры перехода  $2P - 1S$ .

4. Оцените разрешающую способность прибора, необходимую для наблюдения желтого дублета линии Na.

5. Приведите примеры и обозначьте на схеме разрешенные правилами отбора переходы, принадлежащие главной серии, резкой серии и диффузной серии атома Na.

6. Какими экспериментами подтверждается наличие спина у электрона?

## Приложение к лабораторной работе 4.6

### ОПИСАНИЕ ГОНИОМЕТРА ГС-5 И МЕТОДИКА РАБОТЫ С ПРИБОРОМ

Оптическая схема гониометра вместе с решеткой приведена на рис. 4.6.4. На рисунке изображен коллиматор 1, в передней фокальной плоскости которого расположена узкая щель, решетка 2 и зрительная труба 3. В фокальной плоскости объектива трубы 3 образуется изображение входной щели коллиматора. Если свет содержит несколько длин волн, то возникает ряд изображений щели, соответствующих этим длинам волн (линейчатый спектр). Наблюдение спектра ведется через окуляр трубы. Окуляр зрительной трубы снабжен антиколлимационным устройством, позволяющим установить ось трубы строго перпендикулярно некоторой плоскости. Принцип действия этого устройства заключается в следующем: лампочка 4 освещает полупрозрачный крест на пластинке 5. Прошедшие через нее лучи отражаются от полупрозрачного стекла 6 и выходят из объектива трубы. Так как изображение пластинки 5 в зеркале возникает в фокальной плоскости объектива, то выходящий из него световой пучок будет параллельным. Отразившись от плоской грани объекта пучок возвращается в трубу и в фокальной плоскости окуляра образует изображение креста. Если грань объекта перпендикулярна оси трубы, то изображение креста совместится с визирным крестом, расположенным в плоскости 7.

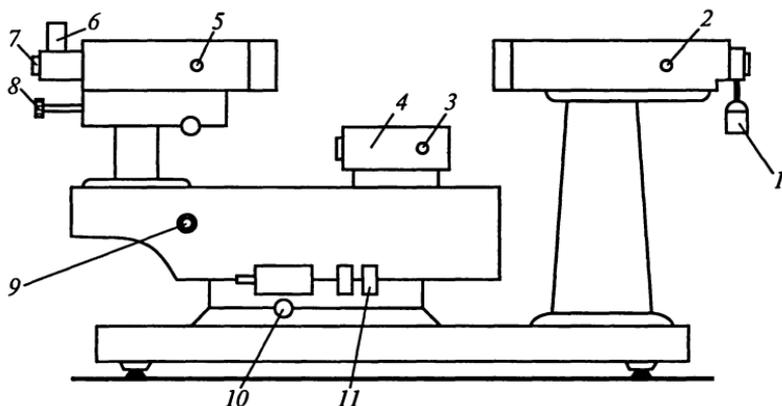


Рис. 4.6.5

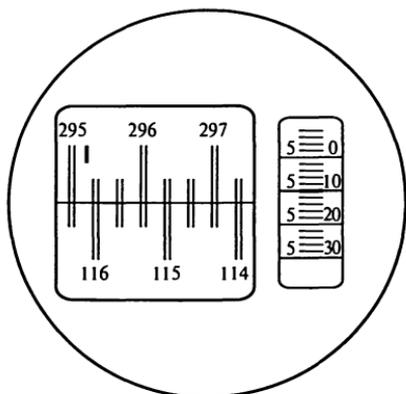


Рис. 4.6.6

Внешний вид гониометра показан на рис. 4.6.5. Здесь 1 — микрометр, регулирующий ширину входной щели коллиматора, 2 — фокусирующий винт коллиматора, 4 — предметный столик, наклон которого регулируется двумя винтами, 3, 5 — фокусирующие винты зрительной трубы, 6 — осветитель автоколлиматора, 7 — окуляр трубы, 8 — лупа, через которую производится отсчет по шкале лимба, находящегося внутри прибора, 9 — маховичок оптического микрометра, 10 — стопорный винт.

Зрительная труба укреплена на подвижном кронштейне, который можно поворачивать вокруг вертикальной оси, проходящей через центр предметного столика. С помощью винта 11 можно точно наводить визирный крест на нужную линию.

На рис. 4.6.6 показано поле зрения отсчетного микроскопа. В левом окне наблюдаются изображения диаметрально противоположных участков лимба и вертикальный индекс для отсчета градусов, в правом окне — деления шкалы оптического микрометра и горизонтальный индекс для отсчета минут и секунд.

Чтобы снять отсчет по лимбу, необходимо повернуть маховичок 9 оптического микрометра (см. рис. 4.6.5) настолько, чтобы верхние и нижние изображения штрихов лимба в левом окне точно совместились. Число градусов определяется видимой ближайшей левой от вертикального индекса цифрой. Число десятков минут равно числу интервалов, заключенных между верхним штрихом, который соответствует отсчитанному числу градусов, и нижним оцифрованным штрихом, отличающимся от верхнего на  $180^\circ$ .

Единицы минут отсчитываются по шкале микрометра в правом окне по левому ряду чисел, а десятки секунд — в том же окне по правому ряду чисел. Число единиц секунд равно числу делений между штрихами, соответствующих отсчету десятков секунд, и неподвижным горизонтальным индексом. Например, положение, показанное на рис. 4.6.6, соответствует отсчету  $295^\circ 45' 10''$ .

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.7

### СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ДЛЯ ФОТОНОВ

Цель работы: экспериментальное подтверждение выполнения соотношения неопределенностей для фотонов.

Приборы и принадлежности: источник света — лазер, щель регулируемой ширины, оптическая скамья, экран, линейка, микроскоп.

Литература: [7, § 10.2]; [34, § 4.3]; [45, гл. 10].

## Введение

Соотношение неопределенности является одним из фундаментальных принципов современной физики. Для квантовых частиц его можно сформулировать следующим образом. Неопределенность положения частицы  $\Delta x$  и неопределенность проекции ее импульса на то же направление  $\Delta p_x$  должны удовлетворять соотношению

$$\Delta x \Delta p_x > \hbar / 2. \quad (1)$$

В данной работе соотношение неопределенности (1) проверяется экспериментально для фотонов. Проявлением принципа неопределенности в оптике может служить явление дифракции. Действительно, при ограничении поперечных размеров светового пучка щелью шириной  $\Delta x$  неопределенность координаты фотонов, из которых состоит пучок, равна ширине этой щели. Тогда будет отличной от нуля и неопределенность проекции импульса фотонов вдоль направления, перпендикулярного щели, т.е. в дифрагированном излучении будут присутствовать фотоны, которые движутся не только в прежнем направлении, но и под некоторым углом  $\alpha$  к нему. Проекция импульса таких фотонов на направление, перпендикулярное направлению первоначального пучка, будет равна  $p_x = p \sin \alpha$ . Если при дифракции основная доля излучения будет сосредоточена в диапазоне углов от  $-\alpha$  до  $\alpha$ , то неопределенность импульса будет составлять  $\Delta p_x = p \sin \alpha$ . Следовательно, произведение неопределенностей координаты и импульса будет равно

$$\frac{2\pi\hbar \sin(\alpha)}{\lambda} \Delta x > \frac{\hbar}{2},$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения.

Из этого неравенства следует, что угловая расходимость светового пучка после дифракции на щели шириной  $\Delta x$  определяется неравенством  $\sin \alpha > \lambda/4\pi\Delta x$ . Это с точностью до порядка соответствует классической теории дифракции, в которой эта величина равна  $\sin \alpha = \lambda/\Delta x$ . Здесь угол  $\alpha$  определяет направления на первые минимумы дифракционной картины.

В работе предлагается измерить ширину щели, характеризующую неопределенность координаты фотона  $\Delta x$ , и ширину дифракционной картины, характеризующую неопределенность поперечного импульса фотона  $\Delta p_x$ .

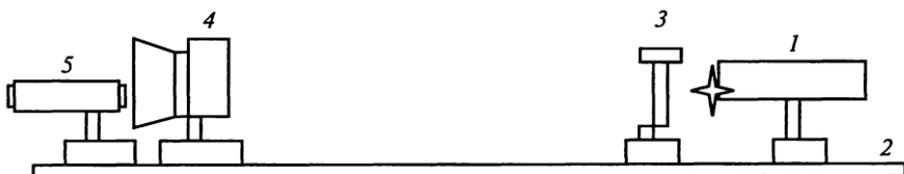


Рис. 4.7.1

### Описание экспериментальной установки

Установка для проверки принципа неопределенностей (рис.4.7.1) состоит из источника монохроматического излучения (гелий-неоновый лазер) 1 и оптической скамьи 2, на которой могут располагаться калиброванная щель 3 переменной ширины, экран со шкалой 4, калибровочный микроскоп 5.

### Измерения и обработка результатов

Испускаемый гелий-неоновым лазером пучок света проходит через щель и попадает на экран, где наблюдается исследуемая дифракционная картина. Меняя с помощью барабана ширину щели, можно наблюдать изменение вида дифракционной картины.

**З а д а н и е 1.** Измерение зависимости ширины главного максимума дифракционной картины от ширины щели.

Установите щель и экран на оптической скамье согласно рис.4.7.1 на расстоянии, указанном в паспорте установки. Включите лазер. Получите на экране дифракционную картину. Для этого, используя салазки, на которых установлена калиброванная щель, добейтесь того, чтобы луч лазера прошел через нее и попал на экран.

Меняя ширину щели, проведите не менее 10 измерений ширины  $2D$  главного максимума дифракционной картины. Ширину щели меняйте с шагом в два деления по шкале барабана от значения, когда на экране уже отчетливо наблюдается дифракционная картина, до значения, при котором еще можно наблюдать изменение ширины главного максимума. Измерьте ширину главного максимума, пользуясь шкалой экрана. Для увеличения точности измерений установите калиброванную щель на расстоянии не менее 1 м от экрана. Ширину максимума определите по положению темных полос, окаймляющих максимум.

Таблица 1

№ опыта	$\Delta X$ , дел	$\Delta X$ , мм	$2D$ , мм	$D$ , мм

Результаты измерения  $\Delta x$  (в делениях шкалы барабана),  $2D$  и  $D$  (в мм) (половина ширины главного максимума) занесите в табл. 1.

**Задание 2.** Измерение зависимости ширины главного максимума дифракционной картины от ширины щели.

**Задание 3.** Градуировка регулируемой щели.

Из-за несовершенства конструкции щели число делений, отсчитываемых на ее барабане, не связано линейно с шириной соответствующего отверстия. Поэтому необходимо провести градуировку щели с помощью микроскопа (типа МПБ-2).

Выключите лазер и расположите на оптической скамье 1 щель 2 и микроскоп 3 (рис. 4.7.2). Измерьте по шкале микроскопа ширину щели (в мм), соответствующую каждому положению шкалы регулировочного барабана, использованному в задании 1. Результаты измерений занесите в табл. 1.

**Задание 4.** Проверка соотношения неопределенностей.

Постройте график зависимости полуширины главного максимума  $D$  от размера щели  $\Delta X$  и вычислите величину  $F$ , пропорциональную произведению неопределенностей импульса, и координаты по формуле  $F = \Delta x D / (L \lambda)$ , где  $\lambda = 6,33 \cdot 10^{-7}$  м — длина волны излучаемого света,  $L$  — расстояние от щели до экрана. Убедитесь, что эта величина пропорциональна  $\sin \alpha$  и практически не меняется при изменении  $\Delta x$ .

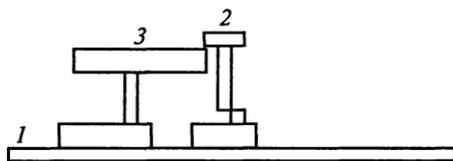


Рис. 4.7.2

### Вопросы и упражнения

1. В чем заключается физический смысл соотношения неопределенностей?

2. Какое максимальное пространственное разрешение может обеспечить поток нейтронов с энергией  $E = 1$  эВ?

3. Почему электронный микроскоп может обеспечить более высокое разрешение, чем оптический микроскоп?

4. Что такое нулевые колебания? Как объяснить наличие нулевых колебаний с помощью принципа неопределенностей?

5. Какие преимущества обеспечивает анализ величины  $F = \Delta x D / \lambda L$  по сравнению с анализом зависимости  $D = f(\Delta x)$ ?

6. Используя соотношение неопределенностей, оцените: а) энергию электрона в атоме водорода в основном состоянии; б) энергию электронов в атоме гелия в основном состоянии; в) энергию основного состояния квантового осциллятора.

7. Почему проверка соотношения неопределенностей с помощью лазерного излучения более надежна, чем при работе с другими источниками света (например, газосветной лампой)?

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА НА СВЧ

Цель работы: ознакомление с основными закономерностями туннельного эффекта на СВЧ-модели.

Приборы и принадлежности: генератор СВЧ-колебаний, рупорные антенны, призмы из оргстекла, СВЧ-детектор, микроамперметр.

Литература: [7, гл.10]; [34, гл.4]; [39]; [15, гл.3].

### Введение

Туннельный эффект, т.е. прохождение частицы под барьером, запрещенное классической механикой, наблюдается в следующих физических явлениях:

- туннелирование электронов при контакте двух металлов, приводящее к появлению контактной разности потенциалов;
- холодная эмиссия электронов из металлов, помещенных в сильное электрическое поле;
- альфа-распад радиоактивных ядер (объясняется подбарьерным прохождением альфа-частиц, входящих в состав ядра, через барьер, обусловленный кулоновским полем).

Кроме того, туннельный эффект лежит в основе действия туннельного диода, играет важную роль в эффекте Джозефсона, ответствен за «квантовое испарение» черных дыр.

Квантово-механический расчет показывает, что при энергетической высоте барьера  $U$ , превышающей энергию  $E$  частицы, существует конечная вероятность прохождения частицы через такой барьер. Эта вероятность (прозрачность барьера  $D$ ) для свободного электрона и прямоугольного барьера шириной  $d$  равна:

$$D = 16 \left[ 1 - \frac{E}{U} \right] \exp \left[ -\frac{2d}{h} \sqrt{2m_e (U - E)} \right].$$

Рассмотрим явление, во многом сходное с квантово-механическим туннельным эффектом. Если электромагнитная волна падает на границу раздела двух сред (рис. 4.8.1) с коэффициентом преломления  $n_1$  и  $n_2$  ( $n_1 > n_2$ ) под углом  $\varphi$ , таким, что

$$(n_1/n_2) \sin \varphi \geq 1, \quad (1)$$

то она не проходит во вторую среду, и наблюдается явление полного

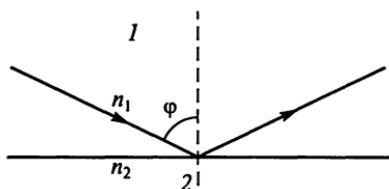


Рис. 4.8.1

внутреннего отражения. Теоретически это явление было рассмотрено русским физиком Эйхенвальдом. Он пришел к выводу, что интенсивность волны, прошедшей в среду 2, изменяется с расстоянием  $x$  в этой среде по закону:

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{2\pi x}{\lambda_1} \sqrt{\sin^2 \varphi - n_{1,2}^2}\right), \quad (2)$$

где  $I_0$  — интенсивность на границе раздела сред 1 и 2;  $\lambda_1$  — длина волны в среде 1, из которой волна падает на границу раздела;  $\varphi$  — угол падения;  $n_{1,2} = \sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_1}$  — коэффициент преломления.

Согласно теории Эйхенвальда, при полном внутреннем отражении поле заходит в среду 2, так как оно на границе не прерывается. Поэтому отражение электромагнитной волны происходит в некотором слое. В свое время наличие такого слоя было продемонстрировано в оптике Вудом, Манделъштамом и Зелени, проводившими опыты по наблюдению волны, прошедшей через тонкий слой вещества в условиях полного внутреннего отражения.

Измерить изменение амплитуды (или интенсивности) волны за границей раздела при полном внутреннем отражении на волнах оптического диапазона практически невозможно, но на волнах сантиметрового диапазона (в области сверхвысоких частот) эти измерения проводятся сравнительно легко. Впервые такие опыты на длине волны 15 см были поставлены индийским физиком Бозе. Подобная методика используется и в настоящей работе.

### Описание экспериментальной установки

Схема измерительной установки представлена на рис.4.8.2. Ее основными частями являются генератор СВЧ-колебаний  $\Gamma$  ( $\lambda = 3$  см), блок питания БП, вентиль В, предотвращающий попадание отраженных волн обратно в генератор, рупорные антенны Р, с помощью которых излучение выводится из волновода и подается на детектор Д, регистрирующий излучение. Реги-

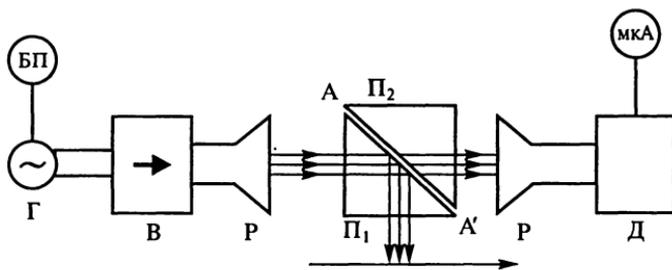


Рис. 4.8.2

страция ведется с помощью стрелочного микроамперметра (мкА). В условиях опыта можно считать, что ток в цепи пропорционален мощности СВЧ-излучения, падающего на детектор. Между передающим и приемным рупором на столике помещаются две трехгранные призмы ( $P_1$  и  $P_2$ ) из полистирола, которые можно раздвигать с помощью специального винта. Толщина воздушного слоя  $x$  между призмами измеряется по шкале, нанесенной на столике.

Материал призмы представляет собой первую среду с коэффициентом  $\varepsilon_1$ . Слой воздуха является второй средой с коэффициентом  $\varepsilon_2$ . Излучение падает на грань первой призмы под углом  $\varphi = 45^\circ$ , большим критического, поэтому на этой грани должно происходить полное внутреннее отражение. Если вторую призму отодвинуть на значительное расстояние от первой, то падающая волна будет полностью отражаться от грани первой призмы. Если призмы сдвинуты так плотно, что практически они представляют собой сплошной куб, то интенсивность прошедшей волны должна быть примерно равной интенсивности падающей волны. При раздвигании призм, пока толщина воздушного слоя между ними невелика, значительная часть волны все же проходит через границу раздела и может быть зарегистрирована детектором.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерение интенсивности прошедшей волны в зависимости от толщины воздушной прослойки.

1. Установите перед призмами со стороны экспериментатора защитный металлический экран.

2. Включите питание генератора.

3. Измерьте интенсивность прошедшей волны при плотно сомкнутых призмах.

4. Меняя толщину воздушного слоя  $x$  между призмами, снимите зависимость интенсивности прошедшей волны от толщины слоя  $J=f(x)$  с шагом 0,1; 0,2 и 1,0 мм на интервалах 0—1 мм, 1—3 мм и 3—10 мм.

5. По окончании измерений выключите генератор и закройте призмы.

6. Постройте график зависимости  $J=f(x)$  в удобном для анализа результатов масштабе. Объясните полученную зависимость.

**Задание 2.** Расчет диэлектрической проницаемости материала призм.

1. Пользуясь формулой Эйхенвальда и приняв длину волны в полистироле  $\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{\sqrt{\varepsilon_1 / \varepsilon_2}}$ , получите выражение для расчета диэ-

лектрической проницаемости полистирола. Длина волны в воздухе  $\lambda_2 = 3\text{ см}$ , диэлектрическая проницаемость воздуха  $\epsilon_2 = 1$ .

2. Пользуясь графиком  $J = f(x)$  и полученным выражением, вычислите диэлектрическую проницаемость полистирола.

3. Сравните экспериментальное значение  $\epsilon$  с табличным ( $\epsilon_{\text{п}} = 2,56$ ).

### Вопросы и упражнения

1. В чем заключается туннельный эффект?

2. Назовите явления, для объяснения которых нужно привлекать туннельный эффект.

3. Обоснуйте аналогию между туннельным эффектом и явлением полного внутреннего отражения электромагнитных волн на границе раздела.

4. Может ли микрочастица отразиться от энергетического барьера, высота которого меньше энергии частицы?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.9

### ИЗУЧЕНИЕ ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА

**Цель работы:** исследование туннельного эффекта в туннельном диоде; оценка кинетической энергии туннельных электронов и параметров туннельного барьера.

**Приборы и принадлежности:** туннельный диод типа ЗИ-201Г, миллиамперметр (50 мА), вольтметр (2 В), источник питания (1,3 В), электрическая схема включения туннельного диода в корпусе.

**Литература:** [7, гл.10]; [34, гл.4]; [39]; [15, гл.3, 4]; [45, т.1 С. 497—596].

### Введение

Туннельный эффект — квантово-механическое явление, не имеющее прямого аналога в классической механике. Суть этого эффекта состоит в том, что микрочастица с энергией  $E$  может пройти сквозь потенциальный барьер, высота которого  $U > E$ .

Вероятность прохождения частицы определяется соотношением между  $U_0$ ,  $E$  и шириной барьера  $d$ . Для характеристики этой вероятности вводится понятие прозрачности барьера  $D$ , равное отношению числа частиц, прошедших через барьер, к полному числу частиц, упавших на барьер.

Для свободного электрона и прямоугольного барьера:

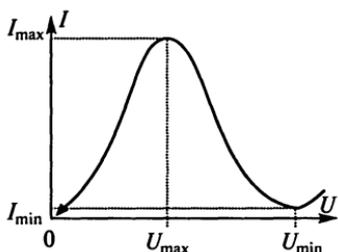


Рис. 4.9.1

$$D = 16 \left[ 1 - \frac{E}{U} \right] \exp \left[ -\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m_0 (U_0 - E)} \right]. \quad (1)$$

Туннельным эффектом объясняется целый ряд физических явлений. В частности, на нем основано действие одного из современных полупроводниковых приборов — туннельного диода.

Из вольт-амперной характеристики туннельного диода (рис. 4.9.1) можно оценить параметры потенциального барьера: ширину  $D$  и высоту  $U_0$ .

Согласно определению коэффициента прозрачности барьера:

$$D = \delta N / N^*, \quad (2)$$

где  $\delta N$  — число электронов, прошедших через барьер в единицу времени;  $N^*$  — число электронов, побывавших у барьера в единицу времени.

Выразим  $N$  через полное число электронов в  $n$ -области. Для этого воспользуемся соотношением:

$$\frac{1}{6} n v S = N^*, \quad (3)$$

где  $n = N/V$  — концентрация электронов проводимости в  $n$ -области ( $V$  — объем  $n$ -области);  $S$  — поперечное сечение диода;  $v$  — средняя скорость электронов:

$$v = \sqrt{2E_\Phi / m^*}.$$

Поскольку  $\delta N = J_{\max} / e$ , то

$$D = \frac{6J_{\max}}{envS}. \quad (4)$$

С другой стороны, можно воспользоваться выражением (1) для прозрачности барьера. Приравнявая выражения (1) и (4), получаем

$$\frac{J_{\max}}{\frac{1}{6} enS \sqrt{\frac{2E_\Phi}{m^*}}} = 16 \left( 1 - \frac{E}{U_0} \right) \frac{E}{U_0} \exp \left( -\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m^* (U_0 - E)} \right). \quad (5)$$

Из этого выражения можно найти  $d$ :

$$d = \frac{\hbar}{2\sqrt{2m^* (U_0 - E)}} \ln \left[ \frac{8(U_0 - E) E enS \sqrt{\frac{2E_\Phi}{m^*}}}{3U_0^2 J_{\max}} \right]. \quad (6)$$

В используемом туннельном диоде из Ge:  $m^* = 0,15m_e$ ;  $n = 5 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ ;  $S = 25 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ;  $E_\phi = kT$ ; величины  $U_0$ ,  $E$  и  $J_{\max}$  можно найти из вольт-амперной характеристики туннельного диода. Действительно, средняя энергия электрона равна:

$$E = eU_{\max}; \quad (7)$$

высота барьера

$$U_0 = eU_{\min}; \quad (8)$$

плотность тока в максимуме

$$J_{\max} = I_{\max}/S. \quad (9)$$

## Измерения и обработка результатов

Схема установки для снятия вольт-амперной характеристики туннельного диода, используемая в работе, приведена в паспорте установки.

**З а д а н и е 1.** Снятие вольт-амперной характеристики туннельного диода.

1. Ознакомьтесь со схемой и установкой для снятия вольт-амперной характеристики туннельного диода.

2. Проверьте, чтобы потенциометр П регулировки напряжения был установлен на «0» и включите измерительную установку.

3. Меняя напряжение на диоде от 0 до 1,2 В с шагом 50 мВ, снимите вольт-амперную характеристику диода и постройте график  $I(U)$ . Напряжение больше 1,25 В может повредить диод.

**З а д а н и е 2.** Оценка высоты и ширины потенциального барьера и средней кинетической энергии электронов.

По графику вольт-амперной характеристики и формулам (6)–(9) рассчитайте высоту и ширину потенциального барьера в туннельном диоде, а также среднюю кинетическую энергию электронов.

## Вопросы и упражнения

1. В чем состоит сущность туннельного эффекта?
2. При каких соотношениях энергии частицы  $E$  и высоты потенциального барьера  $U$  взаимодействие частицы с барьером существенно отличается от классического?
3. Каков вид вольт-амперной характеристики туннельного диода?
4. Почему у туннельного диода есть падающий участок характеристики?
5. Оцените мощность генератора на туннельном диоде.
6. Известно, что в  $p$ - $n$ -областях концентрации свободных носителей электронов различны. Это означает, что в отсутствие напряжения на диоде ток должен быть отличен от нуля. Почему в действительности этот эффект не наблюдается?

## ИЗУЧЕНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ $\gamma$ -ИЗЛУЧЕНИЯ В ВЕЩЕСТВЕ

Цель работы: определение коэффициента поглощения  $\gamma$ -излучения в металле; ознакомление с методами регистрации  $\gamma$ -излучения.

Приборы и принадлежности: источник  $\gamma$ -излучения, индикатор ионизирующих частиц, счетное устройство, набор металлических пластинок, микрометр.

Литература: [7, гл.12]; [34, гл.10, 11]; [43 гл.VI, § 6, гл.VIII, § 4].

### Введение

Как известно,  $\gamma$ -излучение представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение. С квантовой точки зрения это поток фотонов, энергия и импульс которых определяются соотношениями:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}; p = \frac{h\nu}{c}. \quad (1)$$

Гамма-излучение возникает в процессе перехода ядер из одних энергетических состояний в другие. Атомное ядро, подобно атому, представляет собой квантово-механическую систему с дискретным набором энергетических уровней. Находясь в основном состоянии, ядро не может испустить  $\gamma$ -квант, подобно тому, как невозбужденный атом не испускает оптические фотоны. В процессе радиоактивного распада, при ядерных реакциях, при взаимодействии ядра с сильным кулоновским полем налетающей частицы и т.п. ядра могут переходить в возбужденное состояние. Наиболее вероятным процессом, снимающим возбуждение ядра, является испускание  $\gamma$ -лучей.

Распространение излучения в вакууме происходит беспрепятственно, так что, измеряя интенсивность параллельного пучка на любом расстоянии от источника, мы, естественно, получили бы один и тот же результат. При прохождении излучения через вещество происходит ослабление интенсивности пучка в результате его взаимодействия с атомами вещества. Степень этого взаимодействия определяется, с одной стороны, свойствами вещества — его плотностью, размером атомов и т.п., а с другой — свойствами самого излучения.

Из различных видов радиоактивного излучения наиболее сильно должны взаимодействовать с веществом массивные и обладающие зарядом  $\alpha$ -частицы, поэтому их проникающая способность

минимальна;  $\gamma$ -лучи, представляющие собой поток фотонов, испытывают наименьшее взаимодействие с веществом и, соответственно, обладают наибольшей проникающей способностью.

Ослабление  $\gamma$ -лучей при распространении в веществе обусловлено в основном тремя процессами взаимодействия: фотоэффектом, комптоновским рассеянием и образованием электрон-позитронных пар в поле ядра.

При фотоэффекте энергия  $\gamma$ -кванта целиком поглощается атомом, причем один из электронов атома становится свободным и получает некоторую кинетическую энергию. Вероятность этого процесса велика только при сравнимых значениях энергии кванта и энергии связи электрона в атоме. Энергия же  $\gamma$ -квантов в сравнении с фотонами оптического диапазона очень велика. Поэтому в фотоэффекте могут принимать участие, с одной стороны, только электроны самых глубоких внутренних оболочек атома, а с другой —  $\gamma$ -кванты самой малой энергии. При увеличении энергии  $\gamma$ -лучей вероятность фотоэффекта быстро падает.

В процессе поглощения  $\gamma$ -квантов с образованием электрон-позитронной пары  $e^+ + e^-$  энергия кванта расходуется на создание этих двух частиц и на сообщение им кинетической энергии. Минимально необходимая для этого энергия составляет  $2m_0c^2$ , т. е. несколько более 1 МэВ, так что этот процесс существует лишь для  $\gamma$ -лучей очень большой энергии.

В широком диапазоне средних энергий  $\gamma$ -квантов основную роль в ослаблении интенсивности  $\gamma$ -лучей играет *эффект Комптона*: рассеяние  $\gamma$ -квантов на свободных или слабо связанных с атомами электронах. В результате этого процесса вместо первичного  $\gamma$ -кванта появляется летящий в другом направлении рассеянный  $\gamma$ -квант, причем часть энергии получает электрон отдачи. После ряда столкновений квант теряет большую часть своей энергии и, в конце концов, поглощается.

Взаимодействие фотонов с частицами вещества носит статистический характер: число актов взаимодействия пропорционально наличному числу квантов (интенсивности излучения) и числу частиц, способных взаимодействовать. Поэтому изменение (убыль) интенсивности излучения  $dI$  в малом слое толщины  $dx$  пропорционально  $dx$  и интенсивности падающего на данный слой излучения  $I$ :

$$dI = -\mu I dx. \quad (2)$$

Коэффициент пропорциональности  $\mu$  называют *коэффициентом ослабления* или *коэффициентом поглощения*. Его можно представить в виде:  $\mu = \tau + \sigma + \chi$ , где  $\tau$ ,  $\sigma$ ,  $\chi$  — коэффициенты ослабления для фотоэффекта, комптон-эффекта и рождения пар.

Интегрируя уравнение (2) с учетом начальных условий ( $I = I_0$  при  $x = 0$ ), получим

$$I = I_0 e^{-\mu x}. \quad (3)$$

Экспоненциальную зависимость (3) удобно изобразить в полупологарифмических координатах, отложив по оси абсцисс толщину поглотителя, а по оси ординат  $\ln(I_0/I)$ . По этому графику легко определить коэффициент поглощения  $\mu$ .

В случае преобладания комптоновского рассеяния удобно пользоваться так называемым массовым коэффициентом ослабления

$$\mu^* = \mu/\rho, \quad (4)$$

где  $\rho$  — плотность вещества.

Этот коэффициент характеризует ослабление  $\gamma$ -лучей единицей массы вещества. Поскольку комптоновский эффект обусловлен столкновением квантов с внешними электронами атомов, ослабление пучка зависит прежде всего от концентрации электронов. Но концентрация электронов в веществе приблизительно пропорциональна его плотности, и поэтому в рассматриваемом случае коэффициент  $\mu^*$  не должен зависеть от рода вещества. Получение такого результата в эксперименте свидетельствует о преобладающей роли комптоновского рассеяния.

Быстро движущаяся заряженная частица (например,  $\alpha$ - или  $\beta$ -частица) благодаря существующему вблизи нее сильному электрическому полю способна вырывать электроны из атомов и молекул газа, образуя некоторое число пар ионов;  $\gamma$ -лучи, не обладающие зарядом, не способны вызывать ионизацию непосредственно. Однако, как мы убедились выше, при всех видах их взаимодействия с веществом появляются электроны, обладающие значительной энергией. Ионизация, вызываемая этими вторичными электронами, образующимися в газе или вырываемыми из стенок счетчика, как раз и позволяет регистрировать  $\gamma$ -лучи.

### Описание экспериментальной установки

Лабораторная установка для регистрации  $\gamma$ -излучения состоит из источника  $\gamma$ -излучения, индикатора ионизирующих частиц — газоразрядного счетчика Гейгера—Мюллера с блоком питания и счетного устройства типа ПСО-2, регистрирующего импульсы. Сигнал со счетчика поступает на вход счетного устройства, где накапливается в течение заданного времени и фиксируется на табло. Для измерения времени используют встроенный в счетное устройство таймер. Число импульсов, сосчитанных прибором в единицу времени, пропорционально интенсивности излучения. Между источником  $\gamma$ -излучения и счетчиком устанавливают пластинки поглощающего вещества.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерение радиоактивного фона.

Подготовьте счетное устройство к работе. Включите блок питания счетчика. Установив время измерения 5 мин, проведите измерение уровня фонового излучения в лаборатории  $N_{\Phi}$  (имп/мин). Измерения повторите не менее трех раз и вычислите  $N_{\Phi, \text{ср}}$  (имп/мин).

**Задание 2.** Определение коэффициента ослабления  $\gamma$ -излучения металлами.

1. Установите радиоактивный препарат на фиксированном расстоянии от счетной трубки. Определите скорость счета  $N_0$  (имп/мин), пропорциональную сумме интенсивностей излучения препарата и фона ( $N_{\Phi}$ ). Помещая между препаратом и счетной трубкой от 1 до 10 пластинок алюминия, снимите зависимость скорости счета  $N_x$  (имп/мин) от суммарной толщины металла  $x$ .

2. Проведите аналогичные измерения для пластинок из латуни, меди и свинца.

3. Постройте графики в логарифмическом масштабе  $\ln \frac{N_0 - N_{\Phi}}{N_x - N_{\Phi}} = f(x)$  и по наклону получившихся кривых определите коэффициенты поглощения  $\mu$  для исследуемых веществ. Сравните полученные в эксперименте значения  $\mu$  с табличными.

**Задание 3.** Расчет массового коэффициента поглощения.

Рассчитайте массовый коэффициент поглощения по формуле (4). Значения плотности веществ берите из таблиц физических величин. Зависит ли  $\mu^*$  от рода вещества? О чем это свидетельствует?

### Вопросы и упражнения

1. Укажите основные свойства  $\gamma$ -фотонов.
2. Какие основные процессы ответственны за поглощение  $\gamma$ -лучей в веществе?
3. Какой минимальной энергией должен обладать  $\gamma$ -квант для того, чтобы появилась возможность рождения электрон-позитронной пары?
4. Каковы возможные механизмы образования  $\gamma$ -фотонов?
5. Почему из трех основных видов  $\alpha$ -,  $\beta$ - и  $\gamma$ -радиоактивного излучений  $\gamma$ -лучи обладают наибольшей проникающей способностью?
6. Как устроены счетчики Гейгера и Гейгера — Мюллера?
7. Докажите, что свободный электрон не может ни поглотить, ни излучить фотон.
8. Энергия возбуждения ядра  $\text{Ir}^{191}$  составляет  $E = 129$  кэВ. Найти относительное изменение энергии  $\Delta E/E$   $\gamma$ -кванта, возникающего при переходе ядра в основное состояние.
9. В чем состоит эффект Мёссбауэра?

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ $\beta$ -ЧАСТИЦ

Цель работы: Определение пробега и максимальной энергии  $\beta$ -частиц по кривой поглощения.

Приборы и принадлежности: источник  $\beta$ -частиц, индикатор ионизирующих частиц, счетное устройство, фильтры из алюминиевой фольги.

Литература: [7, § 12.4, 12.8, 12.12]; [27, §14—20]; [43, гл.6 § 4, гл. 8 § 3].

### Введение

Бета-распадом называется процесс самопроизвольного превращения нестабильного ядра в ядро-изобару с зарядом, отличающимся на  $\Delta Z = \pm 1$  за счет испускания электрона (позитрона) или захвата электрона с оболочки атома; при этом ядро испускает нейтрино или антинейтрино. Периоды полураспада  $\beta$ -активных ядер лежат в пределах от 30 с до  $10^9$  лет.

Исследования распределения  $\beta$ -частиц по энергиям по методу отклонения их в магнитном поле показали, что они испускаются со всевозможными энергиями от 0 до  $E_{\max}$  (сплошной спектр). Типичное распределение  $\beta$ -частиц по энергиям показано на рис.4.11.1, где по горизонтальной оси отложена величина энергии электрона  $E$ , а по вертикальной — число  $\beta$ -частиц  $N$ , обладающих определенным значением энергии. Непрерывность спектра объясняется тем, что при распаде ядра электрон получает только часть выделяющейся энергии, а оставшуюся часть энергии уносит антинейтрино. Распределение энергии между антинейтрино и электроном носит статистический характер.

Верхнюю границу (максимальную энергию)  $\beta$ -спектра можно определить, используя различного типа спектрометры (магнитные, люминесцентные). Однако эти методы исследования требуют сложной аппаратуры и источников, обладающих большой активностью. Поэтому в тех случаях, когда нет необходимости с большой точностью измерять максимальную энергию  $\beta$ -спектра, используют метод полного поглощения  $\beta$ -частиц в металле и метод половинного поглощения.

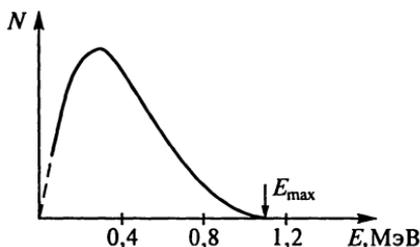


Рис. 4.11.1

**Метод полного поглощения  $\beta$ -частиц в металле.** Суть метода заключается в том, что при некоторой толщине  $d_{\max}$  поглотителя наступает полное поглощение  $\beta$ -частиц. Величина  $d_{\max}$ , называемая пробегом  $\beta$ -частицы с максимальной энергией  $E_{\max}$ , связана определенным соотношением со значением этой энергии.

Поглощение в алюминии при значениях энергии  $\beta$ -частиц, превышающих 0,8 МэВ, хорошо описывает соотношение Физера:

$$R = 0,543E_{\max} - 0,16, \quad (1)$$

где  $R = \rho d_{\max}$  — пробег  $\beta$ -частиц, г/см<sup>2</sup>, с учетом вещества поглотителя, плотность которого  $\rho$  (г/см<sup>3</sup>). Отсюда

$$E_{\max} = 1,84R + 0,295. \quad (2)$$

Этим выражением можно пользоваться и для случая использования меди в качестве поглотителя.

Для экспериментального определения  $E_{\max}$  между источником  $\beta$ -частиц и счетчиком помещают несколько алюминиевых или медных пластин определенной толщины. По мере увеличения числа пластин скорость счета частиц  $N$  уменьшается и приближается к скорости счета фона  $N_{\phi}$ , которое в условиях данного опыта остается постоянным.

На рис. 4.11.2 показан вид кривой поглощения для  $\beta$ -частиц. Быстрое спадание кривой поглощения объясняется сильным поглощением электронов малых энергий. Кривая поглощения подходит к линии фона асимптотически. Это объясняется слабым поглощением энергичных  $\beta$ -частиц. Для определения длины пробега необходимо построить кривую поглощения в полулогарифмическом масштабе (рис. 4.11.3) и провести определение ее конечной точки методом экстраполяции. Если продолжить прямолинейный участок кривой до пересечения с линией фона, то точка пересечения этих линий определит так называемый *экстраполированный пробег*, т. е. минимальную толщину слоя, в котором поглощаются практически все частицы. Пробег электронов  $R_{\beta \max}$ , отвечающий максимальной энергии, определяется по точке пересечения кривой поглощения с линией фона.

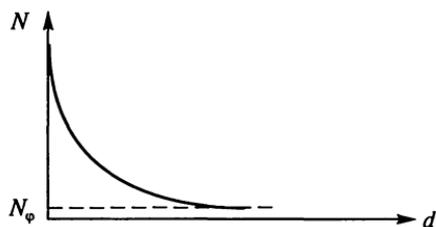


Рис. 4.11.2

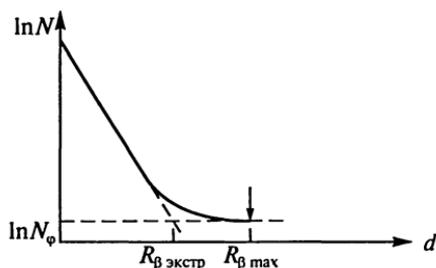


Рис. 4.11.3

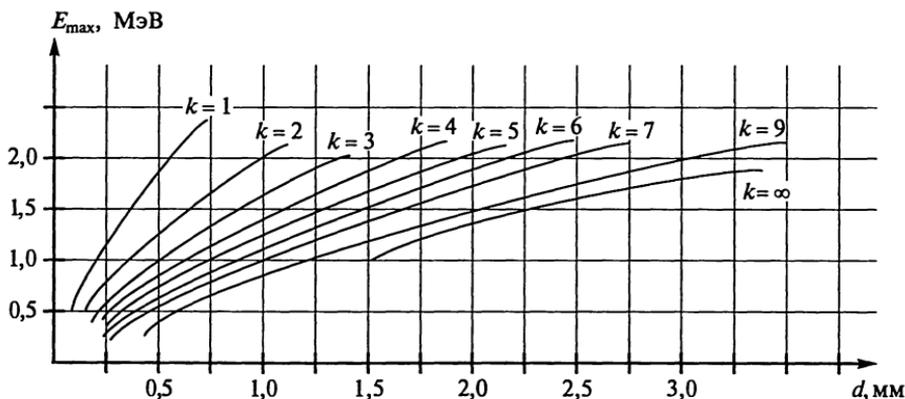


Рис. 4.11.4

**Метод половинного поглощения.** В этом случае находят толщину  $d$  слоя алюминия, ослабляющего излучение в  $2, 2^2, 2^3, \dots, 2^k$  раз. Связь между толщиной слоя Al, ослабляющего излучение в  $2^k$  раз, и максимальной энергией  $\beta$ -спектра  $E_{\max}$  представлена в виде кривых (номограммы Бройлера—Цюнти) на рис. 4.11.4. Кривая « $k=1$ » изображает зависимость между  $E_{\max}$  и  $d$  для случая, когда скорость счета уменьшается в два раза; кривая « $k=2$ » — в  $2^2$ , т. е. в 4 раза, и т. д. Построив график  $N_{\beta} = f(d)$ , где  $N_{\beta} = N - N_{\phi}$ , и определив по нему толщину слоя  $d$ , уменьшающего скорость счета в  $2^k$  раз, где  $k = 1, 2, 3, \dots$ , по соответствующей кривой можно найти  $E_{\max}$ .

### Описание экспериментальной установки

Блок-схема экспериментальной установки приведена на рис. 4.11.5. Источник  $\beta$ -частиц 1 (прессованная таблетка соли KCl) помещается напротив входного окна торцевого газоразрядного счетчика 2. В качестве поглотителя используются алюминиевые пластины 3 одинаковой толщины.

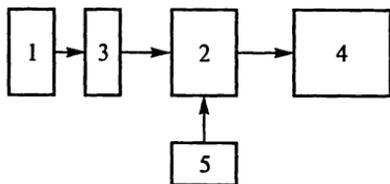


Рис. 4.11.5

Нужная толщина поглотителя достигается путем последовательного расположения пластин друг за другом. Сигнал со счетчика подается на счетное устройство 4, где по окончании заданного времени результат измерения фиксируется на табло. Напряжение на счетчик подается от блока питания 5.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Снятие кривой поглощения  $\beta$ -частиц в алюминии.

1. Включите счетное устройство и установите нужный режим измерения.

2. Проведите измерение фона  $N_{\text{ф}}$  установки, складывающегося из истинного фона счетчика (без источника), рассеянных  $\beta$ -частиц, тормозного излучения и  $\gamma$ -излучения препарата. Для этого расположите между источником и счетчиком алюминиевую пластину толщиной  $\sim 2$  см, задерживающую все  $\beta$ -частицы. Сделайте не менее трех измерений и вычислите среднее значение  $N_{\text{ф}}$  (имп/мин). Рекомендуемое время одного измерения 5 мин.

3. Расположите источник  $\beta$ -частиц напротив входного окна счетчика и проведите измерение скорости счета импульсов (определяемое интенсивностью препарата) без поглотителя  $N_0$  (имп/мин). Установите на счетном устройстве время измерения 100 с. Сделайте не менее трех измерений и вычислите среднее значение  $N_{0\text{ср}}$  (имп/мин).

4. Располагая между источником и счетчиком алюминиевые пластины, снимите кривую поглощения. Измерьте для каждой толщины поглотителя скорость счета  $N$  не менее трех раз и вычислите среднее значение  $N_{\text{иср}}$ . Особенно аккуратно следует проводить измерение скорости счета  $N$  на конце кривой поглощения и скорости счета фона, наблюдающегося при толщинах поглотителя, превосходящих пробег  $\beta$ -частиц. Результаты измерений занесите в таблицу и постройте графики  $\ln N = f(d)$  и  $N_{\beta} = f(d)$ .

**Задание 2.** Определение максимальной энергии  $\beta$ -частиц.

1. По графику  $\ln N = f(d)$  определите экстраполированный и максимальный пробег  $\beta$ -частиц и оцените значение максимальной энергии по формуле (2). Для повышения точности измерений при определении пробега учтите толщину: 1) слюдяного ( $5 \text{ мг/см}^2$ ) окошка торцевого счетчика Гейгера—Мюллера; 2) слоя воздуха между источником и счетчиком.

2. Используя зависимость  $N_{\beta} = f(d)$ , определите толщину поглотителя, при которой скорость счета уменьшается в 2,  $2^2$ ,  $2^3$  раза и по кривым Бройлера—Цюнти оцените максимальную энергию  $\beta$ -частиц данного изотопа.

### Вопросы и упражнения

1. Приведите примеры ядер, претерпевающих  $\beta^+$ -,  $\beta^-$ -распад,  $K$ -захват, и запишите уравнения соответствующих реакций.

2. Как вычислить максимальную энергию  $\beta$ -частиц при  $\beta^-(\beta^+)$ -распаде, если известны массы материнского и дочернего атомов и масса электрона?

3. Вычислите максимальную энергию электрона, испущенного при  $\beta$ -распаде покоящегося нейтрона.

4. Покажите, что энергия, передаваемая при  $\beta$ -распаде дочернему ядру, очень мала по сравнению с энергией, уносимой электроном и антинейтрино.

5. Перечислите основные характеристики нейтрино.

6. Какими явлениями сопровождается прохождение  $\beta$ -излучения через вещество?

7. В чем заключается метод половинного поглощения излучения?

8. Почему при регистрации частиц слабой интенсивности обычно пользуются торцевыми, а не цилиндрическими счетчиками?

9. Как производят измерение и учет фона?

10. Что называют скоростью счета импульсов?

11. Найдите максимальную энергию  $\beta$ -частиц, если излучение полностью поглощалось алюминиевой пластинкой толщиной 1,3 мм.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.12

### ОСНОВЫ ДОЗИМЕТРИИ И ЗАЩИТЫ ОТ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Цель работы: знакомство с основами дозиметрии, дозиметрическими приборами и методами защиты от ионизирующих излучений.

Приборы и принадлежности: универсальные дозиметры-радиометры РКСБ-104, стабилизированный источник питания (9В), контейнер с источниками  $\beta$ - и  $\gamma$ -излучений, набор фильтров из алюминия и свинца, скамья с передвижным столиком для источников, свинцовый экран.

Литература: [7, § 12.2—12.4]; [27, § 14—20]; [22]; [29]; [43, гл. 6, гл. 13, § 1—6, гл. 9, § 4].

#### Введение

Воздействие ионизирующей радиации на человека может быть связано как с внешним, так и с внутренним облучением.

При *внешнем облучении* в первую очередь необходимо учитывать рентгеновское и нейтронное излучения, которые проникают в ткани на большую глубину и разрушают их. Степень поражения организма при этом зависит от площади облученной поверхности. Внешнее облучение  $\alpha$ - и  $\beta$ -частицами менее опасно, так как они имеют небольшую длину пробега в биологической ткани и не достигают кровеносных и других внутренних органов человека.

Вклад во *внутреннее облучение* дают все виды радиоактивных излучений. Внутреннее облучение обусловлено как радиоактив-

ными веществами, постоянно присутствующими в организме человека ( $K^{40}$ ,  $C^{14}$ ,  $Po^{210}$  и др.), так и радиоактивными веществами, которые поступают извне в желудочно-кишечный тракт и органы дыхания человека, а оттуда всасываются в кровь и разносятся по различным органам и тканям. Так, йод накапливается в щитовидной железе, цезий и калий — в мышцах, кобальт и полоний — в селезенке и поджелудочной железе, натрий и углерод — равномерно распределяются по всему организму. В костных тканях накапливаются источники  $\alpha$ -излучения — радий, уран, плутоний, фосфор;  $\beta$ -излучения — стронций, иттрий;  $\gamma$ -излучения — цирконий. Эти элементы, химически связанные с костной тканью, очень трудно выводятся из организма. В то же время элементы, образующие в организме легко растворимые соли и накапливаемые в мягких тканях, легко удаляются из организма.

Биологическое воздействие ионизирующих излучений на организм имеет следующие особенности.

1. Первичное действие ионизирующих излучений на организм неощутимо человеком. Дозиметрические приборы являются как бы дополнительным органом чувств, предназначенным для восприятия ионизирующего излучения.

2. Видимые поражения кожного покрова, недомогание, характерные для лучевого заболевания, появляются не сразу, а спустя некоторое время.

3. Если в организм человека систематически будут попадать радиоактивные вещества, то со временем дозы суммируются, что неизбежно приводит к лучевым заболеваниям.

## 1. ДОЗИМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Для характеристики степени ионизации воздуха используется понятие *экспозиционной дозы излучения* (ЭДИ) — « $D$ ». ЭДИ — это отношение суммарного заряда  $\Delta Q$  всех ионов одного знака, образованных под действием рентгеновского или  $\gamma$ -излучения в объеме воздуха, к массе воздуха  $\Delta m$ :  $ЭДИ = \Delta Q / \Delta m$ . Единица измерения в системе СИ — Кл/кг, а внесистемная единица — рентген. *Рентген* (Р) — доза рентгеновского или  $\gamma$ -излучения, которая в  $1 \text{ см}^3$  воздуха (массой  $0,001293 \text{ г}$ ) при нормальных условиях вызывает ионизацию, при которой создается  $2,083 \cdot 10^9$  пар ионов:  $1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$ .

Для определения поглощенной в веществе энергии любого вида излучения используется понятие *поглощенной дозы* — « $D_n$ » — суммарной энергии  $\Delta E$  ионизирующего излучения, поглощенной в единице массы вещества  $\Delta m$ , независимо от вида излучения:  $D_n = \Delta E / \Delta m$ . Единица измерения  $D_n$  в системе СИ — Грей ( $1 \text{ Гр} = 1 \text{ Дж/кг}$ ). Внесистемная единица — рад (*radiation absorbed dose* — поглощенная доза излучения).  $1 \text{ рад} = 10^{-2} \text{ Дж/кг} = 100 \text{ эрг/г}$ ,  $1 \text{ Гр} = 100 \text{ рад}$ .

При экспозиционной дозе излучения в 1 Р поглощенная доза в 1 см<sup>3</sup> воздуха составляет 87,7 эрг/г или 0,877 рад. Поэтому экспозиционная доза  $D$ , выраженная в рентгенах, связана с поглощенной дозой  $D_{\text{п}}$ , выраженной в радах, следующим соотношением:  $D(P) = 0,877 D_{\text{п}}$  (рад).

Поглощенная доза 5 Гр (500 рад при экспозиционной дозе излучения примерно 440 Р) считается смертельной.

Биологический эффект ионизирующего излучения зависит от линейной плотности ионизации, определяемой видом и энергией излучения. Поэтому вводят *коэффициент качества*  $K$  ионизирующего излучения, показывающий, во сколько раз данный вид излучения оказывает более сильное биологическое действие, чем рентгеновское и  $\gamma$ -излучение, при одинаковой поглощенной энергии в 1 г ткани. Коэффициент  $K$  различен для разных видов излучений: для  $\beta$ -частиц, так же как и для  $\gamma$ -лучей,  $K = 1$ ; для нейтронов  $3 < K < 20$ ; для  $\alpha$ -частиц и протонов с энергией менее 10 Мэв  $K = 10$ .

Поглощенную дозу, помноженную на коэффициент качества, называют *эквивалентной дозой* или *биологическим эквивалентом поглощенной дозы*  $D_{\text{экв}}$ . В системе СИ единицей  $D_{\text{экв}}$  является Зиверт (Зв). Зиверт — доза любого вида излучения, которая создает такой же биологический эффект, что и поглощенная доза в 1 Гр рентгеновского или гамма-излучения:

$$D_{\text{экв}} (\text{Зв}) = K D_{\text{п}} (\text{Гр}).$$

Внесистемной единицей эквивалентной дозы является бэр: 1 Зв = 100 бэр. Таким образом, эквивалентная доза 1 Зв (100 бэр) реализуется для рентгеновского и  $\gamma$ -излучений при поглощенной дозе 1 Гр (100 рад), а для  $\alpha$ -частиц — при  $D_{\text{п}} = 0,1$  Гр. Поэтому  $\alpha$ -излучение дает биологически эквивалентную дозу, в 10 раз большую, чем соответствующая поглощенная доза.

При оценке радиационной опасности хронического облучения человека излучением произвольного состава эквивалентная доза определяется суммой произведений поглощенных доз  $D_{\text{п}i}$  отдельных видов излучений  $i$  на соответствующие значения коэффициентов качества  $K_i$ :  $D_{\text{эз}} = \sum D_{\text{п}i} \cdot K_i$ .

Биологическое действие ионизирующего излучения зависит также от *времени облучения*. При прочих равных условиях одна и та же доза, полученная в течение различных промежутков времени, оказывает на организм различное воздействие. В этом смысле важной дозиметрической величиной является *мощность поглощенной дозы* —  $P$  — доза излучения, поглощенная облученным веществом за единицу времени:  $P = \Delta D / \Delta t$ . По известной зависимости  $P(t)$  доза находится интегрированием по времени.

*Активность источника* —  $A$  определяет среднюю скорость самопроизвольных ядерных превращений и измеряется количеством

распадов в единицу времени. В системе СИ за единицу активности принят *Беккерель*: 1 Бк = 1 расп/с. Внесистемная единица — Кюри: 1 Ки =  $3,7 \cdot 10^{10}$  Бк.

В дозиметрии ионизирующих излучений и при расчете защиты часто используют такую величину, как *плотность потока*  $\phi$  *частиц* (или квантов). Плотностью потока частиц  $\phi$  называют число частиц  $\Delta N$ , падающих нормально к поверхности и проникающих через единицу площади облучаемой поверхности  $\Delta S$  в единицу времени  $\Delta t$ :  $\phi = \Delta N / (\Delta S \Delta t)$ . Произведение  $I = E\phi$  ( $E$  — энергия излучения) называют плотностью потока энергии или интенсивностью ионизирующего излучения. Единица плотности потока частиц: [част/(с·м<sup>2</sup>)] или [част/(с·см<sup>2</sup>)]. Единица интенсивности излучения: МэВ/(с·см<sup>2</sup>) или Вт/м<sup>2</sup>.

Для оценки степени радиационного риска работающих с радиоактивными источниками вводится *предельно допустимая доза* — ПДД — наибольшее значение эквивалентной дозы за год, которая при равномерном воздействии в течение 50 лет не вызовет в состоянии здоровья неблагоприятных изменений, обнаруживаемых современными методами. Суммарная предельно допустимая доза для профессионалов не должна превышать  $D = 0,05(N - 18)$  Зв, где  $N$  — возраст облучаемого человека в годах. Суммарная доза к 30 годам при всех случаях не может быть больше 0,6 Зв. Для  $N < 18$  формула теряет смысл, т. е. лицам моложе 18 лет работать с источниками ионизирующих излучений запрещается. Предельно допустимая доза внешнего и внутреннего облучения, получаемая населением в целом от всех источников ионизирующих излучений (без учета естественного фона и медицинских процедур), не должна превышать 1,7 мЗв/год или 50 мЗв за 30 лет.

## 2. ЗАЩИТА ОТ ПРОНИКАЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

Безопасные условия при наружном облучении можно получить, располагая рабочее место на достаточно большом расстоянии от источника (*защита расстоянием*) или сокращая время пребывания работающего в опасной зоне (*защита временем*), или установкой специальных поглощающих экранов, снижающих интенсивность излучения на рабочем месте ниже предельно допустимого (*экранирование*). Между временем экспозиции и дозой облучения существует линейная зависимость, а мощность дозы обратно пропорциональна квадрату расстояния от источника излучения. Эффективность применения экранов для защиты от рентгеновских или  $\gamma$ -лучей зависит от атомного номера и плотности используемого для этих целей вещества. Так, свинец гораздо больше подходит для создания защитного экрана, чем, скажем, алюминий, вода или бумага. В данной работе рассматриваются свойства защитных экранов при работе с  $\beta$ - и  $\gamma$ -источниками.

**Защита от внешнего рентгеновского и  $\gamma$ -излучений.** Для подбора защитных экранов необходимо знать *кратность ослабления излучения* — величину, показывающую, во сколько раз необходимо уменьшить известные значения мощности экспозиционной дозы, чтобы получить значения мощности, обеспечивающие безопасную работу. Если мощность дозы  $\gamma$ -излучения в рассматриваемой точке  $P_0$ , а предельно допустимая мощность дозы  $P_{пл}$ , то защитный экран должен обеспечить кратность ослабления

$$K = P_0 / (P_{пл}).$$

Закон ослабления  $\gamma$ -излучения при прохождении его через вещество имеет вид:

$$I = I_0 e^{-\mu d},$$

где  $I$  — интенсивность после прохождения поглотителя;  $I_0$  — интенсивность  $\gamma$ -излучения до прохождения поглотителя;  $\mu$  — линейный коэффициент ослабления;  $d$  — толщина поглотителя.

Защитные свойства материалов характеризуют толщиной *слоя половинного ослабления*  $\Delta_{1/2}$ , т. е. слоя, после прохождения которого интенсивность излучения уменьшается вдвое. Связь коэффициента поглощения  $\gamma$ -излучения  $\mu$  и слоя половинного ослабления выражается следующей формулой:

$$\Delta_{1/2} = \ln 2 / \mu.$$

Полная кратность ослабления равна  $K = 2^n$ , где  $n$  — число слоев половинного ослабления. Например, если кратность ослабления равна  $K = 32$ , то необходимое число слоев половинного ослабления  $n = 5$ . Таким образом, можно оценить толщину защиты

$$d = n \Delta_{1/2}.$$

Приведенные расчеты были сделаны для случая точечного источника и узкого пучка излучения. Вводя фактор накопления  $B(E, \mu d, Z)$ , учитывают отношение рассеянного излучения к нерассеянному. Закон ослабления мощности дозы  $\gamma$ -излучения имеет вид:

$$P_d = P_0 e^{-\mu d} B(E, \mu d, Z),$$

где  $P_d$  — мощность дозы после прохождения защиты толщиной  $d$ ;  $P_0$  — мощность дозы без защиты в той же точке.

**Защита от внешнего  $\alpha$ -излучения** осуществляется достаточно просто, поскольку эти заряженные частицы имеют малую проникающую способность. Например, пробег  $\alpha$ -частиц с энергией 5 МэВ составляет примерно 3,5 см в воздухе, 0,04 мм в биологической ткани и 0,02 мм в алюминии. Внешний покров тела человека также полностью поглощает  $\alpha$ -частицы, и внешнее облучение  $\alpha$ -частицами не представляет опасности для внутренних органов чело-

века. Открытые части тела на расстоянии 10—20 см от  $\alpha$ -излучателя гарантированы от поражения  $\alpha$ -частицами радиоактивных веществ. Однако при прямом контакте с  $\alpha$ -излучателями можно получить ожог поверхности кожи, так как  $\alpha$ -частицы обладают высокой ионизирующей способностью.

**Защита от внешнего  $\beta$ -излучения.** Ионизирующая способность  $\beta$ -частиц в сотни раз меньше, чем у  $\alpha$ -частиц, тогда как проникающая способность их значительно больше. Пробег электронов с энергией 1 МэВ составляет около 4 м в воздухе и 2 мм в алюминии. Одежда и кожный покров человека поглощает примерно 75%  $\beta$ -частиц, и только 20—25% проникает внутрь человеческого организма на глубину 4 мм. Поглощаясь поверхностными слоями тканей тела,  $\beta$ -частицы оказывают разрушительное действие на кожу, особенно на слизистую оболочку и роговицу глаз. Поэтому при работе с открытыми  $\beta$ -излучателями защитой пренебречь нельзя. Следует располагать источник на возможно большем расстоянии или использовать защитные экраны из стекла, пластмасс и тонких слоев легких металлов. Выбор толщины экрана производится с учетом максимального пробега  $\beta$ -частиц и защитного материала. Для любых защитных экранов можно пользоваться следующими приближенными формулами:

$$d^* = 0,543 E_{\max} - 0,16 \quad \text{при } 0,8 \text{ МэВ} < E_{\max} < 3 \text{ МэВ}, \quad (1)$$

$$d^* = 0,41(E_{\max})^{1,4} \quad \text{при } 0,15 \text{ МэВ} < E_{\max} < 0,8 \text{ МэВ}, \quad (2)$$

где  $d^*$  — толщина защитного экрана, г/см<sup>2</sup>, т. е. с учетом плотности поглощающего вещества [ $d^*(\text{г/см}^2) = d(\text{см}) \rho(\text{г/см}^3)$ ];  $E_{\max}$  — максимальная энергия  $\beta$ -спектра, МэВ.

Даже в тех случаях, когда расстояние от радиоактивного препарата таково, что установка защитных экранов не требуется, глаза работающего должны быть защищены очками.

Очевидно, что в случае смешанного излучения защита от  $\gamma$ -составляющей обеспечивает также защиту от  $\alpha$ - и  $\beta$ -излучений.

### 3. ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОАКТИВНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Обнаружение радиоактивного излучения и измерения его характеристик проводятся с помощью дозиметрических приборов, т. е. устройств, предназначенных для измерения доз ионизирующих излучений или величин, связанных с ними. Принцип действия почти всех современных дозиметрических приборов основан на ионизационном методе, при котором энергия частиц или квантов излучения преобразуется детекторами в последовательные короткие электрические импульсы. В настоящее время наиболее широкое применение получили: *индикаторы*, с помощью ко-

торых можно установить, возрастает мощность дозы или уменьшается; *дозиметры*, предназначенные для определения суммарной эквивалентной дозы облучения, получаемой человеком (в основном,  $\gamma$ -излучения); *радиометры*, применяемые для определения степени радиоактивного заражения поверхностей, оборудования, воздуха, главным образом,  $\alpha$ - и  $\beta$ -частицами. Радиометрами можно измерить и небольшие уровни  $\gamma$ -излучения. Датчиками излучения являются газоразрядные и сцинтилляционные счетчики.

## Описание экспериментальной установки

В данной работе используются комбинированные приборы для измерения ионизирующих излучений РКСБ-104. Они обеспечивают возможность измерения: мощности эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения; плотности потока  $\beta$ -частиц с поверхности; удельной активности радионуклида цезий-137 в веществах. С помощью этих приборов можно исследовать окружающую среду и различные источники радиоактивного излучения, а также подобрать экспериментально необходимые для безопасной работы условия.

Дозиметры-радиометры № 1 и № 2 (рис. 4.12.1) установлены в едином металлическом кожухе 1. В боковых частях кожуха имеются отверстия с ползьями 2, на которых можно устанавливать выдвижной столик 3 с радиоактивными препаратами 4 или защитные экраны. Прибор № 1 работает в режиме измерения мощности эквивалентной дозы излучения, а прибор № 2 — в режиме измерения плотности потока частиц с исследуемой поверхности. Дозиметр-радиометр № 3 (рис. 4.12.2) закреплен на лабораторном столе вместе с защитным экраном 1. За прибором расположена скамья 2 со шкалой и передвижным столиком 3 для источников.

Описание прибора РКСБ-104 и методика проведения измерений приведены в приложении к данной работе. Источники радиоактивных излучений хранятся в специальном контейнере и выдаются непосредственно перед измерениями.

## Измерения и обработка результатов

### 1. ИССЛЕДОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОГО РАДИАЦИОННОГО ФОНА

**З а д а н и е.** Измерение мощности фоновой эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения в лаборатории.

Используя дозиметр РКСБ-104 (№1), оцените уровень мощности фоновой эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения в лаборатории. Измерения проводите не менее 5 раз в режиме «x 0,001». Найдите

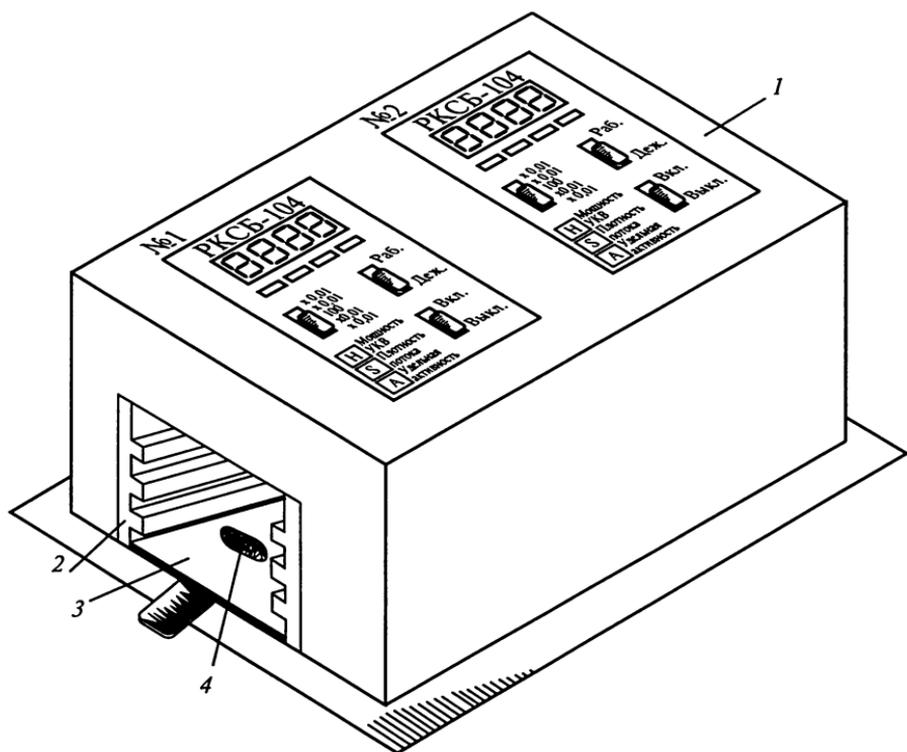


Рис. 4.12.1

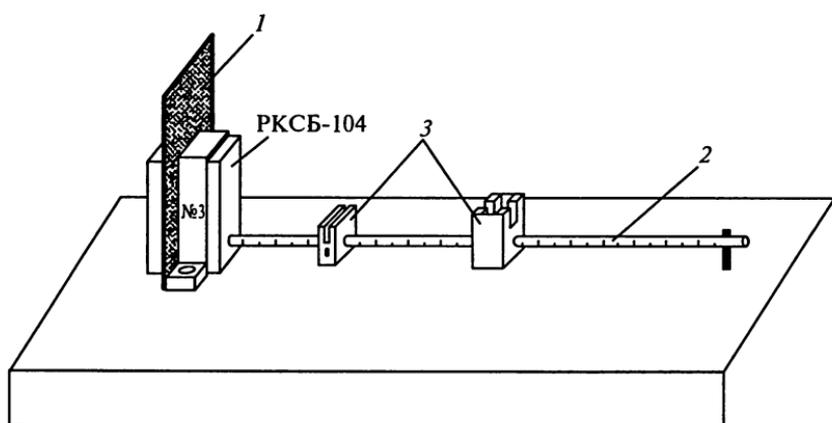


Рис. 4.12.2

те среднее значение мощности эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения  $P_{\text{ср. фон}}$  (мкЗв/ч). Сравните полученное значение с имеющимися нормами фоновой дозы для вашей местности.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОАКТИВНЫХ ИСТОЧНИКОВ

**Задание 1.** Измерение мощности дозы  $\gamma$ -излучения, создаваемой исследуемыми источниками на заданном расстоянии.

Для выполнения задания используйте прибор №1 в режиме «измерение мощности эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения». Достаньте источник  $\gamma$ -излучения из контейнера и положите его на середину выдвижного столика. Установив столик на 1-й ступени измерительной установки, проведите в заданном режиме не менее 5 измерений мощности дозы в рассматриваемой точке. Найдите  $P_{\text{ср}}$ . По окончании измерений уберите источник обратно в контейнер. Повторите измерения с другим источником.

**Задание 2.** Измерение плотности потока  $\beta$ -частиц с поверхности исследуемого источника.

Для выполнения задания используйте прибор №2 в режиме «измерение плотности потока». Снимите показания прибора, соответствующие уровню естественного радиационного фона в лаборатории. Достаньте источник  $\beta$ -частиц из контейнера и положите его на середину выдвижного столика. Установив столик на 1-й ступени измерительной установки, проведите в установленном режиме не менее 5 измерений плотности  $\phi$  потока  $\beta$ -частиц с исследуемой поверхности с учетом фона. Найдите  $\phi_{\text{ср}}$ . По окончании измерений уберите источник обратно в контейнер.

**Внимание!** При работе с источниками держите их излучающей поверхностью от себя!

Сделайте выводы, насколько опасны или безопасны исследуемые источники для тех, кто с ними работает.

## 3. ОРГАНИЗАЦИЯ БЕЗОПАСНЫХ УСЛОВИЙ РАБОТЫ С ИСТОЧНИКАМИ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ

**Задание 1.** Подбор защитных экранов для работы с  $\gamma$ -излучением.

Используя экспериментально полученные значения мощности дозы  $\gamma$ -излучения в заданной точке, рассчитайте толщину защитных экранов из алюминия и свинца, необходимую для обеспечения безопасных условий работы с данными источниками. Рассчитайте толщину экрана, ослабляющего излучение до уровня ПДД и до естественного фона.

Проверьте полученные расчеты экспериментально. Для этого установите источник  $\gamma$ -излучения на выдвижном столике на заданном расстоянии. Подобрать пластины из свинца согласно рас-

Таблица 1

Вид источника				Вид источника			
$P_0$ , мкЗв/ч				$P_0$ , мкЗв/ч			
1.	$P_{пл}$ , мкЗв/ч			2.	$P_{фона}$ , мкЗв/ч		
	$k$				$k$		
	$n$				$n$		
	$\Delta_{1/2} Pb$				$\Delta_{1/2} Pb$		
	$\Delta_{1/2} Al$				$\Delta_{1/2} Al$		
	$d_{Pb}$ , мм				$d_{Pb}$ , мм		
	$d_{Al}$ , мм				$d_{Al}$ , мм		
	$P_d$ , мкЗв/ч				$P_d$ , мкЗв/ч		

считанной толщине, поместите их на вышерасположенных ступеньках и проведите не менее 5 измерений мощности дозы  $\gamma$ -излучения за установленным защитным экраном. По окончании измерений уберите источник в контейнер. Найдите среднее значение мощности дозы за защитным экраном  $P_d$ . Оцените величину фактора накопления. Сделайте выводы о правильности расчета защитных экранов. Результаты измерений и вычислений занесите в табл. 1.

**Задание 2.** Подбор защитных экранов для работы с источниками  $\beta$ -частиц.

Для источников  $\beta$ -частиц проверьте целесообразность использования алюминия в качестве материала для создания защитных экранов.

По формуле (1) или (2) определите толщину алюминия, необходимую для ослабления плотности потока  $\beta$ -частиц до фонового значения. Расчеты проведите для максимальной энергии  $\beta$ -частиц, излучаемых данным источником. Результаты вычислений занесите в табл. 2.

Проверьте полученные расчеты экспериментально. Для этого установите источник  $\beta$ -частиц на выдвижном столике на заданном расстоянии. Подобрать пластины из Al согласно рассчитанной толщине защитного экрана, поместите их на расположенных выше ступеньках и проведите не менее 5 измерений плотности потока  $\beta$ -частиц за экраном. По окончании измерений уберите источник

Таблица 2

Радиоактивный изотоп	$E_{max}$ , МэВ	$d^*_{теор} Al$ , г/см <sup>2</sup>	$d_{теор} Al$ , см	$\Phi_{за экраном}$ , 1/с <sup>-1</sup> ·см <sup>-2</sup>	$\Phi_{фона}$ , 1/с <sup>-1</sup> ·см <sup>-2</sup>

обратно в контейнер. Найдите среднее значение  $\varphi_d$  за защитным экраном.

Данные измерений занесите в табл. 2.

Сделайте выводы о правильности оценки толщины защитного экрана.

**З а д а н и е 3.** Определение безопасного расстояния при работе с  $\beta$ - и  $\gamma$ -излучениями.

Используя дозиметр-радиометр РКСБ-104 (№3) и скамью с передвижным столиком, подберите экспериментально расстояние, обеспечивающее безопасные условия для работы с исследуемыми источниками  $\gamma$ -излучения. Постройте график  $P = f(r^2)$  и сделайте выводы.

Для исследуемых источников  $\beta$ -частиц оцените величину максимального пробега  $\beta$ -частиц в воздухе и сделайте выводы о допустимом безопасном расстоянии от источников до работающего с ними.

### Вопросы и упражнения

1. Почему используется несколько определений дозы?
2. Какие данные по уровню мощности дозы  $\gamma$ -излучения можно считать в пределах естественных фоновых значений?
3. Какой из видов радиоактивных излучений представляет наибольшую опасность для внешнего и внутреннего облучения организма?
4. Сформулируйте три принципа защиты от внешнего облучения. На чем они основаны?
5. Какие физические процессы лежат в основе ослабления  $\gamma$ -излучения при прохождении его через какое-либо вещество?
6. Почему для защиты от  $\beta$ -частиц, особенно больших энергий, рекомендуют использовать стеклянные или алюминиевые экраны, а не свинцовые, хотя толщина свинцовой защиты будет гораздо меньше?
7. Как выбрать защиту от смешанного ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ )-излучения?

### Приложение к лабораторной работе 4.12

#### КОМБИНИРОВАННЫЙ ПРИБОР ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ РКСБ-104

Прибор выполняет функции дозиметра и радиометра и обеспечивает измерение: мощности  $H$  эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения (0,06—1,25 МэВ); плотности потока  $\phi$   $\beta$ -частиц с поверхности (с энергией от 0,5 до 3 МэВ); удельной активности  $A$  радионуклида цезий-137 в веществах.

Прибор состоит из двух газоразрядных счетчиков СБМ-20, включенных параллельно, и корректирующих фильтров. Результаты подсчета импульсов за определенное время, зависящее от ре-

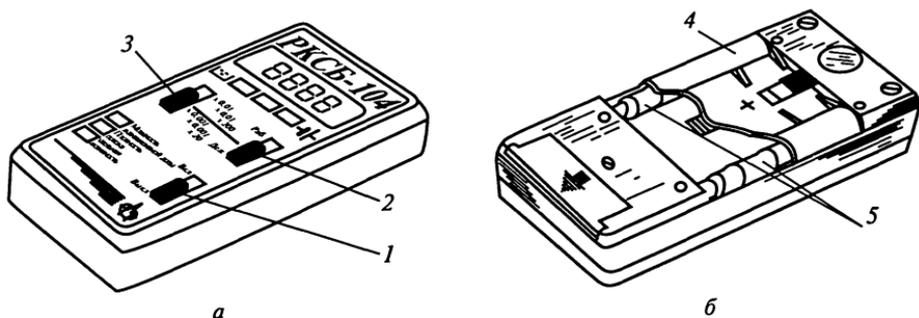


Рис. 4.12.3

жима работы, регистрируются на жидкокристаллическом индикаторе и сопровождаются звуковым сигналом.

На лицевой панели прибора (рис. 4.12.3, а) имеются окно индикатора и три тумблера — включения прибора 1 и выбора режима работы 2, 3. Слева на панели нанесены обозначения, принятые для измеряемых величин, и их сокращенные наименования:  $H$  — мощность эквивалентной дозы;  $\phi$  — плотность потока  $\beta$ -частиц;  $A_m$  — удельная активность цезия-137. Обозначения измеряемых величин занесены в разноцветные поля. Этими же цветами отмечена вся информация, относящаяся к конкретной измеряемой величине: единицы измерения ( $H$ , мкЗв/ч;  $\phi$ ,  $\text{с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$ ;  $A_m$ , Бк/кг) и пересчетные коэффициенты для двух диапазонов времени проведения измерения.

На тыльной стороне прибора (рис. 4.12.3, б) находится съемная крышка-фильтр 4. При работе прибора в режиме радиометра эта крышка снимается и счетчики излучения 5 оказываются закрытыми только пленочными фильтрами. Прибор питается от батареи типа «Корунд» или стабилизированного источника постоянного напряжения  $U=9$  В.

Для получения результата измерения конкретной физической величины показания прибора надо умножить на пересчетный коэффициент в соответствии с выбранным режимом. Результаты получаются в единицах измерения, указанных под табло индикатора.

#### МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерение мощности эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения.

1. Установите тумблер 2 в положение «Раб», а тумблер 3 в «х 0,001».

2. Для измерения мощности дозы фонового излучения включите прибор (тумблер 1). Прибор начнет счет, и через 280 с прозвучит

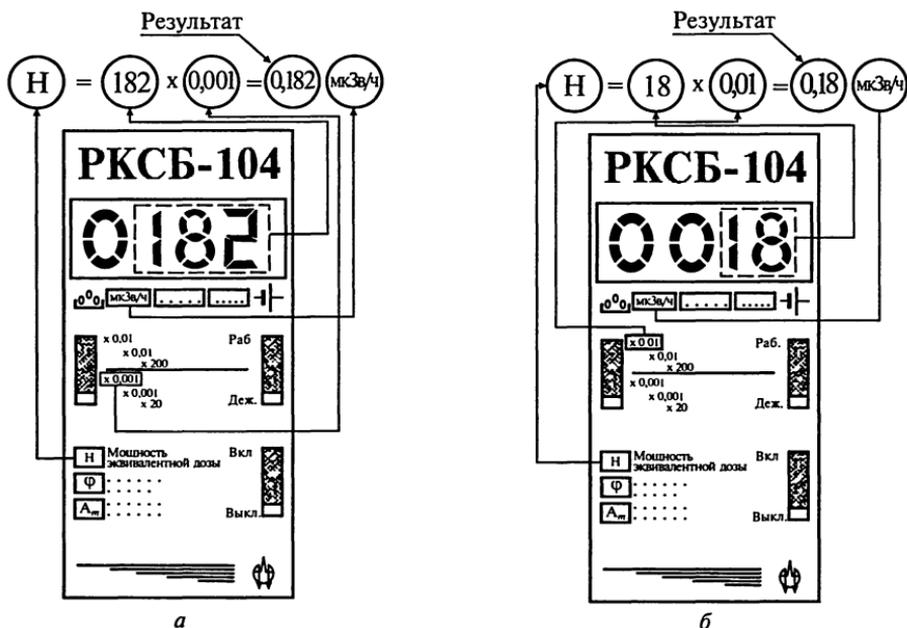


Рис. 4.12.4

чит звуковой сигнал, а на индикаторе отобразится 4-разрядное число.

3. Для определения  $H$  следует умножить значащую часть этого числа на 0,001, при этом результат будет получен в мкЗв/ч. Например, на табло высвечивается число 0182 (рис. 4.12.4, а). Значащая часть числа — 182. Следовательно, мощность эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения будет равна 0,182 мкЗв/ч, что соответствует мощности экспозиционной дозы, равной 18,2 мкР/ч. Для получения более грубого результата можно проводить измерения при верхнем положении тумблера 3 ( $t = 28$  с). В этом случае пересчетные коэффициенты изменятся (рис. 4.12.4, б).

4. По окончании измерений выключите прибор. Для проведения следующего измерения повторите операции 2, 3, 4. Измерение мощности эквивалентной дозы  $\gamma$ -излучения от источника проводится аналогично, только под приемным окном прибора в пазах кассеты устанавливается источник.

#### ИЗМЕРЕНИЕ ПЛОТНОСТИ ПОТОКА $\beta$ -ЧАСТИЦ С ПОВЕРХНОСТИ

1. Установите тумблер 2 в положение «Раб», а тумблер 3 в «x0,001».
2. Включите прибор. Прибор начнет счет, и через 180 с прозвучит звуковой сигнал, а на индикаторе отобразится 4-разрядное число.

3. Снимите фоновое показание прибора  $\varphi_{\text{фон}}$ , которое установится через 180 с после включения прибора. Выключите прибор.

4. Поместите под приемным окном прибора в пазах кассеты исследуемый источник  $\beta$ -излучения.

5. Включите прибор. Запишите показания прибора, установившиеся во время действия прерывистого сигнала, — значение плотности потока  $\beta$ -частиц  $\varphi_{\text{изм}}$ .

6. По окончании измерений выключите прибор. Определите величину загрязненности поверхности исследуемого тела  $\beta$ -излучающими нуклидами, которая характеризуется плотностью потока  $\beta$ -частиц с поверхности  $\varphi_{\beta}$ , по формуле:  $\varphi_{\beta} = K(\varphi_{\text{изм}} - \varphi_{\text{фон}})$ , где  $\varphi_{\beta}$  — плотность потока  $\beta$ -частиц с поверхности,  $\text{с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$ ;  $K = 0,001$ ;  $\varphi_{\text{изм}}$  — показания прибора с исследуемым источником;  $\varphi_{\text{фон}}$  — показания прибора, соответствующие внешнему радиационному фону. Например:  $\varphi_{\text{фон}} = 0,180$ ;  $\varphi_{\text{изм}} = 2430$ , отсюда  $\varphi_{\beta} = 0,001(2430 - 180) = 2,25 \text{ с}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$ . Для проведения следующего измерения повторите операции 4, 5, 6.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.13

#### ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА РАДОНА

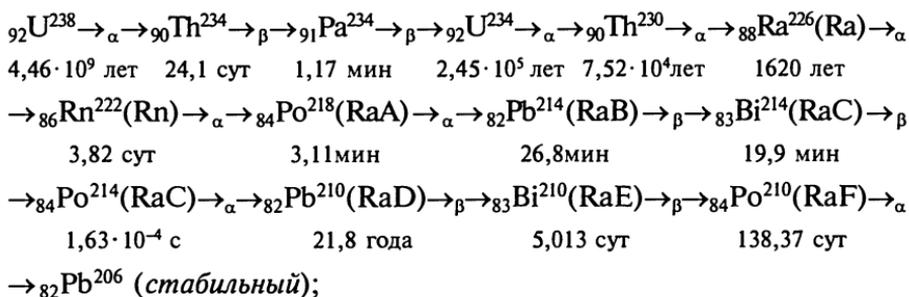
**Цель работы:** определение концентрации радона и продуктов его распада в воздухе; оценка эффективного периода полураспада смеси изотопов.

**Приборы и принадлежности:** индикатор ионизирующих частиц, счетное устройство, стабилизированный источник питания, пылесос, таймер, волокнистые фильтры, крепежные устройства для фильтров.

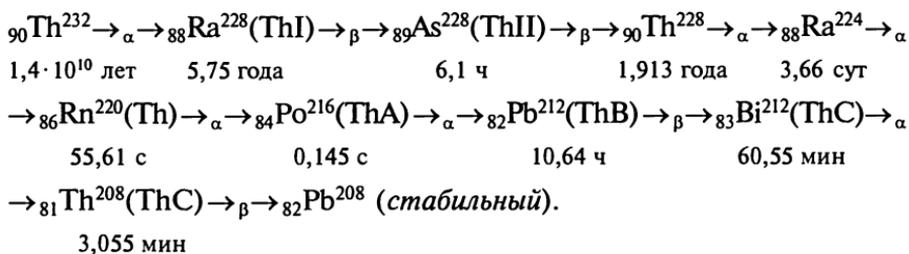
**Литература:** [7, § 12.2—12.4]; [27, § 14—20]; [28]; [43, гл.6, гл.13 § 2—6, гл. 9 § 4].

#### Введение

Основную часть радиоактивного облучения люди получают от естественных источников. Около одной трети естественного облучения приходится на космические лучи, а наиболее значимым из всех естественных источников радиации является радон ( $\text{Rn}$ ) — невидимый, не имеющий вкуса и запаха, тяжелый (в 7,5 раз тяжелее воздуха) газ. Радон вместе со своими дочерними продуктами распада ответственен примерно за 3/5 годовой эквивалентной дозы облучения, получаемой населением от земных источников радиации. В природе радон встречается в двух основных формах: в виде  $\text{Rn}^{222}$ , члена радиоактивного ряда, образуемого продуктами распада  $\text{U}^{238}$ .



и в виде  $\text{Rn}^{220}$ , члена радиоактивного ряда  $\text{Th}^{232}$ :



По вкладу в суммарную дозу облучения  $\text{Rn}^{222}$  примерно в 20 раз весомее, чем  $\text{Rn}^{220}$  (торон), однако, как правило, оба изотопа рассматриваются вместе и называются просто *радоном*.

Радон высвобождается из земной коры повсеместно и сообщает воздуху дополнительную объемную активность от 0,04 до 20 Бк/м<sup>3</sup>. Попадая внутрь организма вместе с вдыхаемым воздухом и частично оседая в легких,  $\alpha$ - и  $\beta$ -радиоактивные изотопы радоновой цепочки приводят к возникновению местных очагов облучения. Основную часть дозы облучения от радона человек получает, находясь в закрытом непрветриваемом помещении. В зонах с умеренным климатом концентрация радона в закрытых помещениях в среднем примерно в 8 раз выше, чем в наружном воздухе. Наиболее распространенные строительные материалы — дерево, кирпич и бетон — выделяют относительно немного радона. Гораздо большей удельной радиоактивностью обладают гранит, пемза, фосфогипс и красный кирпич. Однако основной источник радона в закрытых помещениях — это грунт. Поэтому, как правило, концентрация радона в верхних этажах многоэтажных домов ниже, чем на первом этаже. Герметизация помещений с целью их утепления только усугубляет ситуацию. При облицовке стен пластиковыми материалами, после покрытия стен слоем краски на эпоксидной основе или тремя слоями масляной краски эмиссия радона из них уменьшается примерно в 10 раз. Проветривание помещений существенно снижает в них концентрацию радона (рис. 4.13.1).

Менее важным источником поступления радона в жилые помещения является вода из глубоких колодцев и артезианских сква-



Рис. 4.13.1

жин. Радон проникает также в природный газ под землей, поэтому его концентрация в помещениях может существенно возрасти, если газонагревательные устройства не снабжены вытяжкой.

Эффективная эквивалентная доза облучения от радона и его дочерних продуктов  $\sim 1,3$  мЗв/год, т. е. больше половины годовой дозы, получаемой человеком от всех естественных источников радиации.

Естественная радиоактивность описывается известным законом радиоактивного распада:

$$N = N_0 \exp(-\lambda t), \quad (1)$$

где  $N_0$  — начальное число ядер;  $N$  — число нераспавшихся ядер к моменту времени  $t$ . Вводя понятие активности образца,  $\text{с}^{-1}$ ,

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N, \quad (2)$$

получим

$$A = A_0 \exp(-\lambda t). \quad (3)$$

Уравнения (1) и (3) позволяют найти период полураспада

$$T = \ln 2 / \lambda. \quad (4)$$

Графическое представление закона радиоактивного распада показано на рис. 4.13.2 и 4.13.3.

При определении постоянной распада можно воспользоваться экспериментально полученными кривыми и формулой:

$$\lambda = (\ln A_0 - \ln A_i) / (t_i - t_0). \quad (5)$$

В данной работе проводится сравнительный анализ уровней естественной радиоактивности воздуха на открытой местности и в помещении, а также опытная проверка закона радиоактивного

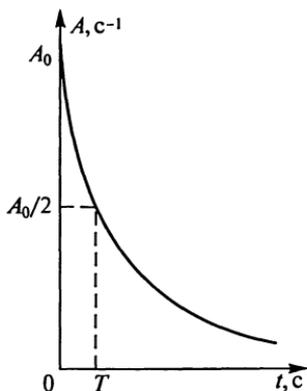


Рис. 4.13.2

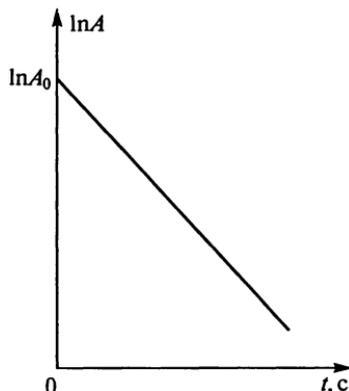


Рис. 4.13.3

распада с использованием короткоживущих дочерних продуктов распада радона.

Так как объемная активность воздуха составляет всего от 0,04 до 20 Бк/м<sup>3</sup> и не поддается непосредственному измерению, измеряют удельную активность волокнистого фильтра после прокачки через него большого объема воздуха с твердыми продуктами распада радона ( ${}_{84}\text{Po}^{218}$ ,  ${}_{82}\text{Pb}^{214}$ ,  ${}_{83}\text{Bi}^{214}$ ,  ${}_{84}\text{Po}^{214}$ ), осевшими на частицах пыли (радиусом от  $10^{-6}$  до  $10^{-7}$  см). В предлагаемой работе используется счетчик  $\beta$ -частиц, поэтому будет измеряться активность фильтра, определяемая изотопами  ${}_{82}\text{Pb}^{214}$  и  ${}_{83}\text{Bi}^{214}$ . Материнскими ядрами этой цепочки являются ядра короткоживущего изотопа  ${}_{84}\text{Po}^{218}$ .

Изменение активности фильтра со временем:

$$A(t) = A_0 \exp(-\lambda_{\text{эфф}} t), \quad (6)$$

где  $A_{\beta}(t) = A_1(t) + A_2(t)$  с учетом схемы распада радона-222, а  $\lambda_{\text{эфф}}$  — эффективная постоянная распада смеси изотопов на фильтре.

Так как число частиц, попавших в счетчик, пропорционально  $\beta$ -активности исследуемого фильтра, то

$$n_{\beta}(t) = n_{\beta}(0) \exp(-\lambda_{\text{эфф}} t). \quad (7)$$

Таким образом, построив экспериментальную зависимость количества  $\beta$ -частиц, попавших в счетчик от времени  $n_{\beta} = f(t)$ , можно по (4) определить эффективный период полураспада  $T_{\text{эфф}}$  смеси радионуклидов, осевших в фильтре.

### Описание экспериментальной установки

Лабораторная установка состоит из детектора ионизирующих излучений — счетчика Гейгера (рис. 4.13.4), расположенного в

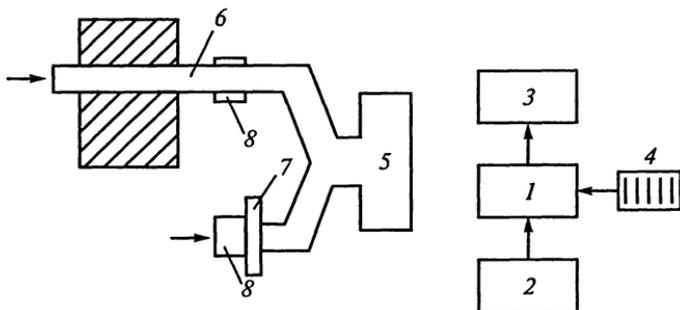


Рис. 4.13.4

измерительном блоке 1, стабилизированного источника питания 2, счетного устройства 3 и набора фильтров 4. Для сбора радиоактивного аэрозоля используется пылесос 5, откачная труба 6 для забора пробы с улицы, крепежное устройство 7 на шланг пылесоса для забора пробы в помещении и патрон 8 для фильтров. Сигналы со счетчика регистрируются счетным устройством и фиксируются через заданный интервал времени на индикаторе.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Сравнение содержания радона и продуктов его распада в закрытом помещении и на открытом воздухе.

1. Включите счетное устройство и подготовьте его к проведению измерений. Проведите измерение уровня естественного радиоактивного фона в лаборатории  $n_{\text{ф}}$  (имп/мин) за 5 мин. Измерения повторите не менее 5 раз и вычислите среднее значение  $n_{\text{ф ср.}}$ .

2. Проведите сбор радиоактивного аэрозоля на открытом воздухе. Для этого патрон с фильтром №1 закрепите в выходящей на улицу откачной трубе, соединенной с пылесосом, и прокачайте воздух через фильтр в течение 15 мин. Установите исследуемый фильтр над счетчиком частиц и определите скорость счета, проведя 5 измерений по 100 с. Вычислите среднее значение  $n_{1\text{ср}}$  (имп/мин).

3. Найдите активность исследуемого фильтра  $A_{1\text{ср}} \cong n_{1\text{ср}} - n_{\text{ф ср.}}$ .

4. Проведите сбор радиоактивного аэрозоля из воздуха лаборатории. Для этого установите патрон с фильтром №2 в крепежном устройстве. Наденьте крепежное устройство на шланг пылесоса и проведите в лаборатории в течение 15 мин прокачку воздуха через фильтр. Расположив фильтр напротив счетчика частиц и проведя

5 измерений длительностью по 100 с, определите скорость счета и вычислите  $n_{2cp}$  (имп/мин).

5. Определите активность исследуемого фильтра  $A_{2cp} \cong n_{2cp} - n_{ф ср}$ .

6. Сравните активности фильтров  $A_1$  и  $A_2$  и сделайте выводы.

**За д а н и е 2.** Оценка эффективного периода полураспада смеси изотопов.

1. Не убирая от счетчика фильтр № 2, снимите зависимость активности фильтра от времени. Установив «непрерывный» режим работы счетного устройства, проведите последовательно около 40 измерений длительностью по 100 с каждое.

2. Постройте графики зависимости  $A=f(t)$  и  $\ln A=f(t)$  и объясните полученные кривые.

3. По формулам (4) и (5) определите величину постоянной распада и эффективного периода полураспада исследуемой смеси изотопов. Расчеты  $\lambda$  и  $T_{1/2}$  проводите для участка  $t > 1000$  с.

**Д о п о л н и т е л ь н о е з а д а н и е.** При наличии резервного времени рекомендуется провести в течение 10—15 мин проветривание помещения, в котором проводится эксперимент, а затем вновь провести забор радиоактивной аэрозоли в помещении и сравнить активности фильтров. Сделать выводы об эффективности проветривания помещений для снижения концентрации в воздухе радона и продуктов его распада.

### Вопросы и упражнения

1. В чем физический смысл постоянной распада? Что называют периодом полураспада?

2. Каково происхождение  $\alpha$ - и  $\beta$ -частиц, возникающих при радиоактивных превращениях?

3. Что называют радиоактивным семейством? Какие радиоактивные семейства встречаются в природе?

4. Каково условие переходного равновесия в радиоактивной цепочке?

5. Какой изотоп получится из  ${}_{86}\text{Rn}^{222}$  после двух  $\alpha$ - и двух  $\beta$ -распадов?

6. Сколько  $\alpha$ - и  $\beta$ -распадов испытывает  $\text{U}^{238}$ , превращаясь в конечном счете в стабильный изотоп  $\text{Pb}^{206}$ ?

7. В каких двух основных формах встречается радон в природе?

8. Назовите основные источники поступления радона в помещения.

9. Почему радон и продукты его распада особенно опасны для внутреннего облучения организма?

10. Какие меры принимаются для снижения уровня концентрации радона в помещениях?

11. В чем заключается метод фильтрации? Какие радиоактивные изотопы оседают на фильтре?

12. Почему при расчетах активности препарата необходимо учитывать радиоактивный фон?

13. Почему рекомендуется проводить расчеты  $\lambda$  и  $T_{1/2}$  по графикам для участка  $t > 1000$  с?

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДОЛГОЖИВУЩЕГО ИЗОТОПА КАЛИЯ

Цель работы: экспериментальное определение периода полураспада  ${}_{19}\text{K}^{40}$ ; оценка  $\beta$ -активности исследуемого источника и человеческого организма.

Приборы и принадлежности: индикатор ионизирующих частиц, счетное устройство, стабилизированный источник питания, исследуемый источник — соль КСI.

Литература: [7, § 12.2—12.4]; [28]; [43, гл.6, гл. 13 § 2—6, гл. 9 § 4].

### Введение

В данной работе объектом исследования является один из самых распространенных естественных долгоживущих радиоактивных изотопов нашей планеты —  $\text{K}^{40}$ , период полураспада которого сравним со временем жизни Солнечной системы. Природный калий представляет собой смесь трех изотопов:  ${}_{19}\text{K}^{39}$  (около 93,1%),  ${}_{19}\text{K}^{40}$  (около 0,012%) и  ${}_{19}\text{K}^{41}$  (около 6,88%), из которых только  ${}_{19}\text{K}^{40}$  радиоактивен. Калий содержится в горных породах Земли и почве, а также входит в состав тканей растений, животных и человека (0,12—0,35% массы). Единственный изотоп, попадающий в организм человека через желудочно-кишечный тракт и воздействующий на него в течение всей жизни, — это  $\text{K}^{40}$ .

Схема распада  ${}_{19}\text{K}^{40}$  представлена на рис. 4.14.1. В 89% случаев распада этот изотоп калия претерпевает  $\beta^-$ -распад (переход нуклона из состояния нейтрона в состояние протона) с образованием изотопа  ${}_{20}\text{Ca}^{40}$  в основном состоянии:

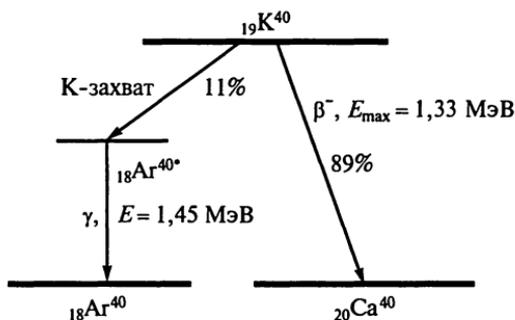
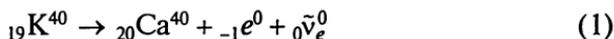
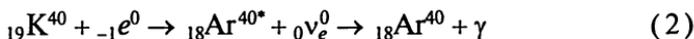


Рис. 4.14.1

Максимальная кинетическая энергия испускаемых при этом  $\beta$ -частиц равна  $E_{\max} = 1,33$  МэВ. В 11% случаев ядро  ${}_{19}\text{K}^{40}$  распадается путем захвата орбитального электрона ( $K$ -захват, переход нуклона из состояния протона в состояние нейтрона) с образованием изотопа  ${}_{18}\text{Ar}^{40}$  в возбужденном состоянии. Ядро  ${}_{18}\text{Ar}^{40}$  переходит из возбужденного состояния в основное, испуская  $\gamma$ -кванты с энергией  $E = 1,45$  МэВ:



Таким образом,  $\beta$ -распад ядра радиоактивного изотопа  ${}_{19}\text{K}^{40}$  сопровождается испусканием непрерывного спектра  $\beta$ -частиц с максимальной энергией 1,33 МэВ и моноэнергетического  $\gamma$ -излучения с энергией 1,45 МэВ.

Основная масса радиоактивного калия сосредоточена в мышцах. За счет этого радиоактивного изотопа, усваиваемого организмом вместе с нерадиоактивными изотопами калия, в среднем за год человек получает 0,3 мЗв (12,5% эффективной эквивалентной дозы облучения от естественных источников).

Для долгоживущих изотопов не пригоден обычный способ определения периода полураспада по уменьшению активности препарата со временем (экспоненциальный закон), так как за время проведения эксперимента активность препарата практически не меняется. Для определения периода полураспада таких изотопов необходимо знать *полную*, т.е. учитывающую все виды распадов, *активность* препарата  $A$  и число  $N$  радиоактивных атомов в нем:

$$A = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N = \frac{\ln 2}{T} N_0 V, \quad (3)$$

где  $\lambda$  — постоянная распада;  $N_0$  — число радиоактивных атомов в единице объема;  $V$  — объем источника;  $T$  — период полураспада.

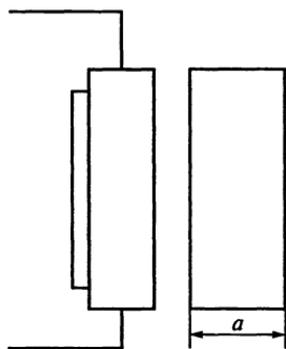


Рис. 4.14.2

Пусть источник, представляющий собой кювету толщиной  $a$  с солью  $\text{KCl}$ , приставлен к окну торцевого счетчика  $\beta$ -частиц (рис.4.14.2). Можно считать, что площадь излучающей поверхности источника равна площади окна счетчика  $S = ld$ .

Число частиц, вылетающих в направлении окна за 1 с из слоя толщиной  $dx$ , находящегося на расстоянии  $x$  от окна счетчика:

$$dn = \frac{1}{2} \frac{\ln 2}{T} N_0 S dx \epsilon, \quad (4)$$

где  $\epsilon$  — доля распадов  $\text{K}^{40}$ , происходящих путем  $\beta$ -распада.

При прохождении слоя вещества толщиной  $x$  плотность потока частиц убывает по закону:  $J = J_0 \exp(-\alpha x)$ , где  $\alpha$  — *линейный коэффициент поглощения*. Следовательно, часть этих частиц поглотится веществом и окна счетчика достигнут только  $\exp(-\alpha x) dn$  частиц. Проинтегрируем выражение  $\exp(-\alpha x) dn$  по всей толщине источника (толщина кюветы  $a$  много больше того расстояния, с которого еще долетают частицы до счетчика):

$$N^* = \int_0^{\infty} e^{-\alpha x} dn = \frac{\ln 2 N_0 S \varepsilon}{2 T \alpha}, \quad (5)$$

где  $N^*$  — число  $\beta$ -частиц, обусловленных распадом  $K^{40}$  и достигающих окна счетчика за 1 с.

Счетчик однако имеет определенную *эффективность*  $\varphi$ , т. е. регистрирует лишь некоторую долю влетающих в него  $\beta$ -частиц (значение  $\varphi$  указывается в паспорте установки) —  $\varphi N^*$ . Кроме того, счетчик срабатывает при попадании в него частиц фона. Фоновая скорость счета  $N_\phi$  при измерении обусловлена не только космическим излучением и радиоактивностью окружающей среды, но и  $\gamma$ -квантами, испускаемыми исследуемым препаратом. Поэтому полное число частиц, регистрируемых счетчиком за единицу времени, равно:

$$N^{**} = \varphi N^* + N_\phi = \frac{\ln 2 N_0 S \varphi \varepsilon}{2 T \alpha} + N_\phi. \quad (6)$$

Число радиоактивных атомов  $N_0$  в единице объема:

$$N_0 = \frac{N_A}{\mu_K} \frac{m^\circ}{V}, \quad (7)$$

где  $\mu_K$  — молярная масса  $^{19}K^{40}$ ;  $m^\circ$  — масса изотопа  $^{19}K^{40}$  в образце;  $V$  — объем образца;  $N_A$  — число Авогадро.

Если  $f$  — доля  $^{19}K^{40}$  ( $f = 1,19 \cdot 10^{-4}$ ) в природном калии, общая масса которого  $M_K$ , то

$$m^\circ = f M_K = f \frac{M_{KCl}}{\mu_{KCl}} \mu_K, \quad (8)$$

где  $M_{KCl}$  — масса источника, содержащего чистую соль  $KCl$ ;  $\mu_{KCl}$  — молярная масса  $KCl$ .

Подставляя (7) и (8) в (6), получаем

$$T = \frac{\ln 2 \cdot N_A f M_{KCl} \varepsilon S \varphi}{2 (N^{**} - N_\phi) \mu_{KCl} \alpha V}. \quad (9)$$

Линейный коэффициент поглощения  $\alpha$  ( $\text{см}^{-1}$ ) связан с толщиной *слоя половинного ослабления*  $\Delta\rho_{1/2}$  выражением:

$$\alpha = \frac{\ln 2}{\Delta\rho_{1/2}}. \quad (10)$$

Коэффициент поглощения зависит от плотности  $\rho$  поглощающего вещества:  $\alpha = \alpha^* \rho$ , где  $\alpha^*$  — *массовый коэффициент поглощения*. Тогда величину слоя половинного ослабления (или поглощения) ( $\text{г/см}^2$ ) с учетом материала поглотителя рассчитывают по формуле:

$$\Delta \rho^*_{1/2} = \frac{\ln 2}{\alpha^*} = \frac{\rho \ln 2}{\alpha} = \rho \Delta \rho_{1/2}. \quad (11)$$

Подставив (11) в (9), получаем окончательную формулу для расчета *периода полураспада* долгоживущего изотопа  $\text{K}^{40}$ :

$$T = \frac{N_A f_{\Phi \epsilon} S \Delta \rho^*_{1/2}}{2(N^{**} - N_{\Phi}) \mu_{\text{КСИ}}}. \quad (12)$$

Зная период полураспада  $T$ , по формуле (3) можно определить активность источника. Для источника массой  $M$  активность равна (расп/с)

$$A = \frac{\ln 2}{T} \frac{m^{\circ} N_A}{\mu_{\text{К}}}. \quad (13)$$

Тогда  $\beta$ -активность образца (расп/с) будет рассчитываться по формуле:

$$A_{\beta} = A \epsilon. \quad (14)$$

Единица активности в СИ — Беккерель (Бк),  $1 \text{ Бк} = 1 \text{ расп/с}$ . Активность источника выражают также в специальных (внесистемных) единицах Кюри:  $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ расп/с}$ . Таким образом можно записать:  $A(\text{Ки}) = A(\text{Бк}) / 3,7 \cdot 10^{10}$ .

### Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка (рис. 4.14.3) состоит из индикатора ионизирующих частиц — счетчика Гейгера  $1$  со стабилизированным источником питания  $2$ . Сигнал со счетчика поступает на вход счетного устройства  $3$ , где накапливается в течение заданного времени и фиксируется на табло. В работе используется экологически безопасный радиоактивный источник  $4$  — чистая соль  $\text{КСI}$ , запрессованная в кювету.

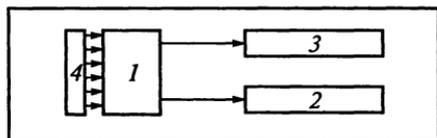


Рис. 4.14.3

## Измерения и обработка результатов

**За д а н и е 1.** Определение периода полураспада изотопа  ${}_{19}\text{K}^{40}$ .

1. Подготовьте счетное устройство к проведению измерений.

2. Определите число срабатываний счетчика, обусловленное радиоактивным фоном. Для этого установите блок с эталонным источником КС1 напротив окна счетчика и поместите между источником и окном счетчика пластину из алюминия толщиной  $\sim 1\text{см}$  (для полного поглощения испускаемых препаратом  $\beta$ -частиц). Измерьте количество импульсов, зарегистрированных счетчиком за 5 мин. Измерения повторите не менее 5 раз и найдите среднее значение фона  $N_{\text{ф ср}}$  (имп/с).

3. Убрав пластину, проведите измерения полного числа частиц  $N^{**}$ , регистрируемых счетчиком за 5 мин. Измерения повторите не менее 5 раз и найдите среднее значение  $N^{**}_{\text{ср}}$  (имп/с).

4. По формуле (12) рассчитайте период полураспада изотопа  ${}_{19}\text{K}^{40}$ . Значение  $\Delta\rho_{1/2}^*$  принять равным  $78,5 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^2$ .

**За д а н и е 2.** Оценка  $\beta$ -активности исследуемого источника и организма человека.

1. Используя формулу (14), рассчитайте  $\beta$ -активность исследуемого препарата. Выразите активность исследуемого препарата в Бк и Ки.

2. Определите  $\beta$ -активность изотопа  ${}_{19}\text{K}^{40}$ , содержащегося в вашем организме, считая, что в вашем организме 0,2% калия.

3. Часто в качестве одной из характеристик радиоактивного источника используют понятие *удельной активности* источника. Удельной активностью источника  $A_m$  называют отношение активности препарата к его массе:  $A_m = A/m$  (Бк/кг). Зная массу исследуемого источника, оцените его удельную активность.

4. Оцените величину удельной  $\beta$ -активности вашего организма за счет распада  ${}_{19}\text{K}^{40}$ .

5. Оцените мощность поглощенной дозы, обусловленной  $\beta$ -активностью изотопа  ${}_{19}\text{K}^{40}$ , содержащегося в тканях человеческого организма. Среднюю энергию излучаемых  $\beta$ -частиц принять равной 0,6 МэВ.

6. Оцените среднюю ожидаемую эффективную эквивалентную дозу облучения, которую вы получите за 70 лет жизни за счет присутствия в организме радиоактивного изотопа  $\text{K}^{40}$ . Сравните вычисленное значение с дозой облучения, которую человек в среднем получает от всех естественных источников излучения в течение 70 лет жизни.

### Вопросы и упражнения

1. Запишите закон радиоактивного распада. Поясните физический смысл постоянной распада и периода полураспада.

2. Что называют активностью радиоактивного препарата? Перечислите известные вам единицы измерения активности.

3. Запишите уравнения реакций для распада ядер по схеме  $\beta^+$ - и  $\beta^-$ -распада,  $K$ -захвата.

4. Какие особенности  $\beta^-$ -распада свидетельствуют об участии нейтрино в этом процессе?

5. Какие естественные радиоактивные изотопы ответственны за постоянное внутреннее облучение человеческого организма?

6. Как воздействует изотоп  $^{40}_{19}\text{K}$  на организм человека?

7. Какие факторы необходимо учитывать при оценке внутреннего облучения организма?

8. Определите концентрацию  $\text{K}^{40}$  в коровьем молоке, если на 1 л молока приходится 1,4 г естественного калия и если он содержит 0,0119% радиоактивного  $\text{K}^{40}$ .

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.15

### ИЗУЧЕНИЕ ТРЕКОВ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ МЮОНОВ

**Цель работы:** изучение треков элементарных частиц в ядерной фотоэмульсии; измерение пробега и оценка энергии мюона, образующегося при  $\pi^+ - \mu^+$ -распаде.

**Приборы и принадлежности:** микроскоп, препаратоводитель, фотопластинка со следами распадов элементарных частиц, лампа подсветки.

**Литература:** [3, § 13.1—13.4]; [39, гл. 7].

### Введение

Прямая регистрация следов заряженных частиц в фотоэмульсиях является одним из важнейших методов в современной ядерной физике и имеет обширную область применения.

В ядерных фотоэмульсиях, используемых при регистрации заряженных частиц, для увеличения чувствительности относительно содержание галоидного серебра по сравнению с желатиной примерно в 8 раз больше, чем в обычных эмульсиях, а толщина слоя фотоэмульсии в 10—100 раз больше толщины слоя обыкновенной эмульсии.

Треки заряженных частиц в фотоэмульсии образуются в результате следующих процессов. Частица, попадая в микрокристаллы  $\text{AgBr}$ , возбуждает электроны, образующие ионную связь в молекуле. Возбужденные электроны покидают отрицательный ион брома и переходят к положительному иону серебра; в результате образуются два нейтральных атома:  $\text{Br}^- + \text{Ag}^+ \rightarrow \text{Br} + \text{Ag}$ . Оставшееся после обработки эмульсии аморфное серебро образует видимый след — трек.

До создания ускорителей единственным источником высокоэнергичных частиц были космические лучи, в которых выделены две компоненты: жесткая, проникающая через большие толщи свинца, и мягкая, сильно поглощаемая свинцом и включающая легкие элементарные частицы, в первую очередь электроны. Частицы жесткой компоненты были первоначально названы мезонами, так как они имели массу, промежуточную между массами протона и электрона:  $M \approx 200m_e$ . Впоследствии были найдены другие частицы с массой  $M \approx 300m_e$ , которые, как оказалось, относятся к классу *адронов*, и были названы  $\pi$ -мезонами. Частицы же с массой  $M \approx 200m_e$ , относящиеся к классу *лептонов*, получили название *мюонов*. Массы  $\pi$ -мезонов и мюонов измерены с высокой точностью. В данной работе достаточно использовать следующие приближенные значения:  $M_\pi \approx 275m_e$ ,  $M_\mu \approx 207m_e$ .

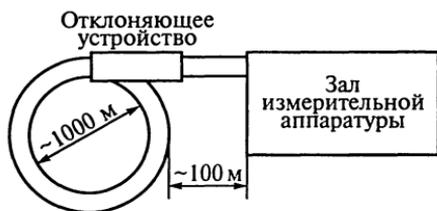


Рис. 4.15.1

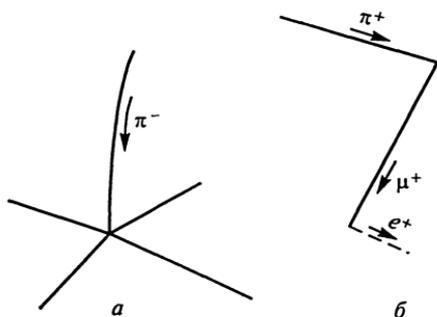
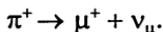


Рис. 4.15.2

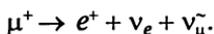
Схема регистрации  $\pi$ -мезонов (*пионов*) показана на рис. 4.15.1. Протоны, ускоренные до энергии 7 ГэВ, выводятся отклоняющим устройством из кольцевого ускорителя и попадают в мишень. Под действием энергичных протонов в мишени образуются пучки  $\pi^+$ - и  $\pi^-$ -мезонов, регистрируемые фотоэмульсией.

В фотоэмульсии отрицательный пион может близко подойти к ядру, поглотиться им и вызвать деление ядра, осколки которого разлетаются во все стороны, образуя «звезду» (рис. 4.15.2, *а*).

В отличие от отрицательного, положительные пионы вследствие кулоновского отталкивания не могут приблизиться к положительно заряженным ядрам и распадаются с рождением мюона. На рис. 4.15.2, *б* показана схема распада положительного пиона на мюон и нейтрино:



Мюон — нестабильная частица, распадающаяся за время порядка микросекунды с образованием позитрона  $e^+$ , электронного нейтрино  $\nu_e$  и мюонного антинейтрино  $\bar{\nu}_\mu$ :



Положительный пион оставляет в фотоэмульсии достаточно четкий след с утолщением к концу из-за уменьшения скорости движения. Кулоновское взаимодействие с ядрами атомов может привести к искривлению трека. После излома трека, означающего распад пиона, след в фотоэмульсии соответствует движению положительного мюона. Нейтрино следа не оставляет.

### Описание экспериментальной установки

В работе используют микроскоп и фотоэмульсию, облученную  $\pi$ -мезонами. Исследуемая эмульсия находится на предметном столике микроскопа и может перемещаться в двух взаимно перпендикулярных направлениях с помощью препаратоводителя. Для того чтобы сфокусировать микроскоп на слой эмульсии, необходимо винтом грубой наводки опустить тубус на расстояние нескольких миллиметров от фотопластинки. При этом необходимо соблюдать осторожность, чтобы не продавить эмульсию. Далее следует вести поиск следов  $\pi$ - $\mu$ -распада на различной глубине с помощью микрометрического винта. На столике имеются две шкалы, с помощью которых определяются координаты найденной точки распада. Длина трека определяется разностью координат его начала и конца, умноженной на цену деления окулярного микрометра. Для объектива с восьмикратным увеличением цена деления микрометра равна 12,5 мкм, а с двадцатикратным увеличением — 5 мкм. Просматривать пластинку удобно полосами от одного края к другому, перемещая ее на столике с помощью винтов препаратоводителя. Ширина этих полос должна быть равна диаметру поля зрения объектива.

### Измерения и обработка результатов

Частица входит в эмульсионный слой под небольшим углом к его поверхности, как это показано на рис. 4.15.3, где  $L$  — длина пробега,  $L_{\text{гор}}$ ,  $h$  — горизонтальная и вертикальная проекции трека.

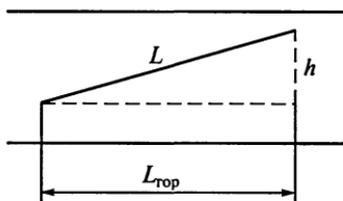


Рис. 4.15.3

Поле зрения микроскопа в большинстве случаев меньше длины пробега частицы, поэтому измерение горизонтальной проекции следа  $L_{\text{гор}}$  производится путем последовательных фокусировок, производимых одновре-

менно с перемещением пластинки относительно объектива. При измерении  $L_{\text{гор}}$  удобно пользоваться «опорными» точками на треке (утолщения, сужения и т. д.). Высота  $h$  измеряется с помощью микрометрического винта. Для этого надо сфокусировать объектив на начальную точку трека и зафиксировать ее координаты на шкале винта. Затем то же самое следует сделать для конечной точки трека. Разность отсчетов по шкале микрометрического винта, умноженная на цену деления  $h_1$ , отличается от  $h$  вследствие усадки эмульсии и изменения в ней скорости света. Таким образом,

$$h = \chi n h_1, \quad (1)$$

где  $\chi$  — коэффициент усадки;  $n = 1,52$  — показатель преломления эмульсии.

Коэффициент усадки  $\chi$  определяется из отношения начальной толщины эмульсии ( $d_0 = 400$  мм) к толщине  $d$  после обработки, которая определяется поочередной фокусировкой на верхнюю и нижнюю поверхности эмульсии:

$$\chi = d_0/d; \quad d = nk(N_2 - N_1), \quad (2)$$

где  $k$  — цена деления микрометрического винта;  $N_1$  и  $N_2$  — соответствующие значения по шкале микрометрического винта при фокусировке на верхнюю и нижнюю поверхности эмульсии.

Теперь можно определить длину пробега:

$$L = \sqrt{L_{\text{гор}}^2 + h^2} = \sqrt{L_{\text{гор}}^2 + (\chi n h_1)^2}. \quad (3)$$

Первоначальная кинетическая энергия мюона (МэВ) находится по эмпирической формуле

$$T_x = \alpha \left( \frac{m_\mu}{m_p} \right)^{1-\varepsilon} Z_\mu^{2\varepsilon} L_\mu^\varepsilon, \quad (4)$$

где  $m_p$  — масса протона;  $m_\mu$  и  $Z_\mu$  — масса и заряд мюона, равный элементарному заряду; для эмульсий, используемых в данной работе,  $\alpha = 0,25$  и  $\varepsilon = 0,58$ ;  $L_\mu$  — длина пробега, мкм.

**З а д а н и е 1.** Измерение длины пробега положительного мюона.

1. Найдите на фотоэмульсии след  $\pi^+ - \mu^+$ -распада. Перед проведением измерений убедитесь, что мюон остановился в эмульсии. Зарисуйте наблюдаемую картину.

2. Фокусируя объектив на верхнюю и нижнюю поверхности эмульсии, определите коэффициент усадки  $\chi$  по формуле (2).

3. Пользуясь описанной выше методикой, определите вертикальную  $h$  и горизонтальную  $L_{\text{гор}}$  проекции трека мюона.

4. По формуле (3) рассчитайте длину пробега мюона  $L$ .

Задание 2. Оценка энергии положительного мюона.

Пользуясь формулой (4), рассчитайте энергию, с которой испускается мюон при  $\pi^+-\mu^+$ -распаде.

### Вопросы и упражнения

1. Какие типы ускорителей заряженных частиц вам известны?
2. Какие методы регистрации элементарных частиц применяют в ядерных исследованиях?
3. Как было открыто нейтрино? Каковы ее характеристики?
4. Что такое космические лучи?
5. Как классифицируются элементарные частицы в зависимости от типов взаимодействий, в которых они участвуют?
6. Перечислите все лептоны. Каковы их времена жизни, масса, спин?
7. Перечислите все известные кварки. Каковы их спин, заряды, массы?
8. Какой кварковый состав протона, нейтрона,  $\pi^0$ -,  $\pi^-$ - и  $\pi^+$ - мезонов?
9. Участвуют ли адроны в слабом взаимодействии?
10. Какие типы взаимодействий обуславливают следующие реакции:  
 $\pi^- \rightarrow \mu^- + \nu_\mu$ ;  $e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma$ ;  ${}_6\text{C}^{14} \rightarrow {}_7\text{N}^{14} + {}_{-1}e^0$ ;  ${}_1\text{P}^1 + {}_3\text{Li}^7 \rightarrow {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$ ?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4.16

#### ИЗУЧЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА

Цель работы: экспериментальное подтверждение случайности отдельного акта радиоактивного распада атомного ядра.

Приборы и принадлежности: персональный компьютер (ПК), дозиметр РКСБ-104, пакетик с калийным удобрением (КСI или  $\text{K}_2\text{SO}_3$ ).

Литература: [3, § 12.1—12.4]; [9, гл. 11]; [25].

### Введение

Существенной чертой радиоактивного распада является случайность отдельного акта распада атомного ядра. С математической точки зрения это означает, что вероятность распада конкретного ядра в интервале времени от  $t_1$  до  $t_2$  зависит лишь от разности этих времен  $t_2 - t_1$  и не зависит от того, где этот интервал времени взят — через секунду после начала наблюдения или через год. Одним из способов проверки случайности распада является изучение статистики отсчетов детектора, который регистрирует частицы, образующиеся при распаде ядра.

Если радиоактивный препарат является достаточно долгоживущим, то его активность не изменяется со временем. В этом случае вероятность первого отсчета в течение времени  $dt$  будет равна

$$dp = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt, \quad (1)$$

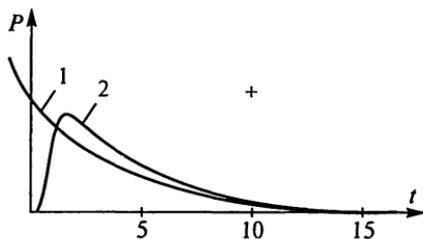


Рис. 4.16.1

где  $\tau$  — среднее время между отсчетами;  $t$  — время, прошедшее с начала наблюдения.

За начало наблюдения можно выбрать момент времени, отвечающий предыдущему отсчету. Тогда выражение (1) описывает плотность вероятности распределения промежутков времени между двумя последовательными отсчетами (рис.4.16.1, кривая 1). Реальный детектор обладает так называемым мертвым временем, в течение которого после прихода частицы он не может регистрировать следующую частицу. Поэтому экспериментальная плотность вероятности отличается от выражения (1). Примерный ее вид приведен на рис 4.16.1 (кривая 2). Таким образом, если в процессе эксперимента получено распределение интервалов времени между двумя последовательными отсчетами, которое при достаточно больших интервалах выражается формулой (1), то можно говорить о случайном характере отсчетов, а значит и о случайном характере радиоактивного распада.

### Описание экспериментальной установки

Экспериментальная установка состоит из дозиметра РКСБ-104 (см. лабораторную работу 4.12), соединенного с компьютером (ПК). В качестве источника радиоактивного излучения выбран изотоп  $^{19}\text{K}^{40}$ , содержащийся в пакете с калийным удобрением (КСИ). Образующиеся в результате радиоактивного распада  $\beta$ -частицы регистрируются дозиметром, и импульсы напряжения подаются на вход ПК через параллельный порт. ПК с помощью специальной программы регистрирует время прихода каждого импульса и записывает его в файл. Полученные таким образом экспериментальные результаты обрабатывают в одной из систем компьютерной алгебры, например DERIVE или MathCAD.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение времени прихода импульсов.

Расположите источник радиоактивного излучения вплотную к трубкам дозиметра (без крышки-фильтра). Включите ПК и запустите программу регистрации импульсов, выбрав время измерения. По окончании заданного времени данные о промежутках времени между импульсами будут записаны в файл в ASCII-формате и считаны DERIVE для дальнейшей обработки. Убедитесь, что в файле записано не менее 300 точек. Если число измерений меньше, то увеличьте время и повторите эксперимент.

**Задание 2.** Расчет распределения интервалов между двумя последовательными импульсами.

Определите среднее значение времени между двумя отсчетами  $\tau$ . Затем задайте интервал времени, равный примерно  $\tau/4$ . Постройте гистограмму, показывающую число интервалов времени между импульсами, попадающими в интервалы времени  $(0, \tau/4)$ ,  $(\tau/4, \tau/2)$ ,  $(\tau/2, 3\tau/4)$  и т.д. Постройте в этих же осях теоретическую кривую по формуле (1). Определите среднеквадратичное отклонение (СКО) экспериментальной гистограммы от теоретической кривой. На основе полученного значения сделайте вывод о случайности процесса радиоактивного распада.

**Задание 3.** Исследование влияния «мертвого времени»  $t_m$  счетчика на соответствие гистограммы теоретической кривой.

Решите эту задачу методом математического моделирования. Воспользовавшись генератором случайных чисел, получите упорядоченный набор значений  $n_z$  случайной величины, равномерно распределенной на заданном интервале, и постройте соответствующую гистограмму интервалов времени между отсчетами. Найдите СКО гистограммы от кривой 1 (см. рис. 4.16.1) и убедитесь, что полученное значение СКО соответствует теоретическим расчетам. Далее, взяв ту же последовательность  $n_z$ , исключите из нее значения, дающие интервалы меньше  $\tau/4$ , вновь постройте гистограмму и найдите ее СКО. То же самое проделайте для  $t_m = \tau/8$ ,  $t_m = \tau/2$  и  $t_m = \tau$ . Оцените скорость счета (имп/с) счетчика, при которой влияние «мертвого времени» становится существенным (СКО возрастает в 3 раза), если  $t_m = 300$  мкс.

### Вопросы и упражнения

1. Выведите формулу (1).
2. Как устроен счетчик Гейгера — Мюллера?
3. Какие частицы регистрирует счетчик Гейгера — Мюллера?
4. Что такое «мертвое время счетчика»? Чем оно определяется?
5. Насколько опасно для человека находиться вблизи источника, дающего скорость счета, полученную в последнем задании?
6. Какие преимущества дает использование ПК в данной работе?

## Раздел 5. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.1

#### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОЭЛЕКТРОНОВ ПО СКОРОСТЯМ

Цель работы: экспериментальное исследование распределения Максвелла.

Приборы и принадлежности: электронная лампа — пентод 6П9, выпрямитель ВУП-2, выпрямитель ВС-24М, миллиамперметр, сопротивления (5 МОм, 200 Ом), вольтметр.

Литература: [8, § 3.1, 3.2]; [32, § 2.6, 2.7]; [16, § 2.2, 2.3].

#### Введение

В замкнутом сосуде, наполненном газом, при температуре  $T$  устанавливается термодинамическое равновесие, которое характеризуется определенным распределением молекул по скоростям — распределением Максвелла. Среднее число молекул в единице объема  $dn$ , скорость которых заключена между  $\vec{v}$  и  $\vec{v} + d\vec{v}$ , равно произведению средней концентрации молекул идеального газа  $n$  на вероятность  $dP(\vec{v})$  того, что скорость молекулы лежит в интервале  $\vec{v} \div \vec{v} + d\vec{v}$ :

$$\overline{dn} = \overline{n} dP(\vec{v}). \quad (1)$$

В зависимости от выбранной системы координат вид функции  $dP(\vec{v})$  различен:

в декартовой системе

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT}} dv_x dv_y dv_z; \quad (2)$$

в цилиндрической системе

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{m(v_r^2 + v_z^2)}{2kT}} v_r dv_r dv_z d\varphi; \quad (3)$$

в сферической системе

$$dP(\vec{v}) = Ce^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 \sin \theta dv d\theta d\varphi, \quad (4)$$

где  $C$  — нормировочная константа, остальные обозначения являются общепринятыми.

Интегрируя (4) по всем возможным значениям углов  $\varphi$  и  $\theta$ , можно найти вероятность  $dP(v)$  того, что молекула имеет абсолютное значение скорости в интервале от  $v$  до  $v + dv$ :

$$dP(v) = 4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha v^2} v^2 dv, \text{ где } \alpha = m/2kT. \quad (5)$$

Функция  $F(v) = \frac{dP(v)}{dv}$  обращается в нуль при  $v = 0$  и  $v \rightarrow \infty$ , имеет максимум при

$$v = v_0 = \alpha^{-1/2} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \quad (6)$$

(скорость  $v_0$  называют наивероятнейшей).

Изучать функцию распределения  $F(v)$  удобно в так называемом приведенном виде, приняв в качестве переменной безразмерную величину  $u = v/v_0$  (ее называют приведенной скоростью). Приведенная функция распределения имеет вид:

$$F(u) = \frac{dP(u)}{du} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} u^2 e^{-u^2}. \quad (7)$$

График этой функции изображен на рис. 5.1.1. Максимум функции  $F(u)$  достигается при  $u = 1$ , значение функции в максимуме равно  $\frac{4}{e\sqrt{\pi}} \approx 0,83$ .

Экспериментальная проверка распределения молекул по скоростям является одной из важнейших задач молекулярной физики. Существует несколько методов, прямых и косвенных, доказывающих справедливость этого закона. В лабораторной работе для исследования вида функции распределения по скоростям предлагается метод задерживающего потенциала.

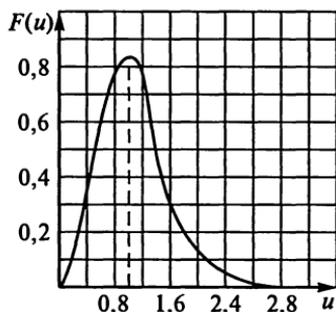


Рис. 5.1.1

Суть метода состоит в следующем. Известно, что электронный газ, который образуется в пространстве между катодом и управляющей сеткой электронной лампы вследствие термоэлектронной эмиссии, подчиняется статистике Максвелла. Из-за конструктивных особенностей многоэлектродной лампы типа пентода электронное облако обладает осевой симметрией (катод, анод и сетки представляют собой коаксиальные цилиндры). Для описания статис-

тических свойств электронного газа в этом случае удобно применять формулу (3).

Если электроны, вылетающие из облака, заставить проходить через задерживающее радиальное электрическое поле, то при некоторой разности потенциалов  $U_3$  преодолеть влияние поля могут только те электроны, у которых радиальная составляющая скорости удовлетворяет условию

$$\frac{mv_r^2}{2} \geq eU_3,$$

где  $v_r$  — радиальная составляющая скорости электрона;  $e$  — заряд электрона.

Определим число электронов, пролетающих через тормозящее поле в единицу времени, и возникающий анодный ток.

Сначала, пользуясь формулами (1) и (3), определим число электронов, имеющих значение радиальной составляющей скорости в интервале от  $v_r$  до  $v_r + dv_r$ . Интегрируя (1) с учетом выражения (3) по азимутальному углу  $\varphi$  в пределах от 0 до  $2\pi$  и по компоненте скорости  $v_z$  от  $-\infty$  до  $+\infty$ , получим

$$\overline{dn_{v_r}} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} dv_z \bar{n} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} e^{-\alpha v_z^2} e^{-\alpha v_r^2} v_r dv_r = \bar{n} 2\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} v_r dv_r.$$

Число электронов  $\overline{\Delta n_{v_r}}$ , проходящих через поверхность цилиндрического электрода в единицу времени, равно  $v_r \overline{dn_{v_r}}$ , т. е.

$$\overline{\Delta n_{v_r}} = \bar{n} 2\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} v_r^2 dv_r.$$

Наконец, число электронов  $\bar{n}_{v_r}$ , пролетающих в единицу времени через пространство с запирающим потенциалом  $U_3$ , определяется общим числом электронов, скорости которых превышают

$$v_r^0 = \sqrt{\frac{2eU_3}{m}}.$$

$$\bar{n}_{v_r} = \int_{v_r^0}^{\infty} 2\pi \bar{n} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right) e^{-\alpha v_r^2} v_r^2 dv_r. \quad (8)$$

Из (8) видно, что общее число электронов, пролетающих в единицу времени через тормозящее поле, равно интегралу с переменным нижним пределом от выражения, совпадающего с точностью до постоянного множителя с распределением Максвелла (5). Число электронов, достигающих анода за единицу времени, определяет величину анодного тока:  $I_a = e\bar{n}_{v_r}$ .

Меняя значение задерживающей разности потенциалов, можно получить функцию  $I_a = f(\sqrt{U_3})$ , производная которой по  $\sqrt{U_3}$  представляет собой функцию, вид которой совпадает (с точнос-

тью до постоянного множителя) с распределением Максвелла по скоростям (5).

### Описание экспериментальной установки

В работе распределение Максвелла проверяется на установке, электрическая схема которой приведена на рис. 5.1.2. В качестве электронной лампы применяют пентод 6П9. Электронное облако образуется в пространстве «катод — управляющая сетка», потенциалы которых практически одинаковы. Между сетками  $g_2$  и  $g_1$  с помощью выпрямителя ВС-24М создается тормозящее поле. Для более точной регулировки запирающего напряжения  $U_3$  в цепь включен потенциометр  $R_n$ , на который подается напряжение 15 В с прибора ВС-24М после предварительной стабилизации.

Электроны, пролетающие пространство с тормозящим полем, проходят затем ускоряющее поле между анодом и последней сеткой  $g_3$ . Ускоряющая разность потенциалов создается выпрямителем (ВУП-2). Разность потенциалов между анодом и сеткой  $g_3$  подбирается так, чтобы обеспечить в анодной цепи ток насыщения. При этом все электроны, скорость которых превышает  $v_r^0$ , попадают на анод. Между сетками  $g_2$  и  $g_3$  включен резистор  $R_2$ , сопротивление утечки которого равно 5 МОм.

Электрическая схема включения пентода позволяет свести к минимуму влияние изменения разности потенциалов между сетками  $g_1$  и  $g_2$  на плотность электронов в околокатодном пространстве, а также взаимное влияние источников питания в анодной цепи и в цепи, где создается задерживающая разность потенциа-

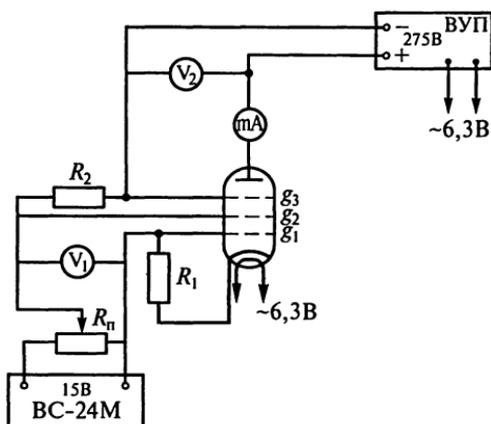


Рис. 5.1.2

лов, что существенно при проверке закона распределения электронов по скоростям.

На измерительном стенде расположены панель для установки лампы *I*, миллиамперметр *2* для измерения анодного тока, вольтметр *3* для измерения запирающего напряжения, а в нижнем правом углу стенда расположена ручка *4* потенциометра для точной регулировки запирающего напряжения; вольтметр *5* предназначен для измерения анодного напряжения (рис. 5.1.3).

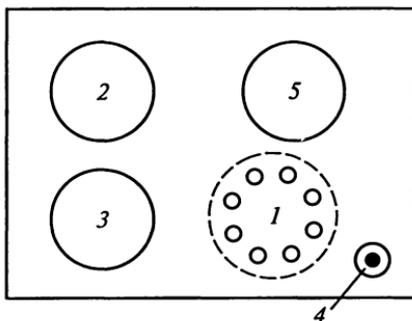


Рис. 5.1.3

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение экспериментальной зависимости  $I_a$  от  $\sqrt{U_3}$ .

Соберите схему согласно рис. 5.1.2. С помощью ручки управления выпрямителя ВУП-2 установите анодное напряжение 275 В, обеспечивающее ток насыщения в анодной цепи.

Установите на вольтметре выпрямителя ВС-24М напряжение 15 В, которое подается на потенциометр.

С помощью ручки *4* (см. рис. 5.1.3) изменяйте задерживающее напряжение  $U_3$  от 0 до 10 В, причем в интервале от 0 до 3 В меняйте его через 0,2 В, в интервале от 3 до 10 В — через 0,5 В. Для каждого значения задерживающего потенциала фиксируйте анодный ток. Подобного рода измерения проведите три раза.

Результаты измерений занесите в таблицу и, определив средние значения анодного тока при каждом значении задерживающего потенциала, постройте график

$$I_a = f(\sqrt{U_3}). \quad (9)$$

**Задание 2.** Определение распределения термоэлектронов по скоростям.

Продифференцируйте экспериментальную функцию (9)

$$\frac{\partial I_a}{\partial(\sqrt{U_3})} = f_1(\sqrt{U_3}) = \frac{\partial f(\sqrt{U_3})}{\partial(\sqrt{U_3})}, \quad (10)$$

которая с точностью до постоянного множителя должна совпадать с функцией распределения Максвелла (10). Дифференциро-

$u$	$F(u)$	$u$	$F(u)$	$u$	$F(u)$
0,2	0,087	1,0	0,830	1,8	0,286
0,4	0,308	1,2	0,770	2,0	0,166
0,6	0,567	1,4	0,623	2,2	0,086
0,8	0,762	1,6	0,447	2,4	0,041

вание производят или графически, или на компьютере с помощью специальной программы.

При графическом дифференцировании функции рекомендует-ся следующий порядок действий.

1. Определите абсциссу точки перегиба графика  $(\sqrt{U_3})_0$  и значение производной в точке перегиба  $f_{10}$ .

2. Найдите значения производной  $f_1$  еще примерно в 10 точках графика.

3. Произведите нормировку переменных экспериментальной функции  $f_1$  как по оси абсцисс, так и по оси ординат. Цель этой нормировки — добиться того, чтобы полученная в эксперименте функция  $f_1$  и приведенная функция Максвелла  $F(u)$  совпадали в точке максимума. Для этого рассчитайте нормировочные коэффициенты  $K_X$  и  $K_Y$  следующим образом:

$$K_X = 1/(\sqrt{U})_0, \quad K_Y = 0,83 / f_{10}.$$

Результаты представьте в виде таблицы.

Постройте график нормированной функции, откладывая по оси абсцисс величину  $K_X \sqrt{U}$ , а по оси ординат —  $K_Y f_1$ .

4. Для сравнения с теоретической кривой распределения Максвелла постройте в тех же координатных осях функцию  $F(u)$  с помощью табл. 1. Точки максимума этих двух графиков должны совпадать.

#### РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ ПК

Как было сказано выше, для дифференцирования функции могут быть использованы специальные программы: MicroOrigin, DERIVE. Возможно использование любых других математических пакетов.

#### Вопросы и упражнения

1. Изобразите графики функции распределения Максвелла по  $x$ -компонентам скоростей  $F(v_x) = \frac{dP(v_x)}{dv_x}$  для двух разных температур.

2. Чему равны среднее значение скорости, среднее значение квадрата скорости, значение наиболее вероятной скорости для молекул идеального газа?

3. Получите формулу (7) для приведенной функции Максвелла.

4. Каких частиц в равновесной системе больше: со скоростями, большими наиболее вероятной скорости  $v_0$ , или меньшими  $v_0$ ?

5. Как изменяется вид графиков функции Максвелла  $F(v)$  в зависимости от температуры и массы частиц? Меняется ли при этих условиях вид графиков приведенной функции  $F(u)$ ?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.2

### ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ БРОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ

Цель работы: изучение закона распределения броуновских частиц в поле тяжести и экспериментальное определение объема броуновской частицы.

Приборы, принадлежности, материалы: микроскоп, диафрагма, предметное стекло с ванночкой, акварельная краска, вода, покровное стекло, секундомер.

Литература: [4, § 3.3, 3.4]; [7, § 2.8]; [19, § 2.4].

#### Введение

В условиях термодинамического равновесия в отсутствие внешних полей вероятность нахождения молекулы идеального газа в окрестности какой-либо точки объема, занимаемого газом, одинакова по всему объему. Именно поэтому концентрация частиц при этих условиях одинакова во всех частях объема.

Однако если газ находится во внешнем поле с потенциальной энергией  $E_{\Pi}(\vec{r})$ , то вероятность нахождения частицы в единичном объеме в окрестности точки  $\vec{r}$  определяется Больцмановским множителем  $e^{-\frac{E_{\Pi}(\vec{r})}{kT}}$  (здесь  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — абсолютная температура). В то же время концентрация частиц пропорциональна вероятности их нахождения в некоторой области объема. Поэтому средние концентрации частиц  $n_1$  и  $n_2$ , соответствующие значениям потенциальной энергии  $E_{\Pi 1}$  и  $E_{\Pi 2}$ , связаны между собой соотношением

$$n_2 = n_1 e^{-\frac{E_{\Pi 2} - E_{\Pi 1}}{kT}}. \quad (1)$$

Формула (1) выражает так называемое распределение Больцмана. Оно справедливо не только для молекул идеального газа, но

и для совокупности любых других классических частиц, находящихся во внешнем поле в состоянии термодинамического равновесия. Например, броуновские частицы, находящиеся в равновесии с молекулами газа или жидкости, подчиняются распределению Больцмана.

Разность потенциальных энергий между двумя уровнями  $E_{П2} - E_{П1}$  для броуновских частиц определяется работой  $A_{12}$  силы, действующей на частицу при ее перемещении с одного уровня на другой. В частности, для броуновской частицы в жидкости при наличии однородного поля тяжести

$$E_{П2} - E_{П1} = A_{12} = (\rho - \rho_0)gV\Delta h, \quad (2)$$

где  $\rho$ ,  $\rho_0$  — плотности соответственно броуновской частицы и жидкости;  $g$  — ускорение свободного падения;  $V$  — объем броуновской частицы;  $\Delta h$  — расстояние между уровнями по вертикали.

Из формул (1) и (2) можно получить выражение, определяющее объем броуновской частицы:

$$V = \frac{kT \ln \frac{n_1}{n_2}}{g(\rho - \rho_0)\Delta h}, \quad (3)$$

где  $n_1$  и  $n_2$  — средние концентрации частиц в нижнем и верхнем слоях жидкости.

В предлагаемой работе объектом исследования служат частицы мелкотертой акварельной краски, взвешенные в воде. Эти частицы находятся в состоянии термодинамического равновесия с молекулами воды, и, следовательно, к ним применимы все рассуждения, которые приведены выше. Для вычисления объема этих частиц с помощью соотношения (3) необходимо определить концентрации частиц на двух уровнях, расстояние между которыми составляет некоторую величину  $\Delta h$ . Броуновские частицы наблюдаются визуально с помощью микроскопа.

### Описание экспериментальной установки

Раствор акварельной краски заливают в углубление предметного стекла, закрывают сверху покровным стеклом так, чтобы под ними не было воздушных пузырьков, и закрепляют на предметном столике микроскопа.

Из-за малой глубины резкости изображения в поле зрения микроскопа можно одновременно видеть частицы краски, находящиеся в очень тонком горизонтальном слое жидкости. Переместив тубус микроскопа на небольшую величину  $\Delta h_m$ , можно

наблюдать другой слой жидкости, отстоящий от первого на расстоянии  $\Delta h = n_{\text{в}} \Delta h_{\text{м}}$ , где  $n_{\text{в}} = 1,33$  — показатель преломления воды. Перемещение тубуса  $\Delta h_{\text{м}}$  отсчитывается по шкале микрометрического винта. Для ограничения поля зрения в окуляр микроскопа помещают диафрагму (металлическую фольгу с небольшим отверстием).

Чтобы определить отношение средних концентраций броуновских частиц  $n_1/n_2$  на двух уровнях, на каждом уровне делается не менее 30 подсчетов числа частиц, *одновременно* наблюдаемых в поле зрения, ограниченном окулярной диафрагмой. Среднее число частиц, наблюдаемых в данном слое, пропорционально концентрации частиц на уровне этого слоя. Поэтому отношение концентраций частиц на разных высотах можно принять равным отношению средних чисел частиц  $n_1$  и  $n_2$  на соответствующих уровнях.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Наблюдение броуновского движения и определение средних чисел частиц  $\bar{n}_1$  и  $\bar{n}_2$  на двух уровнях.

Начните наблюдение, опустив объектив вплотную к покровному стеклу. Вращая микрометрический винт на себя, поднимайте медленно тубус микроскопа до тех пор, пока в поле зрения не появятся частицы. Убедитесь, что при небольших перемещениях тубуса изображения одних частиц исчезают, а других появляются.

Вставьте в окуляр микроскопа диафрагму, ограничивающую поле зрения. Выберите нижний уровень так, чтобы в ограниченном поле зрения наблюдалось одновременно 5—9 частиц.

Подсчитайте число частиц, одновременно наблюдающихся в поле зрения. Подсчет проводят 25—30 раз через равные промежутки времени (например, через 10 с). Среднее арифметическое значение числа частиц определит искомое значение  $\bar{n}_1$ .

Для определения числа частиц  $\bar{n}_2$  на другом уровне поднимите тубус микроскопа на 30—50 мкм и повторите подобные измерения.

Рассчитайте для каждого уровня среднее число частиц  $\bar{n}$  (так называемое «выборочное среднее»), среднеквадратичную погрешность  $s$  и среднеквадратичную погрешность выборочного среднего  $s'$ . Вспомните, что характеризует каждая из этих погрешностей. Каково ожидаемое отличие истинного среднего значения случайной величины от выборочного среднего? (См. введение к данному лабораторному практикуму.)

**Задание 2.** Определение объема частиц.

Объем частиц краски определите по формуле (3) с учетом того, что плотность краски равна  $\rho = 1,06 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ . Температуру жидкости примите равной комнатной. Оцените погрешность определения среднего объема броуновских частиц.

### Вопросы и упражнения

1. Чем объясняется беспорядочное движение частиц, взвешенных в жидкости или газе (броуновское движение)? Как зависит характер движения броуновских частиц от их размеров?

2. Оцените среднюю скорость броуновских частиц (по результатам данной работы).

3. Рассчитайте объем, приходящийся (в среднем) на одну молекулу воды, и сравните его с объемом броуновской частицы, полученным в работе.

4. Почему рекомендуется произвести большое число отсчетов частиц, видимых в поле зрения микроскопа?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.3

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ВОЗДУХА

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента внутреннего трения воздуха по скорости течения воздуха через капилляр.

Приборы и принадлежности: специальный прибор для определения коэффициента внутреннего трения воздуха, секундомер, мензурка, термометр, барометр.

Литература: [8 § 1.5, 5.1, 5.2, 5.6]; [32 § 7.1, 7.2, 7.5, 7.6]; [35, § 97]; [16, § 6.2, 6.3].

### Введение

Для реальных жидкостей и газов характерно явление вязкого трения, которое, подобно диффузии и теплопроводности, относится к классу явлений переноса. Если в процессе ламинарного течения разные слои жидкости или газа имеют различные скорости, то при беспорядочном движении молекул эти слои будут обмениваться импульсом упорядоченного движения. В результате этого между слоями возникает сила вязкого трения  $F$ , величина которой определяется формулой

$$F = \eta \frac{du}{dx} S, \quad (1)$$

где  $\eta$  — коэффициент вязкости среды;  $u$  — скорость течения жидкости или газа;  $x$  — координата, вдоль которой происходит изменение скорости движения газа;  $S$  — площадь поверхности слоя.

Быстрота выравнивания скорости определяется отношением  $\eta/\rho$  ( $\rho$  — плотность газа или жидкости). Величину  $\nu = \eta/\rho$  называют кинематической вязкостью, а  $\eta$  — динамической вязкостью.

Из-за вязкости при ламинарном течении воздуха через капилляр скорости течения бесконечно тонких цилиндрических слоев воздуха, расположенных на различных расстояниях от оси цилиндра, будут различны.

Сила трения, действующая на элементарный цилиндрический объем и приложенная к боковой поверхности цилиндра, при установившемся движении воздуха в капилляре уравнивает разность сил давления, действующих на основания цилиндра. В этом случае объем воздуха  $\Delta V$ , протекающего через сечение капилляра радиуса  $r$  за время  $\tau$  (при разности давлений  $\Delta p$  на концах капилляра длиной  $l$ ), определяется формулой Пуазейля:

$$\Delta V = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 \eta l}. \quad (2)$$

Измерив объем воздуха  $\Delta V$ , протекший через капилляр за время  $\tau$ , можно найти вязкость:

$$\eta = \frac{\pi r^4 \Delta p \tau}{8 \Delta V l}. \quad (3)$$

Подчеркнем, что при выводе (2) плотность воздуха считалась постоянной, а течение ламинарным. В нашей экспериментальной установке перепад давлений составляет менее 1% от атмосферного, поэтому первое предположение хорошо выполняется. Что касается характера движения (ламинарное или турбулентное), то оно определяется безразмерным числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{ur\rho}{\eta}. \quad (4)$$

В гладких трубах круглого сечения переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при  $Re \approx 1000$ .

### Описание экспериментальной установки

Схема прибора, с помощью которого производится экспериментальное определение  $\eta$ , изображена на рис. 5.3.1. Главная часть прибора — капилляр 1, через который протекает воздух из атмосферы в газометр 2. При вытекании воды из газометра на кон-

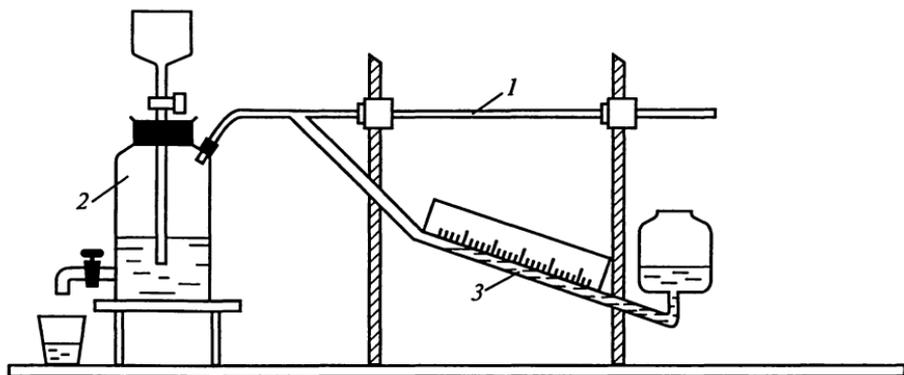


Рис. 5.3.1

цах капилляра создается разность давлений  $\Delta p$ , измеряемая наклонным манометром 3. Трубка наклонного манометра устанавливается не вертикально, а под некоторым углом к горизонту, что повышает чувствительность прибора. Объем воды, вылившейся из газометра, равен объему воздуха, протекающего через капилляр. Значения угла наклона трубки манометра, радиуса капилляра  $r$  и длины капилляра  $l$  указаны на табличке рядом с установкой.

### Измерения и обработка результатов

Отрегулируйте скорость вытекания жидкости из газометра с помощью крана. При работе на установке следите за тем, чтобы спирт из наклонной трубки манометра не попадал в капилляр и гибкие шланги. Измерьте объем газа, прошедшего через капилляр за 5—8 мин при установившемся режиме течения воздуха через капилляр. Прделайте описанные измерения при трех различных значениях разности давления  $\Delta p$ . По формуле (3) подсчитайте коэффициент внутреннего трения воздуха  $\eta$ . Данные измерений и вычислений занесите в таблицу.

Измерьте температуру воздуха в комнате и атмосферное давление. Рассчитайте плотность воздуха. Используя результаты измерения величины  $\eta$ , определите значение коэффициента кинематической вязкости воздуха.

Оцените значение числа Рейнольдса при максимальном значении  $\Delta p$ . Для этого рассчитайте среднюю скорость течения воздуха  $u$  по известным значениям  $\Delta V$ ,  $r$  и  $\tau$ . Сделайте вывод о характере течения газа.

## Вопросы и упражнения

1. Пользуясь молекулярно-кинетической теорией, покажите, от каких величин зависит коэффициент внутреннего трения в газах.
2. По какому закону меняются скорости течения отдельных слоев газа от стенки к оси трубки при ламинарном течении?
3. Как изменится коэффициент внутреннего трения газа при увеличении давления в два раза ( $T = \text{const}$ ); увеличении температуры в два раза ( $p = \text{const}$ )?
4. Как изменится коэффициент кинематической вязкости при увеличении давления в два раза ( $T = \text{const}$ )?
5. По значению  $\eta$  оцените длину свободного пробега молекул азота при нормальных условиях.
6. Выведите формулу Пуазейля (2).

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.4

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ВОЗДУХА

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента теплопроводности воздуха.

Приборы и принадлежности: специальный прибор для определения коэффициента теплопроводности, источник тока ВС-4-12, реостат (10 Ом, 4 А), вольтметр (до 10 В), амперметр (0,5—1 А), цифровой вольтметр, термометр (0—50°) с погрешностью не более 0,1°.

Литература: [8, § 5.1, 5.2, 5.5]; [32, § 7.1, 7.2, 7.4]; [16, § 6.2, 6.3].

### Введение

Пусть два коаксиальных цилиндра радиусами  $r_1$  и  $r_2$  ( $r_1 > r_2$ ) и высотой  $h$  поддерживаются при постоянных температурах  $T_1$  и  $T_2$  ( $T_1 < T_2$ ). Пространство между ними заполнено газом с коэффициентом теплопроводности  $\chi$ . В этом случае между цилиндрами устанавливается определенное распределение температуры  $T(r)$ , не меняющееся со временем. Вследствие теплопроводности через любую коаксиальную с внутренним цилиндром поверхность с промежуточным радиусом  $r$  за единицу времени пройдет количество теплоты

$$Q = -2\pi r h \chi \frac{dT}{dr}. \quad (1)$$

Разделяя переменные и интегрируя по радиусу в пределах ( $r_1$ ,  $r_2$ ) и по температуре в пределах ( $T_1$ ,  $T_2$ ), находим теплоту, теряемую внутренним цилиндром за единицу времени вследствие теплопроводности:

$$Q = 2\pi h\chi(T_2 - T_1) \frac{1}{\ln(r_1/r_2)}. \quad (2)$$

Передача теплоты от внутреннего цилиндра к внешнему возможна не только благодаря теплопроводности, но и за счет лучеиспускания и конвекции. Однако при вертикальном расположении цилиндров и при установке торцевых крышек, препятствующих возникновению конвекционных потоков, переносом теплоты за счет конвекции можно пренебречь.

Для оценки переноса теплоты между стенками цилиндров за счет лучеиспускания воспользуемся законом Стефана — Больцмана, согласно которому с единицы поверхности абсолютно черного тела за единицу времени излучается энергия  $\sigma T^4$ , где  $T$  — температура излучающей поверхности,  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана [ $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>)].

Любое тело, которое не является абсолютно черным, при той же температуре излучает меньшую энергию  $A\sigma T^4$ , где  $A < 1$  — поглощательная способность тела.

Обмен энергией за счет лучеиспускания приводит к тому, что внутренний цилиндр испускает в единицу времени энергию  $AS\sigma T_2^4$ , а поглощает  $AS\sigma T_1^4$ . Таким образом, результирующая энергия  $Q_1$ , отдаваемая поверхностью внутреннего цилиндра в единицу времени благодаря излучению, равна:

$$Q_1 = AS\sigma(T_2^4 - T_1^4). \quad (3)$$

Если внутри малого цилиндра находится нагреватель мощностью  $IU$ , то в стационарных условиях в силу закона сохранения энергии  $Q + Q_1 = IU$  ( $Q$  — мощность, отдаваемая внутренним цилиндром посредством теплопроводности). Поэтому

$$Q = IU - Q_1 = IU - AS\sigma(T_2^4 - T_1^4). \quad (4)$$

Сравнивая (2) и (4), можно получить выражение для коэффициента теплопроводности

$$\chi = \frac{[IU - AS\sigma(T_2^4 - T_1^4)] \ln r_1/r_2}{2\pi h(T_2 - T_1)}. \quad (5)$$

Все величины, входящие в правую часть (5), могут быть измерены экспериментально, и по ним можно определить значение  $\chi$ .

### Описание экспериментальной установки

Прибор для определения коэффициента теплопроводности состоит из двух коаксиально расположенных цилиндров радиусами  $r_1$  и  $r_2$  и высотой  $h$  (см. рис. 5.4.1).

Температура внутреннего цилиндра  $T_2$  зависит от мощности электрического нагревателя, помещенного внутри этого цилиндра. Мощность  $IU$  спирали нагревателя определяется по показаниям амперметра  $A$  и вольтметра  $V_1$ , включенных в цепь нагревателя (рис. 5.4.2). Температура внешнего цилиндра  $T_1$  определяется в основном температурой проточной воды, омывающей стенки внешнего цилиндра. Внешний цилиндр с торцевых сторон закрыт теплоизолирующими крышками, препятствующими возникновению конвекционных потоков воздуха между цилиндрами и теплообмену с внешней средой. Разница температур ( $T_2 - T_1$ ) измеряется с помощью термопары. Возникающая в цепи термопары термоЭДС измеряется с помощью цифрового вольтметра  $V_2$ . В рабочем интервале температур зависимость термоЭДС  $\mathcal{E}$  от разности температур контактов термопары  $\Delta T$  является практически линейной, причем чувствительность термопары  $\mathcal{E}/\Delta T = 0,025$  мВ/К.

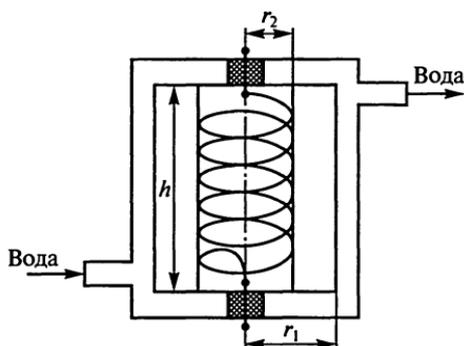


Рис. 5.4.1

### Измерения и обработка результатов

Для выполнения необходимых измерений соберите установку по схеме (см. рис. 5.4.2). Непосредственно перед началом измерений откройте кран и начните пропускать воду через «рубашку» внешнего цилиндра. После этого включите выпрямитель ВС-4-12 и установите силу тока 0,3 А в спирали нагревателя. Через 20—25 мин,

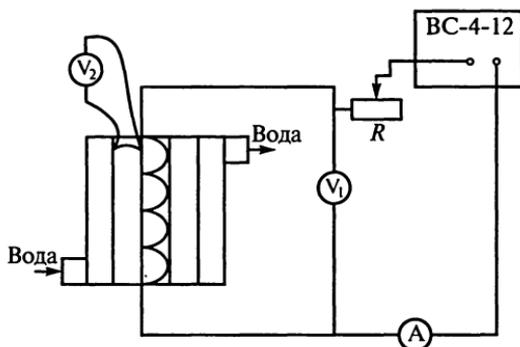


Рис. 5.4.2

после того как установится термодинамическое равновесие (о чем можно судить по показаниям цифрового вольтметра), измерьте значения  $I$ ,  $U$  в цепи нагревателя и термоЭДС  $\mathcal{E}$ . Рассчитайте разность температур между цилиндрами ( $T_2 - T_1$ ).

Проведите необходимые измерения при силах тока в спирали 0,35 А и 0,4 А и в каждом случае по формуле (5) определите коэффициент теплопроводности. Оцените погрешность измерения.

При расчетах значения  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $h$  принимают равными соответственно  $4,05 \cdot 10^{-2}$  м,  $0,95 \cdot 10^{-2}$  м, 0,3 м. Коэффициент  $A$  (поглощательная способность) для вещества цилиндров, используемых в работе, равен 0,8 (его значение зависит от качества покрытия поверхностей цилиндров сажей).

### Вопросы и упражнения

1. По результатам эксперимента рассчитайте среднюю длину свободного пробега молекулы воздуха и ее эффективный диаметр.

2. Какова связь между коэффициентами теплопроводности, диффузии и внутреннего трения в газе?

3. Как коэффициент теплопроводности газа зависит от давления и температуры? Как оценить теплопроводность газа в состоянии технического вакуума?

4. Рассчитайте теоретическое значение коэффициента теплопроводности воздуха и сравните его с экспериментальным.

5. Объясните физические принципы измерения температуры с помощью термопары. Какие еще способы измерения температуры вы знаете?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ ВОДЫ

**Цель работы:** экспериментальное определение теплоемкости воды при постоянном давлении.

**Приборы и принадлежности:** стеклянная трубка с нагревателем, амперметр и вольтметр, автотрансформатор, два электрических термостата, газометр, мензурка, аналитические весы, набор гирь, секундомер.

**Литература:** [8, § 1.5, 7.10]; [36, § 20, 35].

### Введение

Для твердых и жидких тел, в отличие от газов, теплоемкость слабо зависит от условий нагревания: теплоемкости при постоян-

ном давлении ( $c_p$ ) и постоянном объеме ( $c_v$ ) отличаются на доли процента. Наиболее просто измерить на практике удельную теплоемкость  $c_p$ , и именно ее значение указывают в таблицах для различных веществ и при различных температурах. В дальнейшем мы будем под удельной теплоемкостью воды понимать именно  $c_p$ , и индекс  $p$  опустим.

В данной работе предлагается экспериментально определить теплоемкость воды. Нагревание воды осуществляется электрическим способом, так как в этом случае сравнительно просто удастся измерять и контролировать количество переданной теплоты.

В процессе эксперимента вода протекает по трубке со спиралью, которая нагревается электрическим током. Ток за промежуток времени  $\tau$  совершает работу  $A_1$ , идущую на увеличение внутренней энергии спирали. Так как спираль погружена в воду, происходит передача энергии от спирали к воде путем теплообмена. При установившемся режиме за  $\tau$  секунд спираль отдает теплоту, равную  $A_1 = I_1 U_1 \tau$ , где  $I_1$  — действующее значение электрического тока, протекающего через спираль;  $U_1$  — действующее значение напряжения между концами спирали.

Часть теплоты идет на нагревание воды, а другая — рассеивается в процессе теплообмена воды с окружающей средой. Если за  $\tau$  секунд через трубку проходит масса воды  $m_1$  и ее температура увеличивается от  $T_1$  (на входе в трубку) до  $T_2$  (на выходе из трубки), то можно записать следующее соотношение:

$$I_1 U_1 \tau = m_1 c (T_2 - T_1) + Q_1, \quad (1)$$

где  $Q_1$  — тепловые потери.

Поскольку скорость тепловых потерь пропорциональна разности температур между трубкой с водой и окружающей средой, то для исключения из расчетов тепловых потерь необходимо подобрать значение работы тока  $A_2 = I_2 U_2 \tau$  (при некоторой другой скорости потока жидкости) так, чтобы разность температур ( $T_2 - T_1$ ) оставалась прежней. Аналогично (1) можно записать:

$$I_2 U_2 \tau = m_2 c (T_2 - T_1) + Q_2, \quad (2)$$

где  $m_2$  — масса воды, протекающей через трубку;  $Q_2$  — тепловые потери.

Считая тепловые потери  $Q_1$  и  $Q_2$  одинаковыми, из соотношений (1) и (2) можно получить выражение для расчета удельной теплоемкости воды:

$$c = \frac{(I_1 U_1 - I_2 U_2) \tau}{(m_1 - m_2)(T_2 - T_1)}. \quad (3)$$



## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Подготовка установки к работе.

Заполните газометр дистиллированной водой и плотно закройте его пробкой; откройте краны 2 и 9 (см. рис. 5.5.1) так, чтобы расход воды был как можно меньше. После этого установите одинаковые значения токов через диагонали мостиков, меняя сопротивления резисторов мостиков с помощью соответствующих ручек (начальные токи должны быть небольшими, но отличными от нуля).

**Задание 2.** Проведение измерений, позволяющих исключить тепловые потери.

**Внимание!** При выполнении измерений нельзя подавать напряжение на спираль нагревателя при закрытом кране 2. Нарушение этого правила приводит к перегреву столба жидкости внутри установки, приводящее к разрушению стеклянной трубки.

Установите с помощью автотрансформатора напряжение на спирали, равное 20 В.

Затем отрегулируйте скорость потока жидкости так, чтобы разность температур, регистрируемых термометрами, составляла 5—6°С (в процессе измерения допустимы колебания температуры порядка 0,1—0,2°).

При установившемся режиме ( $\Delta T = T_2 - T_1 = \text{const}$ ) проведите измерения  $\Delta T$ ,  $I$ ,  $U$ ,  $m_1$ ,  $\tau$ . Увеличьте напряжение на спирали на 10 В и, регулируя скорость потока воды, добейтесь в установившемся режиме прежней разности температур. Повторите те же измерения, определяя массу протекшей жидкости за то же время  $\tau$ , что и в первом случае. Аналогичные измерения проведите при трех значениях напряжения, каждый раз увеличивая его на 10 В. Результаты всех измерений занесите в таблицу. Вычислите удельную теплоемкость воды, пользуясь формулой (4). Оцените погрешность полученного значения.

**Задание 3.** Определение мощности тепловых потерь.

Для определения мощности тепловых потерь  $q = Q_i/\tau$  ( $Q_i$  — тепловые потери в  $i$ -м опыте) постройте график зависимости мощности электрического тока в цепи  $P_i = U_i I_i$  от расхода воды в секунду  $m_i/\tau$  (здесь  $m_i$  — масса воды, протекшей через трубку в  $i$ -м опыте). Как видно из (2), при фиксированной разности температур ( $T_2 - T_1$ ) потребляемая электрическая мощность  $P$  линейно растет с увеличением расхода воды, поэтому график будет иметь вид, схематически представленный на рис. 5.5.3. Проведя

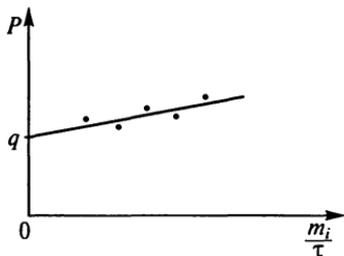


Рис. 5.5.3

через имеющиеся экспериментальные точки прямую и продолжив ее до пересечения с осью ординат, определите мощность тепловых потерь  $q$ . Вычислите удельную теплоемкость воды, пользуясь экспериментальным графиком, по формуле

$$c = \frac{(P - q)\tau}{\Delta T m}. \quad (4)$$

### Вопросы и упражнения

1. Объясните, как работает газометр.
2. Как отличаются теплоемкости  $c_p$  и  $c_v$  для жидкости; для газа?
3. Как теплоемкость воды зависит от температуры?
4. Дайте определение калории — внесистемной единицы количества теплоты.
5. При какой температуре свойства некоторого вещества в жидком и газообразном состояниях сходны между собой?
6. Какими процессами могут определяться потери теплоты в данной работе? Почему наличие вакуумированной «рубашки» уменьшает теплообмен с окружающей средой?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.6

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ $C_p/C_v$ ВОЗДУХА МЕТОДОМ КЛЕМАНА—ДЕЗОРМА И РАСЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ПРОЦЕССАХ

Цель работы: экспериментальное определение отношения теплоемкостей  $C_p/C_v$  для воздуха и расчет изменения энтропии идеального газа при различных процессах.

Приборы и принадлежности: стеклянный сосуд с краном, ручной насос, манометр.

Литература: [8, § 5.1—5.3]; [33, § 7.1—7.3]; [36, § 20—22, 40—42]; [16, § 1.3, 1.4, 3.1—3.3].

### Введение

Энтропия является функцией состояния, т. е. ее изменение не зависит от типа процесса, а однозначно определяется значениями макропараметров в начальном и конечном состояниях. Энтропия системы может быть выражена через любую пару параметров:  $(p, V)$ ,  $(p, T)$  или  $(V, T)$ . Для идеального газа в переменных  $(p, V)$  и  $(p, T)$  энтропия определяется с точностью до постоянного слагаемого:

$$S(p, V) = \nu(C_V \ln p + C_p \ln V) + \text{const}, \quad (1)$$

$$S(p, T) = \nu(C_p \ln T - R \ln p) + \text{const}, \quad (2)$$

где  $\nu$  — количество вещества, измеряемое числом молей газа;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $C_V$  и  $C_p$  — молярные теплоемкости при постоянном объеме и давлении соответственно.

В отличие от энтропии, теплоемкость газов существенно зависит от типа процесса, т.е. является функцией процесса, а не состояния. В разных процессах теплоемкость может быть положительной, отрицательной, бесконечно большой или же равной нулю. Если в течение всего процесса теплоемкость газа неизменна, то такой процесс называют политропическим. Для идеального газа уравнение политропического процесса имеет вид

$$pV^n = \text{const}, \quad (3)$$

где  $n$  — любое действительное число, которое называют показателем политропы.

Молярная теплоемкость газа  $C$  в политропическом процессе связана со значением  $n$  соотношением:

$$C = \frac{\nu C_V - C_p}{n - 1}. \quad (4)$$

При адиабатическом равновесном процессе  $C = 0$  и, как видно из (4), показатель политропы оказывается равным отношению  $C_p/C_V$ . Это отношение называют постоянной адиабаты и обозначают буквой  $\gamma$ . Уравнение равновесного адиабатического процесса для идеального газа (уравнение Пуассона):

$$pV^\gamma = \text{const}. \quad (5)$$

В данной лабораторной работе экспериментально определяют постоянную адиабаты воздуха, а также рассчитывают изменение энтропии определенной массы воздуха при различных процессах и его молярную теплоемкость в некоторых процессах.

Одним из самых простых методов определения  $\gamma$  для газов является метод адиабатического расширения (метод Клемана и Дезорма). Метод заключается в следующем. В сосуд, снабженный открытым манометром для измерения давления в этом сосуде и краном для соединения воздуха в сосуде с атмосферой, накачивают при закрытом кране немного воздуха. Через некоторое время температура воздуха в сосуде станет равной комнатной  $T_1$ , давление  $p_1$  будет несколько выше атмосферного (первое состояние газа).

Затем открывают кран и закрывают его в тот момент, когда давление  $p_2$  в сосуде станет равным атмосферному (причем сделать это надо как можно быстрее, чтобы теплообменом, происхо-

дящим за это время через стенки сосуда, можно было пренебречь). В результате адиабатического расширения температура воздуха в сосуде понизится до  $T_2$  (второе состояние газа).

С течением времени температура воздуха в сосуде будет повышаться и достигнет комнатной температуры  $T_1$ , давление повысится до значения  $p_3$  (третье состояние).

Переход газа из первого состояния во второе происходит адиабатически и подчиняется уравнению Пуассона (5), которое в этом случае удобно записать в переменных ( $p, T$ ):

$$\frac{p_1^{\gamma-1}}{T_1^{\gamma}} = \frac{p_2^{\gamma-1}}{T_2^{\gamma}}. \quad (6)$$

Изохорический переход из второго состояния в третье может быть описан уравнением Гей-Люссака:

$$p_3/T_1 = p_2/T_2. \quad (7)$$

Исключая из уравнений (6) и (7) температуру, найдем

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\gamma}.$$

Подставляя в это равенство значения давлений  $p_1$  и  $p_3$ , выраженные через атмосферное давление  $p_2$  и разность столбов воды в манометре:

$$p_1 = p_2 + \rho gh_1, \quad p_3 = p_2 + \rho gh_2,$$

получим

$$\left(1 + \frac{\rho gh_1}{p_2}\right)^{\gamma-1} = \left(1 + \frac{\rho gh_2}{p_2}\right)^{\gamma},$$

где  $\rho$  — плотность воды.

В условиях опыта  $\rho gh_1/p_2$  и  $\rho gh_2/p_2$  значительно меньше единицы, поэтому с достаточной точностью можно ограничиться лишь двумя первыми членами биномов, что дает:

$$1 + \frac{\rho gh_1}{p_2}(\gamma - 1) \approx 1 + \frac{\rho gh_2}{p_2} \gamma.$$

Отсюда нетрудно получить расчетную формулу для  $\gamma$ :

$$\gamma \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}. \quad (8)$$

Если же расширение газа из первого состояния во второе происходит более медленно, то вследствие притока теплоты из окружающей среды процесс уже не будет являться адиабатическим, но может считаться политропическим, так как относительное из-

менение параметров состояния очень мало (порядка  $10^{-2}$ ). В этом случае вместо уравнения Пуассона (5) следует использовать уравнение политропы (3), которое отличается от (5) лишь заменой  $\gamma$  на  $n$ . Поэтому по значениям  $h_1$  и  $h_2$  можно вычислить показатель этой политропы  $n$  по формуле, аналогичной (8):

$$n \approx \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

### Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки для определения отношения теплоемкостей воздуха методом Клемана и Дезорма представлена на рис. 5.6.1. Тонкостенный сосуд 1 вместимостью 25 л, соединяющийся с открытым манометром 5 и насосом 4, с помощью крана 2 может соединяться с атмосферой. Кран 3 позволяет изолировать насос 4 от сосуда 1. Избыточное по сравнению с атмосферным давление воздуха в сосуде 1 измеряют U-образным манометром 5, заполненным водой.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определение  $\gamma$  воздуха.

При закрытом кране 2 с помощью насоса наполните баллон воздухом до давления  $p_0$ , превышающего атмосферное на  $h_0 = 20 - 30$  см вод. ст., и перекройте кран 3. Зафиксируйте величину  $h_0$  в протоколе.

При накачке температура в баллоне немного повысится. Подождите, пока в результате изохорического охлаждения температура воздуха в баллоне вернется к комнатной  $T_1$ . Убедившись, что столбики воды в манометре перестали перемещаться, зафиксируйте разность уровней  $h_1$ .

Быстро откройте кран 2 и, как только уровни воды в коленях манометра сравняются, закройте его (это выравнивание происходит практически мгновенно).

Снова дождитесь установления термодинамического равновесия с окружающей средой и определите по манометру избыточное давление  $h_2$ . По полученным данным вычислите  $\gamma$ .

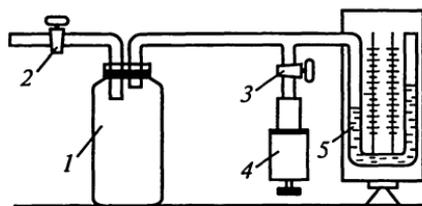


Рис. 5.6.1

Повторите опыт 11 — 15 раз. Результаты измерений и вычислений представьте в виде таблицы. Рассчитайте среднее значение  $\gamma$  и оцените погрешность его определения. По значению  $\gamma_{\text{ср}}$  вычислите молярные теплоемкости  $C_V$  и  $C_p$ . Сравните полученные значения с выводами молекулярно-кинетической теории.

Повторите опыт 3 — 4 раза, медленно поворачивая кран 2 (чтобы расширение до установления атмосферного давления продолжалось несколько секунд).

Рассчитайте для каждого опыта значение показателя политропы  $n$  и молярную теплоемкость  $C$  в процессе расширения. Положительна или отрицательна  $C$  в этом процессе? Объясните результат.

**Задача 2.** Расчет изменения энтропии воздуха при различных процессах.

Используя выражение (1) для энтропии через параметры ( $p, V$ ), рассчитайте изменение энтропии воздуха в баллоне  $\Delta S_1$  при изохорическом остывании его после окончания накачки до комнатной температуры. Для расчета воспользуйтесь результатами любого из опытов первой серии.

Предварительно определите с помощью закона Менделеева — Клапейрона, какое количество молей воздуха  $\nu_1$  находилось в баллоне после накачки (комнатная температура и атмосферное давление определяются по показаниям приборов в лаборатории).

При расчетах  $\Delta S$  следует учесть, что относительные изменения параметров малы, поэтому можно использовать формулы приближенных вычислений:

$$\ln(1+x) \approx x; \quad \frac{1}{1+x} \approx 1-x; \quad x \ll 1.$$

Рассчитайте изменение энтропии  $\Delta S_2$  первоначального количества газа  $\nu_1$  при его быстром расширении. Для расчета воспользуйтесь результатами того же опыта, что и в предыдущем пункте. В этом случае удобнее использовать выражение (2) для энтропии через координаты ( $p, T$ ).

Предварительно определите температуру  $T_2$  в баллоне после окончания быстрого расширения (она легко вычисляется по данным последующего изохорического нагревания).

Сравните полученное значение  $\Delta S_2$  с ожидаемым теоретическим значением для адиабатического процесса. Получили бы мы  $\Delta S_2$  в точности равным нулю, если бы могли произвести расширение сколь угодно быстро?

**Задача 3.** Рассчитайте  $\Delta S_2$  при более медленном расширении по результатам одного-двух опытов второй серии.

Увеличилась или уменьшилась энтропия при этом процессе? Объясните, почему. Как связаны быстрота процесса расширения и изменение энтропии при этом?

## Вопросы и упражнения

1. По данным одного из опытов рассчитайте: какая масса воздуха накачана в баллон; до какой температуры нагрелся воздух в результате накачки; какая масса воздуха выпущена из баллона при открывании крана.

2. Вычислите  $\gamma$  воздуха при 100%-й влажности, нормальном давлении и комнатной температуре. При каких условиях влияние паров воды на теплоемкость воздуха может быть существенным?

3. При каких значениях показателя политропы газ нагревается при сжатии? охлаждается при сжатии? его теплоемкость отрицательна?

4. Как теплоемкость газов зависит от температуры? Как объясняется эта зависимость?

5. Увеличивается или уменьшается энтропия газа в процессах: изобарического расширения, изотермического расширения, изохорического охлаждения, адиабатического расширения в пустоту?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.7

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ $C_p/C_v$ ГАЗОВ ПУТЕМ ИЗМЕРЕНИЯ СКОРОСТИ ЗВУКА

Цель работы: определение отношения теплоемкостей  $C_p/C_v$  для различных газов посредством измерения скорости звука методом сложения взаимно перпендикулярных колебаний.

Приборы и принадлежности: звуковой генератор, электронный осциллограф, усилитель У2-6, стеклянная трубка с вмонтированными микрофоном и телефоном, насос, манометр, камера с газообразным гелием.

Литература: [8, § 6.5, 6.6]; [36, § 21, 23]; [35, § 85]; [16, § 1.4].

### Введение

В лабораторной работе 5.6 описан метод определения  $C_p/C_v$  газа, основанный на адиабатическом расширении (метод Клемана и Дезорма). Однако только при идеальной теплоизоляции расширение газа будет адиабатическим. На практике не так просто исключить приток теплоты. Легче всего этого достигнуть при очень быстро протекающих процессах. Такие процессы происходят в звуковых волнах, скорость распространения которых зависит от постоянной адиабаты  $\gamma = C_p/C_v$ . На этом основан второй, более точный метод экспериментального определения отношения теплоемкостей для газов.

В газах и жидкостях, обладающих только объемной упругостью, но не упругостью формы, могут распространяться только продоль-

ные возмущения. Скорость распространения продольных волн в жидкостях и газах определяется соотношением (см. [10], § 85):

$$v = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}, \quad (1)$$

где  $p$  — давление;  $\rho$  — плотность.

Звуковая волна в газе представляет собой процессы последовательного сжатия и разрежения среды, причем эти процессы происходят очень быстро, а теплопроводность газа невелика. Следовательно, процесс распространения звука в газе следует считать адиабатическим. Применяя уравнение Пуассона для адиабатического процесса и уравнение состояния идеального газа, получаем для скорости звука выражение:

$$v_{зв} = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (2)$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $\mu$  — молярная масса;  $T$  — абсолютная температура.

Формула (2) получила название формулы Лапласа.

В данной работе для измерения скорости звука в газе используют метод, аналогичный описанному в лабораторной работе 1.14. Телефон, излучающий звуковые волны, питается от звукового генератора. Микрофон, помещенный на расстоянии  $L$  от телефона, улавливает эти волны. Переменное напряжение с выхода звукового генератора подается на вход «х» осциллографа, а переменное напряжение с выхода микрофона — на вход «у». Таким образом, на экране электронно-лучевой трубки будет наблюдаться результат сложения двух взаимно перпендикулярных гармонических колебаний одинаковой частоты — эллипс, причем разность фаз между колебаниями  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} L$  ( $\lambda$  — длина звуковой волны). При плавном изменении частоты колебаний  $f$  траектория луча на экране также меняется. При разности фаз  $\Delta\varphi = 2\pi n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) эллипс вырождается в прямую, проходящую через первый и третий квадранты. Легко показать, что прямые на экране осциллографа будут наблюдаться при условии:  $f = n \frac{v_{зв}}{L}$ , где  $n$  — целое число. Всякий раз, когда при изменении частоты колебаний прямая трансформируется в эллипс, а затем снова в прямую линию, происходит изменение  $n$  на единицу. Следовательно,  $f_n - f_k = (n - k) \frac{v_{зв}}{L}$ , где  $f_n$  и  $f_k$  — частоты, соответствующие целым числам  $n$  и  $k$ . Из полученного соотношения легко можно выразить скорость звука:

$$v_{зв} = L \frac{f_n - f_k}{n - k}. \quad (3)$$

## Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки изображена на рис. 5.7.1.

Внутри запаянной стеклянной трубки С с воздухом укреплены: источник звука — телефонный капсюль Т (телефон), подключенный к выходу звукового генератора ГЗ-33, и микрофон М. Частота звукового генератора измеряется с помощью частотомера ЧЗ-44. Сигнал с микрофона подается на усилитель У2-6, а затем на пластины П<sub>У</sub> электронного осциллографа ЭО. На пластины П<sub>Х</sub> электронного осциллографа С1-1 сигнал поступает непосредственно от звукового генератора.

На выходе стеклянной трубки С имеется кран К, предназначенный для присоединения трубки к насосу или баллону с гелием. При откачке давление в трубке контролируется манометром.

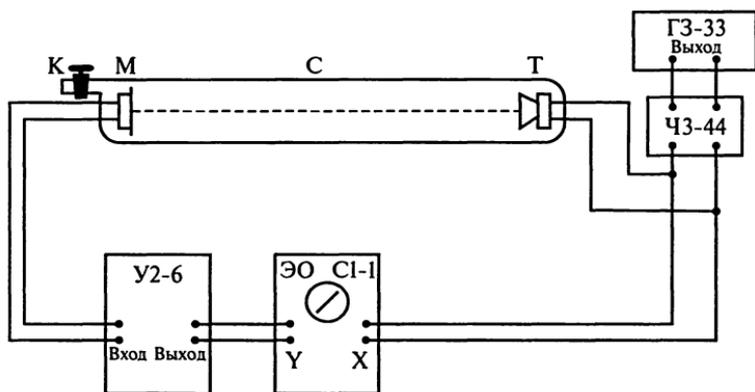


Рис. 5.7.1

## Измерения и обработка результатов

Экспериментальная установка собрана по схеме рис. 5.7.1.

**Задание 1.** Определение скорости звука в воздухе.

Перед началом работы откачайте содержимое трубки, включив насос на 1 мин, и заполните ее воздухом, открыв кран К.

1. Плавно увеличивая частоту генератора, начиная с 1000 Гц (это ограничение накладывают амплитудно-частотные характеристики микрофона и телефона), получите ряд последовательных значений частоты, при которых на экране осциллографа С1-1 наблюдаются прямые линии в одинаковом квадранте. Убедитесь в повторяемости результатов, произведя измерения при уменьшении частоты.

2. Полученные результаты изобразите на графике, откладывая по оси абсцисс порядковый номер измерения, а по оси ординат частоту. По графику с помощью формулы (3) определите среднее значение скорости звука и оцените погрешность.

3. Вычислите постоянную адиабаты  $\gamma$  и оцените погрешность ее определения. Сравните полученное значение с теоретическим.

**З а д а н и е 2.** Определение зависимости скорости звука в воздухе от давления.

Включите насос и, контролируя давление в трубке по манометру, откачайте воздух до давления 0,4—0,5 атм. Измерьте скорость звука при этом давлении. Сделайте вывод о зависимости скорости звука от давления.

**З а д а н и е 3.** Определение скорости звука в гелии.

Полностью откачайте воздух из трубки и наполните ее гелием из камеры. Измерьте скорость звука в гелии. Вычислите  $\gamma$ . Оцените погрешность результатов, сравните полученные значения  $v_{зв}$  и  $\gamma$  с теоретическими.

**З а д а н и е 4.** Определение скорости звука в смеси газов.

Откачайте гелий до давления 0,6—0,7 атм. Отключив насос, дополните содержимое трубки воздухом, на короткое время открыв кран К. Измерьте скорость звука в смеси воздух-гелий. По значению скорости вычислите отношение парциальных давлений гелия и воздуха.

Сравните результат с показаниями манометра.

### Вопросы и упражнения

1. Рассчитайте скорость звука в сухом воздухе при температуре 0°C. Зависит ли скорость звука от давления?

2. Рассчитайте скорость звука в смеси газов, состоящей из двух молей воздуха и одного моля углекислого газа (диоксида углерода) при температуре 0°C.

3. Получите уравнение Пуассона для адиабатического процесса.

4. Какой газ охладится больше при адиабатическом расширении от давления  $p_1$  до давления  $p_2$ : гелий или воздух?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.8

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ $C_p/C_v$ ДЛЯ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКОВОЙ РЕШЕТКЕ

Цель работы: экспериментальное определение отношения  $C_p/C_v$  для жидкости из наблюдения дифракции света на ультразвуковой решетке.

Приборы и принадлежности: звуковой генератор, монокроматор, источник света, набор линз, ультразвуковой преобразователь, микроскоп.

Литература: [8, § 7.10]; [36, § 20, 35].

## Введение

Для жидкостей отношение теплоемкости при постоянном давлении  $C_p$  к теплоемкости при постоянном объеме  $C_v$  определяется формулой

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1 + \frac{T\alpha_v^2 u^2}{C_p}, \quad (1)$$

где  $T$  — температура;  $\alpha_v$  — температурный коэффициент объемного теплового расширения жидкости;  $u$  — скорость звука;  $C_p$  — удельная теплоемкость.

В данной работе  $u$  определяют методом дифракции света на ультразвуковой решетке. Значения  $\alpha_v$  и  $C$  берутся из таблиц. Температуру  $T$  и скорость звука  $u$  определяют опытным путем.

Если в кювете с исследуемой жидкостью с помощью электроакустического преобразователя возбудить ультразвуковые колебания, то в жидкости будет распространяться бегущая ультразвуковая волна. Периодическое изменение давления в среде при изменении пространственной координаты приведет к периодической зависимости показателя преломления от этой координаты. Так как изменение показателя преломления среды влияет на фазу электромагнитной волны, то для световой волны, падающей нормально к направлению распространения бегущей ультразвуковой, последняя будет представлять фазовую дифракционную решетку с периодом, равным длине ультразвуковой волны в жидкости. Наблюдая дифракцию света в параллельных лучах (дифракция Фраунгофера), можно увидеть главные дифракционные максимумы по направлениям, для которых угол  $\theta$  с нормалью определяется из соотношения

$$\sin \theta = m \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (2)$$

где  $m$  — номер дифракционного порядка;  $\lambda$  — длина волны света;  $\Lambda$  — длина ультразвуковой волны в жидкости.

Экспериментально определив угол дифракции и зная номер порядка дифракции и длину волны дифрагирующего света, можно определить длину ультразвуковой волны  $\Lambda$ . Зная  $\Lambda$  и частоту колебаний, нетрудно определить скорость звука в исследуемой жидкости.

## Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки для определения скорости ультразвука приведена на рис. 5.8.1. Свет от источника немонахроматического света 1 поступает на вход монохроматора 3. На выходе монохроматора устанавливается ультразвуковая кювета 5 с исследуемой жидкостью. Система линз 2, 4, 7 обеспечивает оптимальное использование светового потока от источника света и возможность наблюдения (в фокальной плоскости линзы 7) дифракционной картины Фраунгофера, созданной при дифракции световой волны на ультразвуковой решетке в жидкости. Для наблюдения дифракционной картины в задней фокальной плоскости линзы 7 служит измерительный микроскоп 8.

Для создания ультразвуковой волны в жидкости используют электроакустический преобразователь 6 на основе титаната бария, возбуждение которого обеспечивается звуковым генератором.

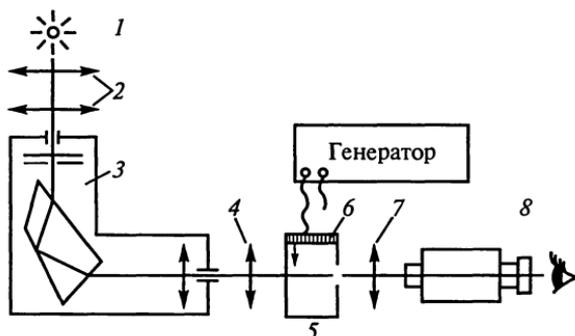


Рис. 5.8.1

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Юстировка измерительной установки.

Непосредственно перед измерениями проведите юстировку оптической системы установки. Для этого с помощью системы линз 2 добейтесь равномерного освещения входной щели монохроматора от источника 1. Линзу 4 расположите так, чтобы выходная щель монохроматора оказалась в ее передней фокальной плоскости. На расстоянии 15—20 см от линзы 4 поместите линзу 7. Изображение выходной щели монохроматора наблюдается через измерительный микроскоп 8. Система считается настроенной (отъюстированной), если изображение щели получается четким, равно-

мерно освещенным по всей длине. После юстировки между линзами 4 и 7 поместите кювету с исследуемой жидкостью и проведите дополнительную фокусировку изображения выходной щели монохроматора путем перемещения измерительного микроскопа. После такой настройки установка готова к проведению измерений.

**За д а н и е 2.** Определение длины ультразвуковой волны.

Для определения длины ультразвуковой волны в жидкости на электроакустический преобразователь подайте напряжение и наблюдайте дифракционную картину в задней фокальной плоскости линзы 7. С помощью измерительного микроскопа определите расстояние  $\Delta$  между максимумами нулевого и  $n$ -го порядка. Для абсолютного измерения этого расстояния необходимо знать цену деления окулярной шкалы микроскопа. Определение цены деления окулярной шкалы микроскопа проводите по методике, описанной в работе 3.17. Очевидно, что тангенс угла дифракции (или синус этого угла) можно определить как отношение  $\Delta$  к фокусному расстоянию линзы  $F$ , т. е.  $\sin \theta = \Delta/F$ .

Определив длину волны света по прилагаемому к работе градуировочному графику для монохроматора, найдите длину ультразвуковой волны, используя выражение (2).

**За д а н и е 3.** Определение  $\gamma$  жидкости.

Частота ультразвуковых колебаний в жидкости равна частоте переменного напряжения, подаваемого на ультразвуковой преобразователь, и может быть определена по шкале генератора сигналов.

По данным измерения определите скорость звука в жидкости. Повторите измерения для трех длин волн света и определите среднее значение скорости звука в жидкости.

Искомую величину  $\gamma$  определите по расчетной формуле (1). Результаты измерений и расчетов занесите в таблицу.

### Вопросы и упражнения

1. В чем вы видите причину практического равенства между  $C_p$  и  $C_v$  для жидкостей?

2. Что такое температурный коэффициент объемного теплового расширения? Может ли он быть отрицательным? Равным нулю?

3. Объем 1 кг воды при  $0^\circ\text{C}$  равен 1,00013 л, а при  $+4^\circ\text{C}$  — 1,00000 л. Определите по этим данным средний температурный коэффициент объемного теплового расширения воды в этом температурном интервале.

4. Объясните явление теплового расширения твердых тел, исходя из представлений молекулярно-кинетической теории.

5. В термодинамике доказывается, что для всех веществ  $C_p \geq C_v$ . В то же время известно, что для некоторых веществ объем при нагревании может уменьшаться. Объясните кажущееся противоречие между этими двумя фактами.

## ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ В ИЗОЛИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ

Цель работы: исследование приращения энтропии в необратимых адиабатных процессах.

Приборы и принадлежности: калориметр, нагреватель, термометр с ценой деления  $0,1^\circ\text{C}$ , бачок с водой, мензурка вместимостью 100—150 мл, колба объемом 500 мл, набор из трех исследуемых образцов (свинцовый, медный, алюминиевый), весы технические, набор гирь.

Литература: [8, § 6.1—6.11]; [32, § 3.1, 3.4]; [36, § 27, 28, 40, 41]; [16, гл. 3].

### Введение

Один из фундаментальных законов природы — второе начало термодинамики — определяет направленность процессов, протекающих в изолированной макросистеме. Пользуясь понятием энтропии, основное содержание второго начала термодинамики можно сформулировать следующим образом: любой процесс в изолированной системе подчиняется условию

$$\Delta S \geq 0, \quad (1)$$

где  $\Delta S$  — изменение энтропии системы; при этом знак равенства относится к обратимым процессам, а знак неравенства — к необратимым.

Таким образом, величина  $\Delta S$  в изолированной системе может служить мерой необратимости протекающих в ней процессов: чем меньше  $\Delta S$ , тем ближе процесс к обратимому.

В данной работе предлагается измерить изменение энтропии изолированной системы, в которой происходит необратимый процесс теплообмена. Теплообмен происходит при опускании различных тел, нагретых до одной и той же температуры  $T$ , в воду, находящуюся в калориметре при температуре  $T_1$ . Наличие внешнего стакана калориметра делает систему практически теплоизолированной. В предлагаемой установке в теплообмене участвуют:

1) испытуемый образец массой  $m_t$ , удельной теплоемкостью  $c_t$  и начальной температурой  $T$  (температура паров кипящей воды по шкале Кельвина);

2) стакан калориметра массой  $m_k$ , удельной теплоемкостью  $c_k$  и начальной температурой  $T_1$ ;

3) вода, находящаяся в калориметре, массой  $m_v$ , удельной теплоемкостью  $c_v$  и начальной температурой  $T_1$ .

В результате теплообмена установится температура  $T_0$ . При этом изменение энтропии каждого из тел может быть вычислено по формуле

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Поскольку  $dQ = cmdT$ , то энтропия каждого из тел изменится следующим образом:

для первого тела  $\Delta S_T = m_T c_T \ln \frac{T_0}{T_1};$

для второго тела  $\Delta S_K = m_K c_K \ln \frac{T_0}{T_1};$

для третьего тела  $\Delta S_B = m_B c_B \ln \frac{T_0}{T_1}.$

Учитывая свойства аддитивности энтропии, можно рассчитать изменение энтропии всей системы:

$$\Delta S = (m_K c_K + m_B c_B) \ln \frac{T_0}{T_1} + m_T c_T \ln \frac{T_0}{T_1}. \quad (2)$$

### Описание экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 5.9.1.

Образец (медный, алюминиевый, свинцовый) помещают в центр трубки и закрывают ее с двух концов пробками. Трубка погружена в воду, которая нагревается электрической спиралью.

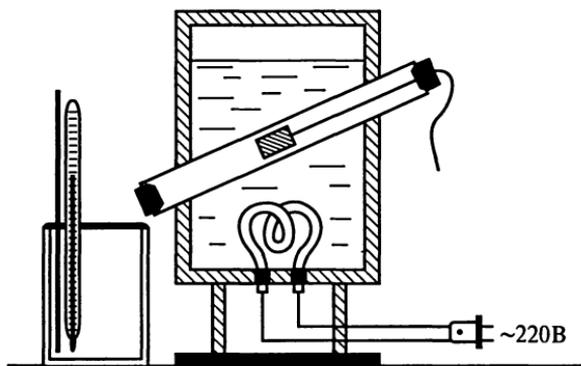


Рис. 5.9.1

Калориметр представляет собой алюминиевый сосуд в теплоизолирующем кожухе с крышкой, в отверстие которой вставляется термометр.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Определите с помощью рычажных весов массы тел и калориметра без кожуха. Налейте из-под крана воду в колбу (не менее 400 мл) и поставьте ее вдали от нагревателя.

**Задание 2.** Проверьте, чтобы уровень воды в сосуде с нагревателем был не ниже, чем верхний конец погруженной в него трубки. Включите нагреватель, предварительно поместив в трубку испытуемый образец. Налейте в стакан калориметра 100 мл воды, отмерив нужный объем мензуркой. Поставьте калориметр вдали от нагревателя, перед погружением в воду испытуемого тела измерьте температуру воды  $T_1$ . Через 10 мин после закипания воды в нагревателе выньте из трубки сначала нижнюю, а затем верхнюю пробки, после чего тело упадет в калориметр. Быстро закрыв калориметр, отставьте его подальше от нагревателя и следите за повышением температуры воды. Установившееся после теплообмена значение температуры  $T_0$  зафиксируйте в протоколе.

Вылейте воду из калориметра и дайте ему охладиться. Для ускорения охлаждения можно использовать воду комнатной температуры. Повторите измерения с другими телами (масса воды во всех опытах должна быть одинакова).

Для каждого опыта с помощью уравнения теплового баланса рассчитайте температуру  $T_0$ , установившуюся в системе после теплообмена. Сравните расчетные значения  $T_0$  с экспериментальными. Пользуясь формулой (2), найдите изменение энтропии системы. Результаты всех измерений и вычислений занесите в таблицу.

Постройте график зависимости  $\Delta S$  от полной теплоемкости испытуемых тел  $C = c_T m_T$ .

### Вопросы и упражнения

1. Сформулируйте термодинамическое определение энтропии. В чем статистический смысл энтропии?

2. Приведите различные формулировки второго начала термодинамики.

3. Докажите, что запрет Клаузиуса (утверждение о невозможности процессов, единственным результатом которых является передача теплоты от холодного тела к горячему) эквивалентен утверждению о невозможности уменьшения энтропии в изолированной системе.

4. Что такое идеальная тепловая машина? Каков ее максимальный КПД?

5. В теплоизолированный алюминиевый сосуд массой 120 г при температуре 20°C наливают 210 г воды, имеющей температуру 100°C. Как изменится энтропия системы в результате теплообмена?

6. В каком состоянии — жидком или кристаллическом (при той же температуре) — тело обладает большей энтропией и почему?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.10

### ИЗМЕНЕНИЕ ЭНТРОПИИ В НЕИЗОЛИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ

Цель работы: определение приращения энтропии при плавлении олова.

Приборы и принадлежности: тигель с оловом, термомпара, милливольтметр, электрическая плитка, сосуд со льдом, градуировочная кривая термомпары, секундомер.

Литература: [8, § 6.7, 6.8, 10.6]; [32, § 3.1, 3.4]; [16, гл. 3].

### Введение

В отличие от изолированной системы, в которой при необратимых процессах изменение энтропии всегда положительно ( $\Delta S > 0$ ), в неизолированной системе величина  $\Delta S$  может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от характера теплообмена с окружающей средой.

В данной лабораторной работе определяют изменение энтропии, происходящее при плавлении (или затвердевании) определенной массы олова (Sn).

Если первоначально температура олова равна комнатной, то при подведении теплоты олово сначала нагревается до температуры плавления, потом плавится при постоянной температуре. Изменение энтропии на первом этапе процесса равно:

$$\Delta S = cm \ln \frac{T_p}{T_k}, \quad (1)$$

где  $c$  — удельная теплоемкость [для олова  $c = 2,3 \cdot 10^2$  Дж/кг·К];  $m$  — масса олова, г;  $T_p$  — температура плавления;  $T_k$  — начальная (комнатная) температура.

На втором этапе (при плавлении)

$$\Delta S = \lambda m / T_p, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — удельная теплота плавления (для олова  $\lambda = 5,85 \cdot 10^4$  Дж/кг).  
Полное изменение энтропии:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = cm \ln \frac{T_p}{T_k} + \frac{\lambda m}{T_p}. \quad (3)$$

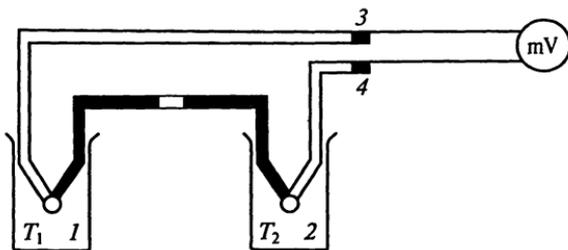


Рис. 5.10.1

Эта величина положительна ( $\Delta S > 0$ ), так как рассматриваемый процесс сопровождается притоком теплоты в систему. Для вычисления  $\Delta S$  надо знать параметры, входящие в (4), в частности, необходимо измерить температуру плавления олова.

### Описание экспериментальной установки

Кусок олова массой  $m = 50$  г нагревают до температуры плавления на электроплитке. Измерение температуры олова производят дифференциальной термопарой, схема которой показана на рис. 5.10.1. Она состоит из двух термопар 1 и 2, включенных «навстречу» так, что показание гальванометра равно разности термоЭДС; при этом  $T_2$  должна быть постоянной и вполне определенной. Искомую температуру  $T_1$  определяют тем же методом, что и при обычной термопаре, по градуировочной кривой или по шкале милливольтметра при заданном  $T_2$ . Важно, чтобы вся цепь 3—4 находилась при одинаковой температуре, ее изменения со временем не влияют на ЭДС.

Установку собирают по схеме, показанной на рис. 5.10.2. Спай термопары 2 помещается в сосуд с тающим льдом, т. е. находится при температуре  $T_2 = 273$  К. Градуировочная кривая термопары приложена к милливольтметру.

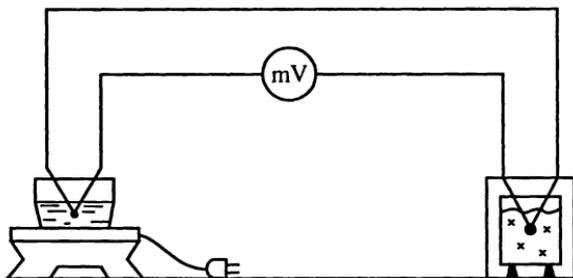


Рис. 5.10.2

## Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е.** После ознакомления с приборами данной работы и подготовки сосуда с тающим льдом включите электрическую плитку в сеть и доведите олово до жидкого состояния.

Далее выключите электроплитку, одновременно включив секундомер, отмечайте показания милливольтметра через каждую минуту. Данные занесите в таблицу, чтобы позже построить график  $T=f(t)$  зависимости температуры от времени. Измерения производите до тех пор, пока ЭДС не достигнет постоянного значения, а затем начнет уменьшаться.

Вновь включите электроплитку и снимите кривую нагревания олова, доведя его снова до жидкого состояния; график плавления постройте на той же координатной сетке, что и график затвердевания. По горизонтальным участкам обеих кривых определите среднее значение температуры фазового перехода (плавления или затвердевания) олова.

По данным эксперимента, используя выражение (4), вычислите изменение энтропии  $\Delta S_1$  расплавленного олова при изменении температуры от комнатной до температуры плавления олова, а также изменение его энтропии  $\Delta S_2$  при затвердевании и охлаждении до комнатной температуры.

### Вопросы и упражнения

1. Чем отличается характер плавления кристаллических и аморфных тел?
2. Какие превращения называют фазовыми переходами I рода? II рода?
3. Приведите пример диаграммы равновесия (фазовой диаграммы) вещества в координатах ( $p$ ,  $T$ ).
4. Приведите примеры обратимых и необратимых термодинамических процессов.
5. Найдите изменение энтропии для 30 г льда при превращении его в пар. Начальная температура льда  $-40^\circ\text{C}$ , температура пара  $100^\circ\text{C}$ .
6. Воду массой 1 кг нагрели от 10 до  $100^\circ\text{C}$  и превратили в пар. Найдите изменение энтропии системы.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.11

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЛЯРНОЙ ТЕПЛОТЫ ИСПАРЕНИЯ ВОДЫ ПРИ ТЕМПЕРАТУРЕ КИПЕНИЯ

Цель работы: экспериментальное определение молярной теплоты испарения воды при атмосферном давлении и температуре кипения и расчет постоянной Ван-дер-Ваальса.

Приборы и принадлежности: прибор для определения молярной теплоты испарения, ампервольтваттметр переменного тока, латр, аналитические весы, секундомер, стакан, стакан малой вместимости, набор гирь.

Литература: [8, § 7.4, 7.5, 7.9, 7.10]; [32, гл. 6]; [36, § 97, 98, 100—103].

## Введение

Для испарения жидкости требуются затраты энергии. Чтобы испарение жидкости происходило изотермически, к единице массы жидкости необходимо подводить определенное количество теплоты, которое называют удельной теплотой испарения  $\lambda$ . При испарении одного моля жидкости говорят о молярной теплоте испарения  $\lambda_M$ . В соответствии с первым началом термодинамики подводимое количество теплоты  $dQ$  идет на изменение внутренней энергии системы  $dU$  и совершение работы  $pdV$  по расширению массы жидкости при ее испарении:

$$dQ = dU + pdV. \quad (1)$$

Внутренняя энергия реального газа зависит не только от температуры, но и от объема. Согласно модели Ван-дер-Ваальса, потенциальная энергия одного моля газа или жидкости обратно пропорциональна занимаемому объему  $V$ :  $E_{\text{п}} = -a/V$ , где  $a$  — постоянная Ван-дер-Ваальса, зависящая от вида вещества, а также от температуры.

Таким образом, для испарения 1 моль жидкости при постоянной температуре требуется затратить энергию

$$\lambda_M = a \left( \frac{1}{V_{\text{ж}}} - \frac{1}{V_{\text{п}}} \right) + p(V_{\text{п}} - V_{\text{ж}}), \quad (2)$$

где  $V_{\text{ж}}$  — молярный объем жидкости;  $V_{\text{п}}$  — молярный объем пара.

Учитывая, что  $V_{\text{ж}} = M/\rho_{\text{ж}}$  ( $M$  — молярная масса,  $\rho_{\text{ж}}$  — плотность жидкости),  $V_{\text{п}} = RT/p$  (пар можно считать идеальным газом) и что  $V_{\text{ж}} \ll V_{\text{п}}$  (вдали от критической температуры), молярную теплоту испарения можно приближенно рассчитать по формуле:

$$\lambda_M \approx \frac{a\rho_{\text{ж}}}{M} + RT. \quad (3)$$

В данной работе предлагается измерить значение  $\lambda_M$  для воды при температуре кипения и атмосферном давлении (сведения о процессах, происходящих в жидкостях при кипении, приведены в лабораторной работе 5.12).

Количество теплоты передается воде от электрического нагревателя, по которому протекает переменный ток. Проходя через нагреватель, электрический ток совершает за время  $\tau$  работу

$$A_1 = I_1 U_1 \tau,$$

где  $I_1$  — действующее значение силы тока в спирали;  $U_1$  — действующее значение напряжения между концами нагревателя.

При стационарном режиме, когда температура жидкости равна температуре кипения, работа  $A$  идет на превращение воды в пар и на нагревание окружающей среды (тепловые потери), т.е.

$$I_1 U_1 \tau = \lambda_M v_1 + q, \quad (4)$$

где  $v_1$  — количество молей воды, испарившейся за время  $\tau$ ;  $q$  — тепловые потери за это же время.

Аналогичное уравнение можно записать для другого стационарного режима, характеризующегося другими значениями силы тока  $I_2$  и напряжения  $U_2$ . Если время испарения такое же, как и в первом случае, то и тепловые потери одинаковы, поэтому

$$I_2 U_2 \tau = \lambda_M v_2 + q. \quad (5)$$

Сравнивая (5) и (4), получим выражение для расчета молярной теплоты испарения:

$$\lambda_M = \frac{\tau(I_1 U_1 - I_2 U_2)}{v_1 - v_2}. \quad (6)$$

### Описание экспериментальной установки

Схема прибора для определения молярной теплоты испарения воды и схема включения нагревателя изображены на рис. 5.11.1.

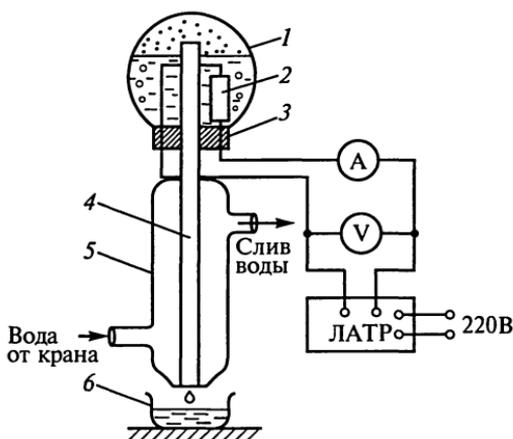


Рис. 5.11.1

Сферическая колба 1 с водой плотно закрывается резиновой пробкой 3. Через пробку проходят выводы нагревателя 2, а также трубка 4, отводящая пар в конденсор 5. Через конденсор пропускают холодную воду. Образующийся при кипении воды пар, проходя через конденсор, превращается в воду, которая собирается в сосуд 6.

Измерительные приборы (ампервольтваттметр, секундомер, аналитические весы) позволяют найти значения всех величин, необходимых для экспериментального определения  $\lambda_M$ .

## Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е 1.** Подготовка прибора к работе.

Соединив с водопроводным краном конденсор, пустите в него холодную воду, плавно открывая кран. В колбу 1 вода должна наливаться до такого уровня, чтобы закрыть нагреватель 2. При более высоком уровне во время кипения капли воды могут попадать в трубку 4, что увеличит массу конденсированного пара в сосуде 6 и приведет к существенной ошибке результата измерений.

Замкните электрическую цепь (с разрешения преподавателя или лаборанта) и установите с помощью ЛАТРа напряжение в цепи нагревателя. К измерениям приступите по истечении 10 мин после установки одного из значений мощности (например, 130 Вт, 120 Вт, 110 Вт). За это время прибор прогреется настолько, что процессы, происходящие в нем, можно считать стационарными.

**З а д а н и е 2.** Проведение измерений и расчет молярной теплоты испарения воды.

Конденсированную воду соберите в сосуд в течение 180—200 с. Массу воды определите с помощью аналитических весов (взвешивание производится с точностью до 0,01 г). По результатам взвешивания определите количество молей  $\nu$  испарившейся воды. Измерения проведите два раза при той же мощности и том же значении времени  $t$ .

Затем установите другое значение мощности  $i$ , выждав 10 мин, проводите новую серию измерений. Описанную процедуру проделать для трех разных значений мощности.

Результаты опытов представьте в виде таблицы. Рассчитайте  $\lambda_M$  по формуле (6) и оцените погрешность результата. Рассчитайте удельную теплоту испарения воды и сравните полученное значение с табличным.

**З а д а н и е 3.** Расчет постоянной Ван-дер-Ваальса  $a$ .

С помощью формулы (3) найдите значение постоянной Ван-дер-Ваальса  $a$  для 1 моль воды и сравните полученное значение с табличным.

## Вопросы и упражнения

1. Как объяснить с точки зрения молекулярно-кинетической теории убывание молярной теплоты испарения при возрастании температуры? Чему равна теплота испарения воды при критической температуре?

2. С помощью формулы (3) определите, какая часть теплоты испарения при  $100^{\circ}\text{C}$  идет на увеличение внутренней энергии, а какая — на совершение внешней работы.

3. Запишите уравнение Ван-дер-Ваальса и поясните смысл входящих в него поправок. Изобразите в координатах ( $p$ ,  $V$ ) изотермы Ван-дер-Ваальса и экспериментальные изотермы реального газа.

4. Что такое критическое состояние вещества? Как рассчитывают критические параметры в модели Ван-дер-Ваальса?

См. также вопросы к лабораторной работе 5.12.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.12

### ИЗУЧЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ТЕМПЕРАТУРЫ КИПЕНИЯ ВОДЫ ОТ ВНЕШНЕГО ДАВЛЕНИЯ

Цель работы: экспериментальное определение зависимости температуры кипения воды от внешнего давления.

Приборы и принадлежности: электрическая плитка, цифровой вольтметр, термopара, насос, сосуд с маслом и термометром, резиновый шланг, соединяющий конденсор с водопроводом, сосуд для кипящей воды, термометр с делениями, отличающимися на  $0,2^{\circ}\text{C}$ .

Литература: [8, § 7.9]; [7, гл. 6]; [36, § 113, 114, 116]; [16, § 1.7, 5.1, 5.2].

## Введение

Известно, что испарение жидкости может происходить при любой температуре. Наличие атмосферы, однако, существенно влияет на картину процесса. Испарение выглядит совершенно по-разному, в зависимости от того, будет ли давление насыщенного пара  $p_n$  при данной температуре меньше или больше внешнего атмосферного давления  $p$ .

Если  $p_n < p$ , происходит сравнительно медленное испарение с поверхности. Если же  $p_n$  достигает (или несколько превышает) давление окружающей атмосферы, возникает *кипение* жидкости. При этом парообразование происходит во всем объеме жидкости. Центрами образования пара являются мельчайшие пузырьки посторонних газов, обычно существующие на стенках сосуда (или на взвешенных в жидкости пылинках). Жидкость испаряется внутри

газового пузырька, поэтому пузырек оказывается наполненным не только газом, но и насыщенным паром.

При увеличении температуры до некоторого значения объем пузырька становится таким, что архимедова сила заставляет пузырек всплывать, оставляя на стенке зародыш нового пузырька. Остаточный пузырек не находится в равновесии, так как внутреннее давление в нем превышает внешнее, поэтому он быстро раздувается и вновь всплывает. Наблюдается кипение жидкости. Если жидкость кипит при постоянном внешнем давлении, то ее температура остается неизменной в течение всего процесса кипения.

Кипения жидкости можно добиться как путем изменения внешнего давления при неизменной температуре, так и путем нагревания жидкости при неизменном давлении.

При каждом заданном давлении кипение воды будет происходить при той температуре, при которой давление ее насыщенного пара равно данному внешнему давлению. Отсюда следует, что график  $p(T)$ , представляющий зависимость давления насыщенного пара от температуры, определяет также зависимость температуры кипения от давления. Наклон этого графика определяется уравнением Клапейрона — Клаузиуса:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda_M}{T(V_n - V_{ж})}$$

(обозначения те же, что и в описании лабораторной работы 5.11).

В данной работе исследуют изменение температуры кипения воды при понижении внешнего давления.

### Описание экспериментальной установки

Для изучения зависимости температуры кипения воды от внешнего давления используют установку, схема которой изображена на рис. 5.12.1. На электроплитке в сосуде  $A$  нагревается вода.

Сосуд  $A$  с помощью змеевика  $D$  соединен с баллоном  $B$ , который соединен с вакуумметром  $I$  и насосом  $2$ . Змеевик  $D$  проходит внутри конденсора  $C$ , в котором циркулирует вода из водопровода. Пары воды в змеевике  $D$  конденсируются, и вода стекает обратно в сосуд  $A$ .

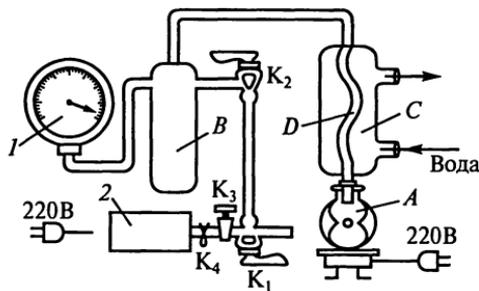


Рис. 5.12.1

Для измерения температуры паров кипящей воды в сосуде *A* используют термопару. Один спай термопары помещают в специальное углубление сосуда *A*, а другой — в сосуд со льдом или в жидкость, температура которой в процессе опыта не изменяется (сосуд с маслом). Концы термопары присоединяются к цифровому вольтметру, которым измеряют термоЭДС при различных давлениях насыщенных водяных паров в сосуде *A*. Температуру кипения воды в сосуде *A* при соответствующих давлениях находят по градуировочному графику термопары.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Подготовка установки к измерениям.

В сосуд *A* налейте воду до середины «кармана» и соедините сосуд со змеевиком *D*. Из водопровода пропустите воду через конденсор *C*, заполняя его водой. Краны  $K_1$  и  $K_2$  поставьте в такое положение, чтобы баллон *B* и вакуумметр были соединены с атмосферой. Стрелка вакуумметра должна стоять на нуле шкалы. Затем с помощью кранов  $K_1$  и  $K_2$  отключите баллон *B* от атмосферы.

При атмосферном давлении с помощью электроплитки нагрейте воду в сосуде *A* до кипения. Измерьте значение ЭДС термопары при температуре кипения воды и запишите показания в таблицу.

**Задание 2.** Экспериментальное исследование зависимости температуры кипения от давления.

Включите электроплитку. Кипение воды в сосуде *A* через некоторое время прекратится. Уменьшите давление в баллоне *B* на 3—5 делений вакуумметра, для чего краном  $K_2$  отключите баллон *B*, а кран  $K_1$  поставьте в такое положение, чтобы насос 2 мог откачивать воздух из части объема установки между кранами  $K_1$  и  $K_2$ .

Необходимо соблюдать следующий порядок включения насоса: включите электродвигатель, откройте кран  $K_4$ , затем — кран  $K_3$ . При нарушении указанной последовательности операций масло из насоса может попасть в систему стеклянных трубок.

При выключении насоса необходимо соблюдать обратный порядок: закройте кран  $K_3$ , затем — кран  $K_4$ , выключите электродвигатель.

Включив насос, откачайте воздух из части установки между кранами  $K_1$  и  $K_2$ . Через 2—5 мин кран  $K_1$  поставьте в такое положение, чтобы отключить эту часть установки от насоса и изолировать от атмосферы.

Медленно откройте кран  $K_2$  для уменьшения давления в баллоне  $B$ . Если кран  $K_2$  открыть резко, то баллон  $B$  можно залить водой из змеевика  $D$ . При открывании крана  $K_2$  давление в установке выравнивается (уменьшается) и вода в сосуде  $A$  начинает кипеть без подвода теплоты. В этот момент измерьте ЭДС термопары, а давление насыщенных водяных паров в баллоне  $B$  — вакуумметром. Значения занесите в таблицу.

Если вода в сосуде  $A$  при данном давлении не кипит, то закройте кран  $K_2$ , отключив баллон от атмосферы, а кран  $K_1$  поставьте вначале «на атмосферу», затем «на насос» и снова откачивайте воздух из части установки между кранами  $K_1$  и  $K_2$  в течение 2—4 мин, соблюдая описанный выше порядок опыта.

Произведите 15—20 измерений температуры кипения воды, меняя давление в баллоне  $B$  на величину, соответствующую 3—5 делениям вакуумметра. Полученные значения температуры кипения при заданном давлении сравните с табличными данными.

Постройте график зависимости температуры кипения воды от давления.

### Вопросы и упражнения

1. Почему при кипении при постоянном давлении температура жидкости не изменяется?

2. Получите теоретическую зависимость  $p(T)$  для давления насыщенных паров, считая пар идеальным газом.

3. С помощью уравнения Клапейрона—Клаузиуса рассчитайте, при каком внешнем давлении температура кипения воды будет равна  $95^\circ\text{C}$ ;  $105^\circ\text{C}$ .

4. Изобразите диаграмму фазового равновесия  $\text{H}_2\text{O}$  в координатах ( $p$ ,  $T$ ). Укажите на ней области, соответствующие твердому, жидкому и газообразному состояниям.

5. Что такое перегретая жидкость? Пересыщенный пар? Как можно получить такие состояния вещества?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.13

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОВЕРХНОСТНОГО НАТЯЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Цель работы: экспериментальное определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости и его зависимости от температуры.

Приборы и принадлежности: прибор Ребиндера для определения коэффициента поверхностного натяжения, термометр, электрическая плитка, сосуд для воды.

Литература: [8, § 7.11—7.13]; [32, гл. 5]; [16, § 5.3].

## Введение

Энергетические состояния молекул в поверхностном слое и внутри объема жидкости различны. Поверхностный слой жидкости обладает добавочной потенциальной энергией  $E$ , которая пропорциональна площади поверхности:

$$E = \alpha S. \quad (1)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  называют коэффициентом поверхностного натяжения. Его значение зависит от рода жидкости и температуры. Из-за наличия поверхностной энергии жидкость стремится к сокращению своей поверхности.

Для определения коэффициента поверхностного натяжения надо знать среду, с которой граничит жидкость. В таблицах обычно приводят значения поверхностного натяжения жидкости на границе с ее насыщенным паром.

На линии, ограничивающей поверхность жидкости, поверхностное натяжение проявляется как сила, направленная по касательной к поверхности перпендикулярно к границе. Сила поверхностного натяжения пропорциональна длине границы  $L$ :

$$F = \alpha L. \quad (2)$$

Если поверхность жидкости не плоская, то стремление ее к сокращению площади приводит к возникновению добавочного давления  $\Delta p$  (его обычно называют лапласовским). Для сферической поверхности

$$\Delta p = \frac{2\alpha}{R}, \quad (3)$$

где  $R$  — радиус кривизны сферической поверхности.

В данной работе рассматриваются сферические пузырьки воздуха, образующиеся в жидкости. В равновесии давление воздуха внутри пузырька больше внешнего давления на величину  $\Delta p$ , причем чем меньше радиус пузырька, тем больше разница давлений. Пузырьки выдуваются из капилляра, кончик которого опущен в жидкость. Как видно из рис. 5.13.1, минимальный радиус пузырька равен радиусу отверстия капилляра. Измерив лапласовское давление, можно определить коэффициент поверхностного натяжения.

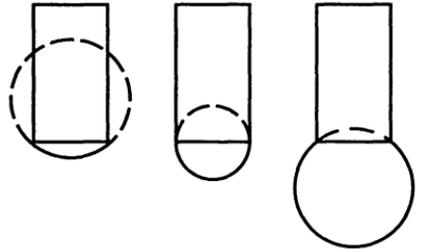


Рис. 5.13.1

## Описание экспериментальной установки

Схема прибора Ребиндера, служащего для определения коэффициента поверхностного натяжения жидкостей, изображена на рис. 5.13.2. Трубка 5 с вытянутым кончиком К (капилляром) вставляется в пробку, закрывающую сосуд 3 с исследуемой жидкостью. Капилляр К должен соприкасаться с поверхностью исследуемой жидкости. Тройник 6 соединяет воздушное пространство сосуда 3 с аспиратором 9 и манометром 4. С помощью манометра измеряют разность атмосферного давления и давления воздуха в сосуде 3. Сосуд 3 можно помещать в водяную баню 2, снабженную нагревателем 1 (электрическая плитка) и термометром 8.

При проведении экспериментов открывается кран аспиратора 9, вследствие чего вода из аспиратора выливается в стакан 10, при этом в сосуде 3 создается разрежение. Разность давлений внутри и вне сосуда 3 приводит к возникновению на конце капилляра К воздушного пузырька. По мере увеличения этой разности пузырек выдувается из капилляра, причем его радиус, как видно из рис. 5.13.1, уменьшается и растущая разность давлений уравновешивается лапласовским давлением  $\Delta p$ . Радиус пузырька быстро достигает минимально возможного значения, определяемого радиусом отверстия капилляра. Дальнейшее увеличение разрежения приводит к нарушению равновесия и отрыву пузырька. В момент отрыва разность давлений  $\Delta p$ , регистрируемая манометром, равна лапласовскому давлению  $2\alpha/R$ .

Входящий в эту формулу радиус пузырька нельзя определять путем непосредственного измерения радиуса капилляра прежде всего потому, что капилляр не совсем круглый. Поэтому лучше записать соотношение (3) в виде

$$\Delta p = K\alpha, \quad (4)$$

определив коэффициент  $K$  из опыта. Для одной и той же установки  $K$  является постоянной величиной. Для определения  $K$  необхо-

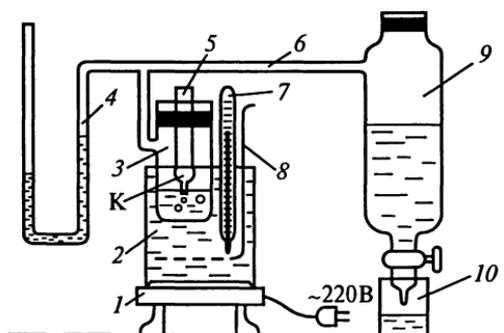


Рис. 5.13.2

димо произвести опыт с жидкостью, для которой значение  $\alpha$  известно (например, с дистиллированной водой).

## Измерения и обработка результатов

При подготовке прибора к работе в аспиратор налейте воду. В сосуд 2 с исследуемой жидкостью поместите трубку 1 так, чтобы капилляр трубки касался поверхности жидкости. Сосуд 2, аспиратор 4 плотно закрывают резиновыми пробками. Если открыть кран аспиратора, из капилляра в исследуемую жидкость должны выдвигаться пузырьки воздуха. Открывая и закрывая кран аспиратора, подберите удобную для измерений скорость образования пузырьков.

**Задание 1.** Определение постоянной  $K$  прибора.

Измерьте  $\Delta p_0$  при продувании пузырьков через дистиллированную воду при комнатной температуре. Измерения проведите не менее 10—12 раз. Постоянную  $K$  рассчитайте по формуле (4). Значение  $\alpha$  возьмите из таблиц.

**Задание 2.** Определение зависимости коэффициента поверхностного натяжения воды  $\alpha$  от температуры.

Включив нагреватель, нагрейте воду в сосуде 2 до 80—90 °С. Сосуд 2 при нагревании должен быть открыт, чтобы давление в нем не повышалось. Производя измерение  $\Delta p$  при остывании воды через каждые 10°, определите  $\alpha$  при соответствующих значениях температуры.

**Задание 3.** Определение коэффициента поверхностного натяжения спирта.

По вышеописанной методике определите  $\alpha$  для спирта при комнатной температуре, предварительно поместив капилляр в сосуд с подкрашенным спиртом.

Результаты всех измерений занесите в таблицу, полученную температурную зависимость представьте в виде графика. Во всех случаях проведите оценку точности измерений.

## Вопросы и упражнения

1. Какой физический смысл коэффициента поверхностного натяжения?

2. Каково значение коэффициента поверхностного натяжения при критической температуре и почему?

3. Как изменится коэффициент поверхностного натяжения воды, если добавить в нее спирт?

4. Какое значение имеют явления смачивания и несмачивания в природе и технике?

5. Одинаковы ли значения  $\Delta p$  в формуле (3) для смачивающей и не-смачивающей жидкостей в одном и том же капилляре в момент выдувания из него пузырька воздуха?

6. В закрытом сосуде находятся капли воды разной величины. Что произойдет с ними через продолжительное время и почему?

7. При подъеме смачивающей жидкости по капилляру выделяется теплота. Как рассчитать количество выделившейся теплоты?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.14

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ КОМНАТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЕ

Цель работы: проверка закона Дюлонга и Пти для некоторых металлов при комнатной температуре.

Приборы и принадлежности: калориметр, выпрямитель типа ВСА-5К, амперметр, миллиамперметр, цифровой вольтметр, магазин сопротивлений, стабилизатор напряжения.

Литература: [8, § 10.8—10.10]; [36, § 68, 69]; [16, § 4.5].

#### Введение

В твердых кристаллических телах атомы или положительно заряженные ионы, находящиеся в узлах кристаллической решетки, совершают малые колебания около некоторого положения равновесия с частотой  $\nu_0$ . Считая колебания отдельных атомов независимыми друг от друга и принимая, что  $kT \gg h\nu_0$ , определим теплоемкость кристалла.

Каждый атом можно считать осциллятором, имеющим три колебательные степени свободы. При сделанных предположениях можно применить классическую теорему о равнораспределении энергии по степеням свободы. Средняя энергия, приходящаяся на одну колебательную степень свободы, равна  $kT$  ( $k$  — постоянная Больцмана,  $T$  — абсолютная температура). Каждый атом обладает тремя степенями свободы, а 1 моль вещества содержит  $N_A$  (число Авогадро) атомов. Следовательно, внутренняя энергия 1 моль вещества  $U = 3N_A kT$ . Тогда молярная теплоемкость при постоянном объеме равна:

$$C_V = \frac{dU}{dT} = 3N_A k = 3R,$$

где  $R$  — универсальная газовая постоянная.

Это соотношение носит название закона Дюлонга и Пти. Эксперименты показали, что при высоких температурах (порядка

комнатной и выше) большинство твердых тел достаточно хорошо подчиняется этому закону. Однако в области низких температур теплоемкость убывает с понижением температуры, причем  $C \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow 0$ , что удается объяснить только методами квантовой механики.

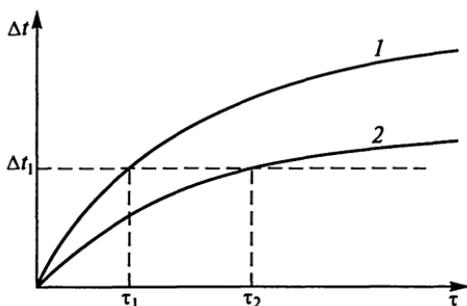


Рис. 5.14.1

Целью данной работы является измерение теплоемкости твердых тел при высоких температурах. Методика проведения эксперимента заключается в следующем. Исследуемое тело нагревается электрическим способом в калориметре. Сначала определяется зависимость приращения температуры от времени для пустого калориметра 1, затем для калориметра с исследуемым телом 2. При этом ток  $I_H$  в обмотке нагревательной спирали калориметра неизменен. В отсутствие теплообмена с окружающей средой эти зависимости были бы линейными. В реальных условиях графики этих зависимостей имеют вид, изображенный на рис. 5.14.1.

Для нагревания пустого калориметра на  $\Delta t$  градусов потребуется отрезок времени  $\tau_1$ , а для нагревания калориметра с телом на те же  $\Delta t$  градусов потребуется больший промежуток времени  $\tau_2$ . Удельная теплоемкость исследуемого вещества может быть определена из уравнения теплового баланса (различием в тепловых потерях в окружающее пространство пренебрегаем):  $I_H^2 R_H (\tau_2 - \tau_1) = c m \Delta t$ , откуда

$$c = \frac{I_H^2 R_H \Delta \tau}{m \Delta t}, \quad (1)$$

где  $c$  — удельная теплоемкость тела;  $m$  — масса исследуемого тела;  $R_H$  — сопротивление спирали нагревателя;  $\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1$ .

### Описание экспериментальной установки

Для измерения теплоемкости металлов используют калориметр, конструкция которого показана на рис. 5.14.2. Калориметр представляет собой латунный корпус с коническим отверстием, куда вставляются исследуемые тела, имеющие форму усеченного конуса. Для медного тела  $m = 2,50$  кг, для стального  $m = 2,17$  кг. В корпусе калориметра уложена нагревательная спираль (печка) из константана и спираль термометра сопротивления, выполненная из медной проволоки. Снаружи корпус калориметра закрыт теп-

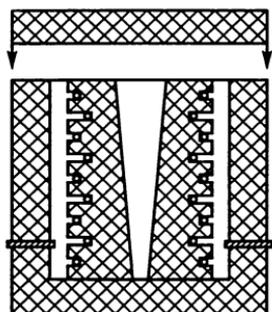


Рис. 5.14.2

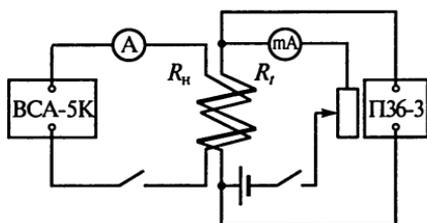


Рис. 5.14.3

лоизолирующим кожухом. Тела помещают в калориметр и вынимают из него только с помощью специального приспособления.

Электрическая схема калориметра представлена на рис. 5.14.3. Нагреватель сопротивлением  $R_n = 100$  Ом питается от выпрямителя типа ВСА-5К. При включенном нагревателе температура калориметра с течением времени повышается. Для измерения температуры используют зависимость сопротивления медной проволоки от температуры (термометр сопротивления). В качестве источника постоянного тока в измерительной цепи термосопротивления используют стабилизатор напряжения ПЗ6-3. Сопротивление спирали термометра при разных температурах может быть рассчитано на основании показаний цифрового вольтметра  $V$  и миллиамперметра  $mA$ , включенных в измерительную цепь:  $R_t = \frac{U_t}{I_t}$  (для удобства расчетов значение тока  $I_t$  в измерительной цепи рекомендуется установить равным 1 мА). Зная, что сопротивление металла изменяется с температурой по линейному закону

$$R_t = R_0(1 + \alpha t),$$

можно найти температуру  $t$  исследуемого образца (здесь  $R_0$  — сопротивление при  $0^\circ C$ ,  $R_t$  — сопротивление при температуре  $t$ ,  $\alpha$  — температурный коэффициент сопротивления; для меди  $\alpha = 42,8^\circ \cdot 10^{-4} K^{-1}$ ).

### Измерения и обработка результатов

Электрическая схема собрана в соответствии с рис. 5.14.3.

При разомкнутой цепи нагревателя включите выпрямитель и установите по его вольтметру выходное напряжение 60—65 В. Включите стабилизатор напряжения и цифровой вольтметр.

**З а д а н и е 1.** Измерение зависимости температуры калориметра с образцом от времени.

Поместите исследуемый образец в калориметр и закройте крышккой. С помощью магазина сопротивлений установите значение  $I_t$ , равным 1 мА. Запишите начальное показание цифрового вольтметра  $U_t$ .

Замкните цепь нагревателя и одновременно включите секундомер для регистрации промежутков времени. Через каждую минуту в течение 15 мин регистрируйте значения  $U_t$ . В процессе измерений поддерживайте постоянными токи нагревателя и термометра сопротивления. Результаты измерений занесите в таблицу.

**Внимание!** Категорически запрещается прикасаться к внутренней поверхности калориметра и к поверхности исследуемого тела.

После окончания измерений выключите нагреватель, откройте крышку калориметра и с помощью специального приспособления извлеките тело. В течение 30 мин охладите калориметр.

**Задание 2.** Измерение временной зависимости температуры пустого калориметра.

Пустой калориметр закройте крышкой и проведите те же измерения, что и в задании 1. После этого выключите установку и откройте крышку калориметра.

**Задание 3.** Определение теплоемкости металлов.

По данным измерений найдите удельную и молярную теплоемкости металлов исследуемых образцов. Результаты измерений сравните с табличными значениями и с предсказаниями закона Дюлонга и Пти.

### Вопросы и упражнения

1. Каковы основные положения классической теории теплоемкости твердых тел?

2. Рассчитайте молярную теплоемкость  $C_V$  поваренной соли NaCl в классическом приближении.

3. Какие явления не объясняются классической теорией теплоемкости твердых тел?

4. Может ли классическая физика объяснить, почему электроны проводимости в металлах не дают вклада в теплоемкость при комнатной температуре?

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.15

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОЕМКОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

**Цель работы:** экспериментальное измерение зависимости молярной теплоемкости  $C_V$  графита, свинца и кремния от температуры в диапазоне 77—300 К.

**Приборы и принадлежности:** стальная пружина, теплоизолированный сосуд с жидким азотом, набор исследуемых образцов твердых тел с вмонтированными в них термопарами, двух-

координатный самописец или компьютер, источник питания лампы накаливания, источник питания фотосопротивления, калибровочные графики.

Литература: [8, § 10.9—10.11, 11.1]; [32, § 36]; [36, § 68, 69, 85]; [16, § 4.5].

## Введение

Согласно классической теории теплоемкости кристаллических твердых тел, молярная теплоемкость  $C_V$  не зависит от рода вещества и от температуры и равна  $3R$  (закон Дюлонга и Пти — см. введение к лабораторной работе 5.14). Однако многочисленные опыты показали, что в области низких температур этот закон существенно нарушается: теплоемкость резко уменьшается с понижением температуры. Кроме того, классическая теория теплоемкости кристаллов не может объяснить, почему в металлических твердых телах на теплоемкость не оказывает влияние тепловое движение свободных электронов, в то время как это движение играет решающую роль в механизме электропроводности. Лишь создание квантовой теории теплоемкости разрешило возникшие противоречия.

При вычислении теплоемкости твердое тело следует рассматривать как систему взаимодействующих частиц — квантовых гармонических осцилляторов, имеющих разные частоты колебаний. Простая модель, учитывающая взаимодействие атомов решетки кристаллического тела, была предложена Дебаем. Он рассматривал кристалл как упругую среду, в которой возбуждаются упругие звуковые волны, представляющие собой коллективные колебания осцилляторов. В квантовой теории энергия упругих волн кратна  $h\nu$  и упругую волну с энергией  $h\nu$  называют фононом (по аналогии с квантом энергии электромагнитного поля фотоном). Максимальное число фононов в кристалле равно  $3N$  ( $N$  — число атомов), а скорость всех фононов примерно одинакова и равна скорости звука. Минимальная длина волны по порядку величины определяется расстоянием между соседними атомами в кристалле, а соответствующая ей максимальная частота  $\nu_{\max}$  определяет важный параметр кристалла — его дебаевскую температуру  $\Theta$ :

$$k\Theta = h\nu_{\max}. \quad (1)$$

Молярная теплоемкость одноатомного кристалла в дебаевском приближении определяется следующей формулой:

$$C_V = 3R \left[ 12 \left( \frac{T}{\Theta} \right)^3 \frac{\Theta}{T} \int_0^{\Theta/T} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} - \frac{3(\Theta/T)}{e^{\Theta/T} - 1} \right]. \quad (2)$$

При низких температурах ( $T \ll \Theta$ ) молярная теплоемкость убывает по степенному закону:

$$C_V = \frac{12}{5} \pi^4 R \left( \frac{T}{\Theta} \right)^3, \quad (3)$$

а при высоких температурах ( $T \gg \Theta$ )

$$C_V \approx 3R. \quad (4)$$

Полученный результат говорит о том, что чем ниже температура кристалла, тем существеннее сказываются коллективные колебания решетки, а при достаточно высоких  $T$  атомы можно считать колеблющимися независимо.

Дебаевская температура, таким образом, является характерным масштабом, разделяющим область высоких и низких  $T$  для твердого тела. Например, у свинца  $\Theta$  составляет 94,5 К, у кремния — 625 К, а у кристаллического графита — 1860 К. Поэтому свинец уже при комнатной температуре имеет  $C = 3R$ , а кремний и особенно графит при  $T = 300$  К имеют теплоемкость значительно меньшую.

На рис. 5.15.1 приведена теоретическая зависимость величины  $C_V/3R$  от  $T/\Theta$  в дебаевском приближении. Построенная в относительных координатах  $T/\Theta$  функция Дебая является универсальной (не зависящей от рода кристалла).

Рассматривая различные модели, положенные в основу расчета теплоемкости твердых тел, мы имели в виду решеточную теплоемкость. Поэтому результаты, безусловно, применимы к диэлектрическим твердым телам. Если же речь идет о металлах, то необходимо оценить вклад свободных электронов в теплоемкость. Оценка вклада электронов проводимости в теплоемкость металлов, основанная на классической модели твердого тела, не дает правильного результата: в действительности теплоемкость металлов при высоких температурах мало отличается от теплоемкости диэлектриков. Причина этого расхождения в том, что электронный газ в металлах подчиняется не классической статистике Максвелла — Больцмана, а квантовой статистике Ферми — Дирака.

Квантовая теория теплоемкости электронного газа установила, что электронная теплоемкость  $C_{эл}$  пропорциональна первой степени  $T$ :

$$C_{эл} = \gamma T, \quad (5)$$

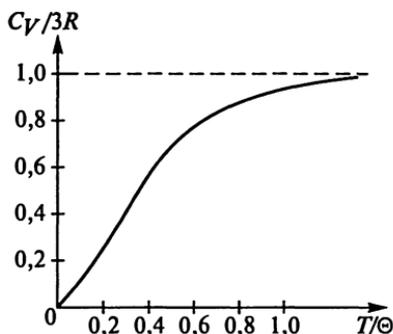


Рис. 5.15.1

причем  $\gamma \approx 10^{-4}$  Дж/(моль · К<sup>2</sup>). Таким образом, при комнатной температуре вклад электронов в полную теплоемкость металла очень мал. При  $T < 4$ К электронная доля теплоемкости становится сравнимой с решеточной.

### Описание экспериментальной установки

В лабораторной работе для исследования зависимости  $C(T)^*$  твердых тел применяют экспериментальную установку, схема которой приведена на рис. 5.15.2.

К стальной пружине 1, удлинение которой в очень широком пределе строго подчиняется закону Гука, подвешен теплоизолированный сосуд 4. В этот сосуд помещают исследуемый образец 3; в центр образца вмонтирована термопара 2. К основанию сосуда с его внешней стороны на длинном стержне прикреплено фотосопротивление 6. Фотосопротивление последовательно соединено с источником питания (ВУП) и входом  $X$  двухкоординатного самописца или компьютера (снабженного двухканальным аналого-цифровым преобразователем). Сосуд может перемещаться вниз и вверх, при этом фотосопротивление перемещается внутри непрозрачной шахты 5, на дне которой укреплена лампа накаливания 7.

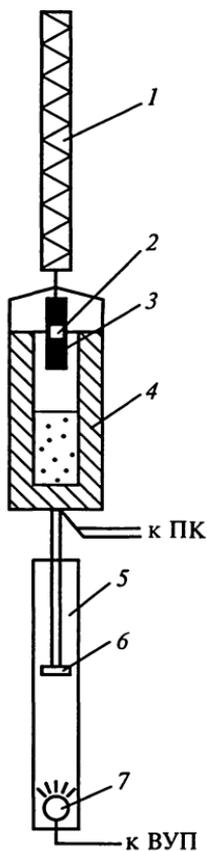


Рис. 5.15.2

При наполнении сосуда жидким азотом ( $T_{\text{кип}} = 77$  К) пружина растягивается и фотосопротивление максимально приближается к осветителю. В этот момент фототок достигает максимума. По мере испарения азота из сосуда уменьшается его масса и, следовательно, растяжение пружины и фототок в цепи фотосопротивления. Используя калибровочную кривую зависимости сигнала с фотосопротивления от массы сосуда, по изменению фототока можно судить о массе  $m$  испарившегося азота. Если теперь в жидкий азот опустить исследуемый образец твердого тела, то скорость испарения азота увеличивается, что также можно оценить по изменению

\* Для твердых тел теплоемкости  $C_V$  и  $C_p$  отличаются крайне мало. В лабораторном эксперименте определяют теплоемкость при постоянном давлении  $C_p$ . В дальнейшем изложении не делается различия между  $C_V$  и  $C_p$ , поэтому молярную теплоемкость будем обозначать  $C$ .

значения фототока. Очевидно, образцы с разной теплоемкостью будут приводить к разной зависимости массы испарившегося азота от времени.

Об изменении температуры охлаждаемого тела можно судить по значению тока в цепи термопары, спай которой вмонтирован в геометрический центр образца. Этот ток подается на вход  $Y$  самописца или компьютера.

Предварительно определив массу образца  $M_0$ , его опускают в сосуд с жидким азотом. На ленте самописца фиксируется изменение массы жидкого азота  $m$  в сосуде при помещении в него охлаждаемого тела, во время его охлаждения до температуры кипения азота  $T_{\text{кип}} = 77$  К и после его полного охлаждения, а также изменение температуры образца от 300 до 77 К в реальном масштабе времени.

Построив график зависимости  $m(T)$  массы испарившегося азота от температуры образца, можно определить молярную теплоемкость образца  $C$ . Запишем уравнение теплового баланса:

$$L_{\text{кип}} m = \int_{T_0}^T \frac{M_0}{M} C dT, \quad (6)$$

где  $L_{\text{кип}} = 198$  кДж/кг — удельная теплота парообразования азота при температуре кипения и атмосферном давлении;  $M$  — молярная масса образца. Из (6) следует, что

$$\frac{dm}{dT} = \frac{M_0}{M} \frac{C}{L_{\text{кип}}}. \quad (7)$$

Таким образом, для определения  $C(T)$  необходимо выполнить графическое дифференцирование функции  $m(T)$ .

## Измерения и обработка результатов

**Внимание!** Прежде чем приступить к выполнению лабораторной работы, ознакомьтесь с правилами техники безопасности при работе с жидким азотом.

**Задание 1.** Получение калибровочного графика зависимости фотосигнала от растяжения пружины.

Зафиксируйте начальное (в отсутствие нагрузки на пружину) значение тока фотосопротивления. Затем, последовательно помещая в сосуд подвешенные на пружине грузы массой от 10 до 100 г, запишите значения фототока  $I_{\text{ф}}$ .

Постройте график зависимости  $I_{\text{ф}} = f(m)$  ( $m$  — изменение массы сосуда, равное массе груза).

**Задание 2.** Измерение молярной теплоемкости кремния, свинца и графита (кристаллического) в диапазоне от 300 до 77 К.

Выполнение работы и обработку результатов измерений рекомендуется проводить в следующей последовательности:

1. Ознакомьтесь с конструкцией установки.
2. Измерьте комнатную температуру и массы образцов.
3. Один из образцов, находящийся при комнатной температуре, опустите в сосуд с жидким азотом. При этом фиксируйте значения фототока и тока в цепи термопары с помощью самописца или компьютера в зависимости от времени.
4. Прделайте задание 3 с другими образцами.
5. Воспользовавшись калибровочной кривой, полученной в задании 1, и калибровочным графиком термопары, постройте зависимость массы испарившегося азота от температуры  $m = f(T)$  для каждого образца.
6. Выполнив графическое дифференцирование, рассчитайте по графику значения теплоемкости  $C$  в зависимости от  $T$  для каждого образца.
7. Постройте графики зависимости  $C/3R$  от  $T/\Theta$  для каждого образца и сравните их с теоретической кривой Дебая (см. рис. 5.15.1).

### Вопросы и упражнения

1. Каковы основные положения дебаевской теории теплоемкости твердого тела?
2. Покажите, что из общей формулы Дебая (2) как предельные случаи получаются зависимости (3) и (4).
3. С помощью графика (см. рис. 5.15.1) определите дебаевскую температуру для серебра, если известно, что при  $T = 65$  К его молярная теплоемкость  $C_V = 15$  Дж/(моль·К).
4. Каким статистическим распределением описывается электронный газ в металле? Вычислите энергию Ферми для серебра, приняв число свободных электронов равным числу атомов.
5. Как оценить вклад в теплоемкость металлов электронов проводимости: а) исходя из классической теории; б) исходя из квантовой теории?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.16

### ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ХОЛЛА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Цель работы: исследование зависимости ЭДС Холла в полупроводниках от индукции магнитного поля; определение концентрации и подвижности основных носителей заряда в полупроводнике.

Приборы и принадлежности: образец полупроводникового материала — германия (Ge), стабилизатор напряжения по-

стоянного тока, цифровой вольтметр, миллиамперметр, электромагнит, выпрямитель ВС-24М.

Литература: [8, § 11.4]; [38, § 100]; [16, § 4.3].

### Введение

Эффект Холла в полупроводниках заключается в появлении поперечной разности потенциалов в полупроводниковом образце с током, помещенном в магнитное поле. Рассмотрим полупроводниковый образец в виде прямоугольной пластинки с электронным типом проводимости (рис. 5.16.1).

Направление средней упорядоченной скорости электрона  $\vec{v}$  противоположно вектору плотности тока  $\vec{j}$ . Магнитное поле перпендикулярно плоскости рисунка. Под действием силы Лоренца электроны будут отклоняться к верхней грани образца, на которой скапливается отрицательный заряд, на противоположной грани остается нескомпенсированный положительный заряд ионов кристаллической решетки. Возникающая вследствие этого поперечная разность потенциалов называется ЭДС Холла.

Разделение зарядов в образце будет продолжаться до тех пор, пока электрическая и магнитная составляющие силы Лоренца не уравновесят друг друга. При этом условии (обозначения из рис. 5.16.1)

$$ev_x B_z - eE_y = 0. \quad (1)$$

Отсюда

$$E_y = v_x B_z = \frac{j_x B}{en_e} = R_H j_x B, \quad (2)$$

где  $R_H = \frac{1}{en_e}$  — постоянная Холла;  $n_e$  — концентрация электронов. Для отрицательно заряженного электрона постоянная Холла отрицательна:

$$R_H = -\frac{1}{|e|n_e}. \quad (3)$$

Очевидно, постоянная Холла в материале  $p$ -типа проводимости, где основны-

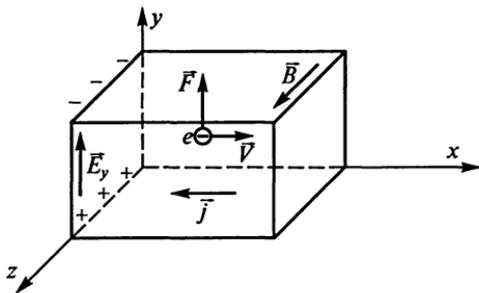


Рис. 5.16.1

ми носителями заряда являются дырки, равна:

$$R_H = \frac{1}{en_p}, \quad (4)$$

где  $n_p$  — концентрация дырок.

Из сопоставления выражений (3) и (4) видно, что знак постоянной Холла  $R_H$  и, следовательно, знак ЭДС Холла  $U_H$  будут зависеть от знака носителей заряда в полупроводнике. Если перейти от напряженности поля Холла  $E_y$  к ЭДС Холла  $U_H$  и от плотности тока  $j_x$  к полному току через образец  $I$ , то выражение (2) преобразуется к виду

$$U_H = \frac{R_H IB}{d}, \quad (5)$$

где  $d$  — размер образца в направлении от  $z$ .

Из анализа выражений (3), (4) и (5) видно, что значение ЭДС Холла позволяет найти концентрацию и знак носителей заряда.

Если, помимо ЭДС Холла, измерить электропроводность  $\sigma = en\mu$  (6), то можно найти подвижность основных носителей  $\mu$ , равную произведению  $R_H$  на  $\sigma$ :

$$R_H \sigma = \frac{1}{en} (en\mu) = \mu. \quad (6)$$

Таким образом, измерив ЭДС Холла и проводимость, можно определить такие важные параметры полупроводника, как знак и концентрация основных носителей заряда и их подвижность.

### Описание экспериментальной установки

ЭДС Холла и удельное сопротивление полупроводниковых образцов измеряют с помощью схемы, представленной на рис. 5.16.2.

Основным элементом схемы является полупроводниковый образец, представляющий собой монокристалл германия с небольшим добавлением примеси [размеры образца:  $d = 0,106$  см (в направлении магнитного поля),  $l = 0,29$  см (в направлении тока), площадь поперечного сечения  $S = 0,165 \times 0,106$  см<sup>2</sup>], изготовленный в виде гантели для обеспечения лучшей эквипотенциальности боковых зондов для измерения ЭДС Холла. Контакты 1, 2 служат для создания электрического тока в образце, 3—5 — для измерения ЭДС Холла, 4—5 — для измерения удельного сопротивления. Сила тока в образце не должна превышать 1 мА.

Полупроводниковый образец помещают между полюсами электромагнита. Ток в электромагните создается с помощью выпрямителя ВС-24М. Для изменения направления тока в обмотке маг-

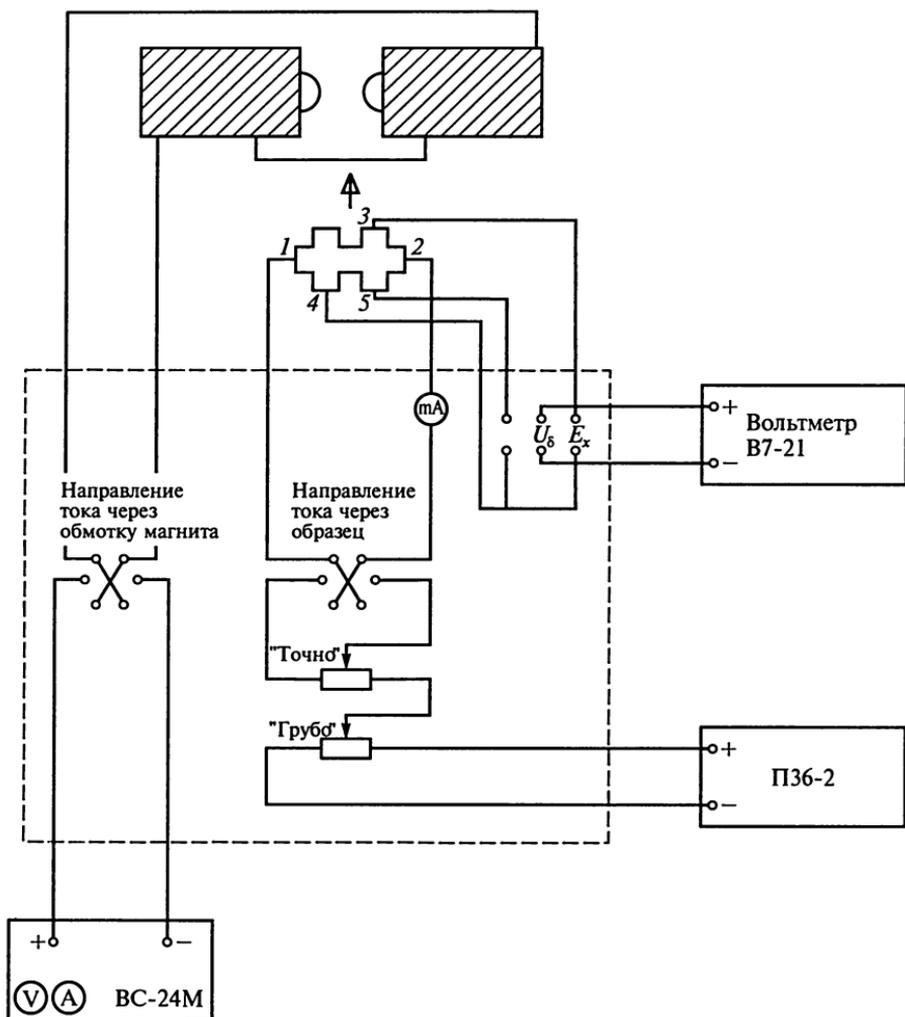


Рис. 5.16.2

нита имеется специальный переключатель, расположенный на панели управления экспериментальной установки.

Ток в полупроводниковом образце создается с помощью стабилизатора постоянного тока ПЗ6-2, который снабжен дополнительными потенциометрами для грубой и точной регулировки силы тока и переключателем для изменения направления тока в образце. Ток через образец измеряется миллиамперметром. Потенциометры «Грубо», «Точно», переключатель направления тока и миллиамперметр находятся на панели управления.

ЭДС Холла и напряжение на образце для расчета сопротивления образца измеряют с помощью цифрового вольтметра. Выбор

измеряемого параметра осуществляется с помощью переключателя рода работы на панели управления.

## Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Измерение зависимости ЭДС Холла от индукции магнитного поля при постоянной силе тока в образце.

Поддерживая постоянную силу тока в образце (рекомендуется установить значение тока в образце  $I = 0,5$  мА), измерьте зависимость ЭДС Холла от индукции магнитного поля  $B$ , изменяя ток в электромагните от 0,5 до 4,5 А (через 1 А). Напряженность магнитного поля в зависимости от тока через электромагнит находят с помощью калибровочного графика. При определенном значении индукции магнитного поля следует проводить четыре измерения, соответствующие двум направлениям тока через образец и противоположным направлениям магнитного поля. Значение ЭДС Холла принимают равным среднему арифметическому из четырех полученных значений.

Результаты занесите в таблицу и по ним постройте график зависимости  $U_{H\text{cp}}$  от  $B$ .

**Задание 2.** Определение концентрации носителей заряда по значению постоянной Холла.

По тангенсу угла наклона графика  $U_{H\text{cp}}(B)$  определите постоянную Холла:  $R_H = \frac{U_H d}{IB}$ , м<sup>3</sup>/Кл. Оцените погрешность результата также с помощью графика.

Рассчитайте концентрацию основных носителей заряда (м<sup>-3</sup>)

$$n = \frac{1}{eR_H}.$$

**Задание 3.** Определение подвижности основных носителей заряда.

Измерьте разность потенциалов  $U_\sigma$  между зондами 4 и 5 (при выключенном электромагните) и определите проводимость полупроводникового образца:

$$\sigma = \frac{1}{U_\sigma} \frac{1}{S},$$

где  $S$  — площадь поперечного сечения образца.

Зная постоянную Холла  $R_H$  и электропроводность, найдите подвижность основных носителей заряда:

$$\mu = R_H \sigma.$$

Результаты всех измерений и вычислений занесите в таблицу.

## Вопросы и упражнения

1. Что такое подвижность носителей тока? Из определения погрешности и закона Ома в дифференциальной форме получите формулу (6).
2. Каковы условия возникновения ЭДС Холла?
3. Каковы особенности зонной структуры полупроводников, диэлектриков и металлов?
4. Как влияют донорные и акцепторные примеси на структуру энергетических уровней полупроводника?
5. Применима ли к электронам в зоне проводимости и к дыркам в валентной зоне классическая статистика Больцмана? Обоснуйте ответ.

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.17

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Цель работы: измерение температурной зависимости электропроводности  $\sigma$  металлов (медь) и полупроводников (германий) в диапазоне температур 77—300 К.

Приборы и принадлежности: исследуемые образцы — медная проволока диаметром 0,03 мм и длиной 20 см; монокристаллический антимонид индия с поперечным сечением  $1,44 \times 1,34$  мм<sup>2</sup> и расстоянием между измерительными зондами 3 мм; измерительный стенд, содержащий источники питания измерительной цепи и нагревательного элемента; цифровые вольтметры; миллиамперметр; панель управления с потенциометром, реостатом, переключателем электрической схемы; держатель образцов с токоподводящими и измерительными зондами.

Литература: [6, § 3.6]; [4, § 11.2—11.4]; [32, § 38—40, 43—45]; [38, § 99, 100]; [16, § 4.2, 4.3].

#### Введение

Электрическая проводимость металла  $\sigma$  может быть выражена как

$$\sigma = en_e\mu_e, \quad (1)$$

где  $e$  — заряд электрона;  $n_e$  — концентрация электронов;  $\mu_e$  — подвижность электронов, численно равная дрейфовой скорости электрона в электрическом поле с единичной напряженностью.

Для полупроводников, где, кроме электронов, перенос заряда осуществляют подвижные носители положительного заряда — дырки, формула (1) должна быть дополнена еще одним слагаемым:

$$\sigma = en_e\mu_e + en_p\mu_p, \quad (2)$$

где  $n_p$  и  $\mu_p$  — концентрация и подвижность дырок.

Из соотношений (1) и (2) видно, что температурная зависимость электропроводимости различных веществ определяется температурными зависимостями подвижностей и концентраций свободных носителей заряда.

Классическая теория электропроводимости не в состоянии объяснить наблюдаемые на опыте зависимости  $\sigma(T)$ . В рамках классической теории неясно также, почему одни кристаллы — хорошие проводники, другие — диэлектрики или полупроводники. Ответы на эти и многие другие вопросы дала квантовая зонная теория твердых тел.

Рассмотрим сначала температурную зависимость концентрации свободных носителей заряда  $n$ .

В металлах концентрация свободных электронов велика ( $\sim 10^{28} \div 10^{29} \text{ см}^{-3}$ ) и не меняется с температурой.

В полупроводниках, напротив, концентрация свободных носителей заряда сильно зависит от температуры. При  $T=0$  валентная зона полностью заполнена электронами, а зона проводимости, отделенная от валентной запрещенной зоны шириной  $\Delta E$ , пуста. Если повысить температуру кристалла, то часть атомов кристаллической решетки полупроводника ионизируется, что на «языке» зонной теории означает переход электрона из валентной зоны в зону проводимости. При этом в равных количествах возникнут электроны проводимости и дырки, концентрация которых в чистом полупроводнике определяется вероятностью такого перехода:

$$n_e = n_p \approx n_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (3)$$

где  $k$  — постоянная Больцмана;  $n_0$  — некоторая постоянная. В этом случае говорят о собственной проводимости полупроводника.

Из выражения (3) видно, что концентрация собственных электронов и дырок  $n_e$  и  $n_p$  стремится к нулю при убывании температуры. Однако концентрация носителей не падает до нуля, поскольку в любом полупроводнике есть примеси, которые являются поставщиками электронов (в материале  $n$ -типа проводимости) или дырок (в материале  $p$ -типа). Так как энергия ионизации примесей  $\Delta E_p \approx 10^{-2}\Delta E$ , то при температурах, когда  $n_e = n_p \rightarrow 0$ , примеси полностью ионизованы. Это так называемая «область истощения примесей» — диапазон температур, в котором не меняется концентрация носителей тока, полученных за счет ионизации примесей.

На рис. 5.17.1 пунктирной кривой показана температурная зависимость концентрации электронов проводимости в полупровод-

никах. Диапазон температур  $T_2 - T_1$  соответствует области истощения примесей ( $kT_1 \geq \Delta E_p$ ).

Подвижность носителей заряда в кристаллических твердых телах связана с рассеянием их на дефектах (отклонениях от идеальности) кристаллической решетки. Мы рассмотрим один вид таких дефектов: тепловые колебания ионов около положения равновесия при  $T > 0$ . При тепловом колебательном движении ион периодически смещается от положения равновесия, вызывая рассеяние носителей заряда. Чем больше средняя энергия колебания ( $\sim kT$ ), тем больше амплитуда колебаний атомов в узлах кристаллической решетки и тем меньше подвижность, т. е. с повышением температуры подвижность падает. Строгий расчет показывает, что

$$\mu \sim T^{-\alpha}. \quad (4)$$

При этом для металлов  $\alpha \approx 1$ , а для полупроводников  $\alpha \approx 1,5$ .

Проанализировав температурные зависимости концентрации и подвижности, мы можем сделать некоторые предварительные заключения о температурной зависимости проводимости металлов и полупроводников.

В металлах концентрация носителей неизменна ( $n = \text{const}$ ) и поэтому температурная зависимость проводимости определяется только подвижностью электронов. С повышением температуры проводимость металлов падает, а сопротивление увеличивается.

В полупроводниках с температурой меняются и концентрация, и подвижность свободных носителей заряда, при этом в области истощения примесей ( $n = \text{const}$ )  $\sigma(T)$  пропорциональна  $\mu(T)$ , а при  $T > T_2$

$$\sigma(T) \sim n(T) \sim \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right), \quad (5)$$

так как из двух температурных законов  $n(T)$  и  $\mu(T)$  определяющим будет экспоненциальный и проводимость будет расти с повышением температуры. Только в области истощения примесей ( $n = \text{const}$ ) температурная зависимость проводимости полупроводников такая же, как у металлов, — с повышением температуры проводимость падает. Температурные зависимости проводимости полупроводников и металлов представлены на рис. 5.17.1 сплошной кривой.

В данной работе исследование электропроводимости полупроводников и металлов производится при  $T \geq T_1$ . Поскольку в полупроводниках при  $T > T_2$  проявляется собственная проводимость,



Рис. 5.17.1

то по температурной зависимости  $\sigma = \sigma(T)$  может быть определена ширина запрещенной зоны. Действительно,

$$\sigma = en_e\mu_e + en_p\mu_p = e(\mu_p + \mu_e)n_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right); \quad (6)$$

так как  $\mu_e$  и  $\mu_p$  слабо (по сравнению с экспонентой) зависят от температуры, то (6) можно приближенно записать:  $\sigma = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right)$ , где  $\sigma_0 = e(\mu_e + \mu_p)n_0$ , или  $\ln \sigma = \ln \sigma_0 - \frac{\Delta E}{2kT}$ , т. е. тангенс угла наклона для функции  $\ln \sigma = f\left(\frac{1}{T}\right)$  равен  $\frac{\Delta E}{2k}$ . Откуда

$$\Delta E = 2k \text{tg} \alpha. \quad (7)$$

### Описание экспериментальной установки

На рисунке 5.17.2 изображены электрическая схема и панель управления установки для измерения электропроводимости металлов и полупроводников и снятия зависимости  $\sigma(T)$  в диапазоне температур 77—300 К. Источником тока, подаваемого на образцы металла М и полупроводника ПП, служит источник постоянного тока «Агат».

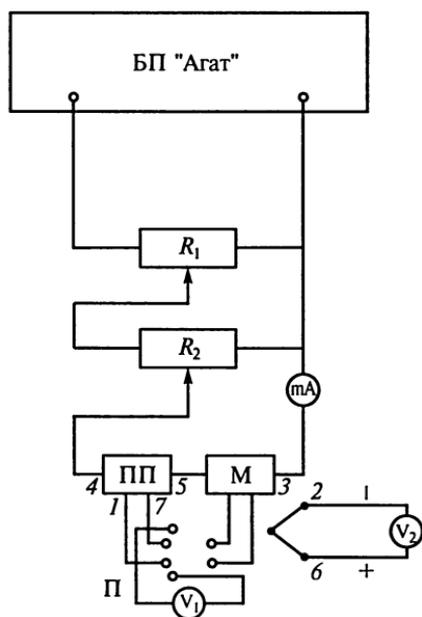


Рис. 5.17.2

Рабочий ток устанавливается с помощью потенциометра  $R_1$  (грубо) и реостата  $R_2$  (точно) и регистрируется миллиамперметром. Переключатель П служит для поочередного подключения эталонного сопротивления образцов к цифровому вольтметру  $V_1$ , измеряющему напряжения на них.

Для измерений может быть использован также персональный компьютер. В этом случае сигналы с образцов и термопары подаются на двухканальный АЦП-преобразователь. Поочередное подключение образцов к одному из каналов может осуществляться с помощью специального электронного переключателя. Скорость опроса каналов задает-

ся программным образом. Преимуществом данного способа измерений является то, что измерения могут быть проведены быстрее и с большим количеством измеряемых точек.

Для снятия температурной зависимости  $\sigma(T)$  образцы помещаются в специальный держатель и погружаются в жидкий азот. На фторопластовой панели держателя кроме образцов располагаются крепления токоподводящих и измерительных контактов, термопара и нагреватель, питаемый от выпрямителя ВС-24. Температуру измеряют с помощью термопары медь-константан. Для определения термоЭДС служит цифровой вольтметр  $V_2$ . Температуру находят по значению термоЭДС с помощью градуировочной кривой термопары. Перед измерениями на панель держателя навинчивается фторопластовый стакан. Внутренняя полость держателя сообщается с атмосферой через отверстия в дне стакана.

Держатель образцов подключается к электрической схеме установки через специальный многостырьковый разъем.

Электропроводимость меди и полупроводника при различных температурах рассчитывают по данным измерений напряжения  $U$  на образцах этих материалов. Через токоподводящие контакты-зонды 3 и 4 по образцам пропускается ток  $I$ . Тогда  $\sigma = \frac{I l}{U S}$ , где  $S$  — поперечное сечение медной проволоки и образца германия;  $l$  — длина медной проволоки или расстояние между измерительными зондами 1 и 4, находящимися на полупроводниковом образце.

Для снятия зависимости  $\sigma(T)$  держатель с образцом погружается в жидкий азот, который проникает внутрь стакана через отверстия в дне. В образце устанавливается температура жидкого азота — 77 К. Для повышения температуры образца следует закрыть игольчатый клапан и включить нагреватель. При включении нагревателя в стакане образуется область газообразного азота, который вытесняет жидкий азот через отверстие в дне стакана. Таким образом температура образцов и термопары станет равна температуре паров азота и будет постепенно расти при включенном нагревателе\*.

## Измерения и обработка результатов

Выполнение работы проводите в следующем порядке. Ознакомьтесь с электрической схемой установки, конструкцией держателя образцов.

---

\* Другой способ снятия зависимости  $\sigma(T)$  — проведение измерений при медленном охлаждении образцов. Для этого держатель с образцами постепенно погружают в пары азота.

Включите источник питания измерительной цепи и установите рабочий ток  $I = 100$  мкА.

**Задание 1.** Измерение напряжений на образцах металла и полупроводника в зависимости от температуры.

Проведите измерение напряжений на образцах при комнатной температуре.

Опустите держатель с образцом в азот (сосуд Дьюара) так, чтобы стакан был полностью погружен. Когда напряжение на термопаре стабилизируется (измерительный зонд охладился до температуры кипения жидкого азота), можно начинать проводить измерения.

Включите нагреватель и подберите напряжение на нем таким образом, чтобы температура образцов возрастала не слишком быстро. Измерьте термоЭДС и напряжения на образцах: на полупроводнике с шагом термоЭДС примерно 0,1 мВ, а на металле — 0,5 мВ. Проводите измерения до тех пор, пока образцы не нагреются до комнатной температуры.

**Задание 2.** Вычисление электропроводности образцов и ширины запрещенной зоны полупроводника.

По данным измерений вычислите  $\sigma$  для металла и полупроводника. Постройте графики зависимостей: для металла — удельного сопротивления  $\rho = \sigma^{-1}$  от температуры, для полупроводника —  $\ln \sigma$  от  $1/T$ .

Рассчитайте значения ширины запрещенной зоны полупроводника  $\Delta E$  в электронвольтах.

## Рекомендации по использованию ПК

При использовании ПК в качестве измерительного прибора применяют специально написанные программы, осуществляющие опрос входов ПК и создание базы данных. Эти программы создаются чаще всего специально для конкретных измерений и могут быть написаны на языках Бейсик или Паскаль, а также на более сложных языках программирования.

Для проведения расчетов и построения графиков также удобно использовать ПК из-за большого объема экспериментальных данных. Для этого могут быть использованы специальные программы: *Micro Origin*, *DERIVE* и т. п. Возможно использование любых других математических пакетов.

## Вопросы и упражнения

1. Какова температурная зависимость удельного сопротивления полупроводников и металлов?

2. В чем различие энергетического спектра состояний электронов в полупроводниках и диэлектриках?

3. Какова температурная зависимость подвижности свободных носителей заряда в металлах и полупроводниках? концентрация свободных носителей?

4. Каковы особенности собственной и примесной проводимости полупроводников?

5. Какой статистикой описываются состояния электронов в металле? Рассчитайте энергию Ферми для меди, приняв число свободных электронов равным числу атомов.

6. Что такое вырожденный электронный газ? Является ли электронный газ при комнатной температуре вырожденным в металле? в полупроводнике?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.18

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ФОТОПРОВОДИМОСТИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Цель работы: экспериментальное определение ширины запрещенной зоны в фосфиде галлия (GaP).

Приборы и принадлежности: монохроматор, лампа накаливания, ртутно-кадмиевая лампа (ОИ-17), микроамперметр, образец полупроводника — GaP (фосфид галлия), источник постоянного тока БАС-80.4.21 (3 шт. по 100 В), потенциометр (5000 Ом, 0,2 В).

Литература: [8, § 11.7]; [34, § 8.2, 8.6, 9.6]; [16, § 4.3].

#### Введение

Как известно, в металлах при их освещении возможен выход электронов с поверхности (внешний фотоэффект). В полупроводниках и диэлектриках внешний фотоэффект не наблюдается. Но при поглощении света возможно изменение энергетического состояния электронов, следствием чего является возникновение (в диэлектриках) или увеличение (в полупроводниках) электропроводимости. Это явление — внутренний фотоэффект, или фоторезистивный эффект, — имеет одну общую черту с внешним фотоэффектом: оба возникают лишь при условии, что энергия поглощаемого фотона  $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$  превышает некоторую граничную величину, характерную для исследуемого вещества:

$$E \geq E_g.$$

Сходство явлений фотоэффекта в полупроводниках и диэлектриках связано с одинаковостью строений их энергетических зон (различия имеют только количественный характер). Поэтому в даль-

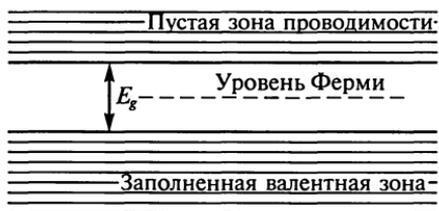


Рис. 5.18.1

электрон не может в результате возбуждения перейти в более высокое энергетическое состояние, находящееся в этой же зоне. Единственным возможным процессом является поглощение фотона с энергией, достаточной для перехода электрона через запрещенную зону шириной  $E_g$  в незаполненную зону проводимости.

Этот процесс называют собственным поглощением. Характерной особенностью всех довольно чистых полупроводников является то обстоятельство, что при определенной длине волны поглощаемого света коэффициент поглощения  $K$  начинает резко убывать и материал становится прозрачным для более длинных волн. Положение длинноволнового края этой полосы собственного оптического поглощения определяется шириной запрещенной зоны. Этот участок быстрого спада поглощения носит название края собственного поглощения.

Прозрачность полупроводников в области длин волн, лежащих за краем собственного поглощения, чаще всего проявляется лишь в образцах, в достаточной степени очищенных от примесей, когда поглощение света свободными носителями тока становится почти незаметным на фоне собственного поглощения.

Если падающее излучение может вызвать переходы электронов из валентной зоны в зону проводимости, то следует ожидать большего роста поглощения (как и наблюдается на опыте). Спектральная кривая поглощения в общем случае приведена на рис. 5.18.2 (кривая 1). Видно, что электроны в полупроводниках могут поглощать только определенные порции энергии, соответствующие переходам из связанных состояний в свободные (в зоне проводимости). При этих значениях энергии и возникают пики и полосы поглощения.

По кривой спектральной зависимости оптического поглощения можно определить параметры полупроводника. Длина

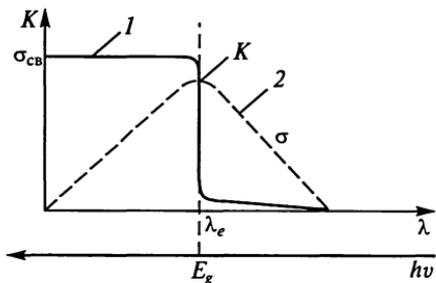


Рис. 5.18.2

волны  $\lambda_e$  и частота  $\nu_e$ , соответствующие краю собственного поглощения, приближенно определяются условиями

$$\frac{hc}{\lambda_e} = h\nu_e = E_g, \quad (1)$$

где  $E_g$  — ширина запрещенной зоны, поскольку это как раз та энергия, которую необходимо затратить для перевода электрона с уровня, лежащего у потолка валентной зоны, на уровень, соответствующий дну зоны проводимости.

Поглощение света вызывает изменение концентрации носителей в полупроводниковом материале и, следовательно, приводит к изменению сопротивления (или проводимости) образца. Такое изменение электрического сопротивления полупроводника, обусловленное непосредственным действием излучения, называют фоторезистивным эффектом или внутренним фотоэлектрическим эффектом. В случае собственного поглощения концентрация дырок и электронов одинакова:

$$\Delta n_e = \Delta n_p,$$

где  $\Delta n_e$  и  $\Delta n_p$  — избыточная (над равновесной) концентрация электронов и дырок, создаваемая светом.

Избыточная концентрация свободных носителей, возникающая при вынужденных переходах электронов из валентной зоны в зону проводимости, зависит от числа фотонов, вызывающих эти переходы:

$$\Delta n \approx N = \frac{P}{h\nu} = \frac{P\lambda}{hc},$$

где  $N$  — число фотонов с энергией  $h\nu$ ;  $P$  — поглощаемая мощность.

Фоторезистивный эффект можно описать световой проводимостью

$$\sigma_{св} = e \mu_e \Delta n_e + e_p \mu_p \Delta n_p,$$

где  $\mu_e$  и  $\mu_p$  — подвижности электронов и дырок соответственно.

Спектральная зависимость  $\sigma_{св}(\lambda)$ , соответствующая собственному поглощению, отличается от кривой  $k = k(\lambda)$ , где  $k$  — коэффициент поглощения. Положение границы собственного фоторезистивного эффекта соответствует границе собственного поглощения, однако с ростом энергий фотонов спектральная кривая внутреннего фотоэффекта проходит через максимум и быстро уменьшается, несмотря на то что поглощение света в этой области велико. Положение максимума зависимости  $\sigma_{св}(\lambda)$  для случая собственного поглощения достаточно точно определяет край собственного поглощения в полупроводниках (кривая 2 на рис. 5.18.2).

## Описание экспериментальной установки

Для снятия спектральной зависимости фотопроводимости полупроводника — фосфида галлия (GaP) — в данной работе используют монохроматор, который позволяет получить на выходе пучок света определенной длины волны. Его оптическая схема представлена на рис. 5.18.3.

Поворачивая столик с призмой на различные углы относительно падающего справа пучка света, в выходной щели можно получить свет различной длины волны. В качестве источника излучения в видимой области спектра используется лампа накаливания, дающая сплошной спектр излучения. Зависимость спектральной плотности мощности излучения лампы от длины волны  $P(\lambda)$  определяется формулой Планка с цветовой температурой излучателя  $274^\circ\text{C}$ . Изменение с частотой числа фотонов, испускаемых лампой накаливания, необходимо учитывать при проведении эксперимента. Прежде чем снимать зависимость  $\sigma(\lambda)$ , надо проградуировать монохроматор. Задача сводится к построению графика, показывающего, какой длине волны на выходе прибора соответствует каждое деление  $n$  барабана монохроматора, вращающегося вместе с диспергирующей призмой. Дисперсия призмы является нелинейной функцией угла ее поворота, поэтому график зависимости  $\lambda$  от  $n$  будет нелинейным.

Для градуировки монохроматора  $M$  следует использовать ртутно-кадмиевую лампу (ОИ-17). Такая лампа дает спектр ртути, который благодаря наличию характерных групп линий используется как эталонный. Градуировка осуществляется следующим образом. На входе монохроматора ставится ртутная лампа. Поворотом барабана монохроматора в центре поля зрения устанавливается характерная линия спектра. После этого производится за-

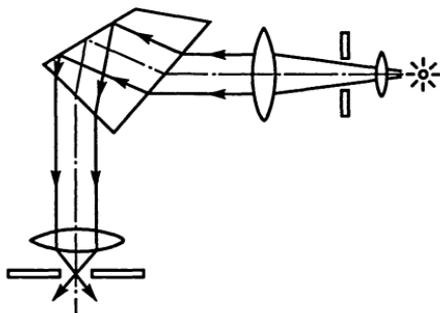


Рис. 5.18.3

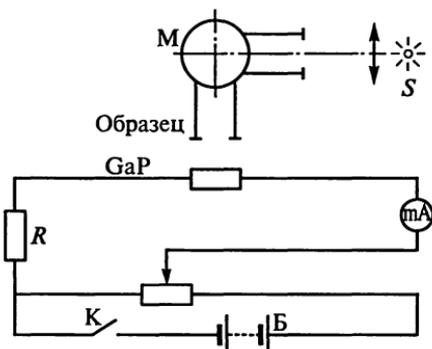


Рис. 5.18.4

пись деления барабана монохроматора и соответствующей ему длины волны из таблиц спектральных линий. По этим данным строят градуировочную кривую монохроматора. Далее для снятия зависимости  $\sigma_{\text{св}}(\lambda)$  надо собрать схему, представленную на рис. 5.18.4, и измерить зависимость силы тока через полупроводник GaP от длины волны падающего на него излучения. По построенной кривой можно определить край собственного поглощения полупроводника.

### Измерения и обработка результатов

**Задание 1.** Проградуируйте монохроматор по описанной выше методике и постройте градуировочную кривую.

**Задание 2.** Определение ширины запрещенной зоны в GaP.

Определите зависимость силы тока в образце полупроводника от длины волны. Для этого соберите цепь по схеме, представленной на рис. 5.18.4 (в качестве источника излучения используйте лампу накаливания мощностью 100 Вт и напряжением 127 В). Постройте кривую зависимости силы тока полупроводника от длины волны падающего на него излучения, используя градуировочную кривую монохроматора и зависимость  $m(\lambda)$  для лампы накаливания. Определите положение максимума кривой  $\sigma_{\text{св}} = \sigma_{\text{св}}(\lambda)$  и с помощью соотношения (1) подсчитайте ширину запрещенной зоны для исследуемого полупроводника.

### Вопросы и упражнения

1. Какие виды оптического поглощения в полупроводниках вам известны?

2. Как выглядит кривая оптического поглощения полупроводников в общем случае?

3. В чем заключается оптический метод определения энергетического зазора между валентной зоной и зоной проводимости?

См. также вопросы к лабораторной работе 5.19.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5.19

### ИЗУЧЕНИЕ ЯВЛЕНИЯ ИСПУСКАНИЯ СВЕТА ПОЛУПРОВОДНИКАМИ

**Цель работы:** экспериментальное определение постоянной Планка.

**Приборы и принадлежности:** монохроматор, полупроводниковый светодиод на основе GaP (фосфид галлия), выпря-

митель В4-12, потенциометр (5,6 кОм, 2 Вт), миллиамперметр, вольтметр.

Литература: [8, § 11.6, 11.7]; [34, § 8.2, 8.6, 9.6]; [16, § 4.3].

## Введение

В полупроводниках возможен процесс испускания света в результате рекомбинации пары «электрон—дырка». Это явление с энергетической точки зрения является обратным явлению внутреннего фотоэффекта в полупроводниках (см. введение к лабораторной работе 5.18). Если при фотоэффекте поглощение фотона с энергией  $h\nu = \Delta E$  ( $\Delta E$  — энергия запрещенной зоны) приводит к переходу электрона из валентной зоны в зону проводимости и образуется пара «электрон—дырка», то в результате рекомбинации электрона с дыркой при переходе электрона из зоны проводимости в валентную зону может испускаться фотон с энергией

$$h\nu = \Delta E. \quad (1)$$

Для получения достаточного числа рекомбинирующих пар можно привести в технологический контакт образцы полупроводника с  $p$ - и  $n$ -типами проводимости. Как известно, в месте такого контакта вследствие диффузии неосновных носителей возникает  $p$ - $n$ -переход, который является потенциальным барьером для электронов  $n$ -области и дырок  $p$ -области полупроводника.

Величина потенциального барьера равна примерно  $\Delta E/e$ . Если на переходе создать с помощью внешнего источника разность потенциалов, уменьшающую потенциальный барьер (как говорят, подать прямое смещение на переход), то можно увеличить вероятность прохождения электронов и дырок через  $p$ - $n$ -переход. Если прямое смещение равно  $\Delta E/e$ , то электроны и дырки могут беспрепятственно проходить через область  $p$ - $n$ -перехода. В этом случае создаются благоприятные условия для рекомбинации электронно-дырочных пар в области  $p$ - $n$ -перехода и наблюдается испускание света. Так как прямое смещение  $U$  таково, что  $\Delta E = eU$ , где  $e$  — заряд электрона, то, очевидно, энергия фотона, излучаемого полупроводниковым диодом, равна:

$$h\nu = eU. \quad (2)$$

Определив экспериментально  $U$ , частоту испускаемого света  $\nu$  и зная заряд электрона  $e$ , можно определить постоянную Планка  $h$ :

$$h = \frac{eU}{\nu}. \quad (3)$$

## Описание экспериментальной установки

В работе в качестве источника света применяют полупроводниковый светодиод из фосфида галлия (GaP). Схема включения светодиода в электрическую цепь приведена на рис. 5.19.1. Выпрямитель В4-12 служит источником ЭДС, миллиамперметр и вольтметр измеряют соответственно силу тока в диоде и напряжение на нем. Вольт-амперная характеристика светодиода приведена на рис. 5.19.2. Увеличение прямого тока через светодиод наступает как раз при равенстве прямого смещения на  $p$ - $n$ -переходе диода величине потенциального барьера  $\Delta E/e$ .

При дальнейшем незначительном увеличении смещения на светодиоде сила тока резко возрастает. Пропорционально силе тока увеличивается и мощность излучения через поверхность светодиода. Для данного типа светодиода оптимальным значением силы тока через  $p$ - $n$ -переход является 5—10 мА. При таком токе диод не перегревается, а мощность излучения достаточна для уверенной регистрации потока излучения на выходе монохроматора.

Конструктивно светодиод и вся электрическая схема смонтированы на панели, которая может крепиться на входном тубусе монохроматора. В процессе эксперимента определяют величину прямого смещения на светодиоде, частоту света, излучаемого светодиодом, и по формуле (3) находят постоянную Планка  $h$ .

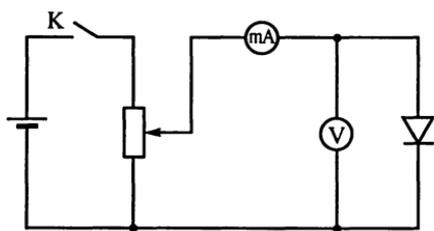


Рис. 5.19.1

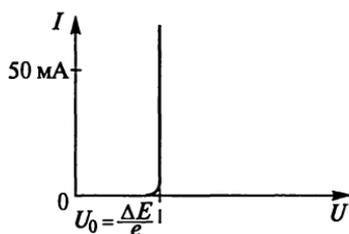


Рис. 5.19.2

## Измерения и обработка результатов

**З а д а н и е.** Определение постоянной Планка.

Для проведения необходимых измерений укрепите панель со светодиодом на входном тубусе монохроматора. Установите прямой ток через светодиод порядка 5—10 мА. Определите величину прямого смещения на светодиоде. Затем с помощью монохроматора вычислите частоту света, испускаемого светодиодом. По данным измерений найдите постоянную Планка  $h$ .

## Вопросы и упражнения

1. Как происходит излучение света в полупроводниках?
2. Рассмотрите явления излучения света в полупроводниках с точки зрения законов сохранения энергии и импульса.
3. Каков принцип действия полупроводникового светодиода?
4. Как устроен светодиод?
5. В чем отличие полупроводникового лазера от светодиода?
6. В чем преимущества лазеров на гетеропереходах от лазеров на *p-n*-переходах?
7. Как устроен оптрон?
8. Где применяют полупроводниковые лазеры и светодиоды?

## Раздел 6. КОМПЬЮТЕР В УЧЕБНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

### 6.1. СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ В ФИЗИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

В настоящее время компьютер (ПК) используют почти во всех областях человеческой деятельности. В учебной физической лаборатории он позволяет выполнять большой объем вычислений; моделировать физические процессы; собирать, хранить и перерабатывать экспериментальные данные; планировать эксперимент и управлять им; наглядно представлять результаты эксперимента, расчетов и моделирования; осуществлять дистанционный доступ к экспериментальным установкам, поиск информации в базах данных и Интернете; использовать обучающие и контролирующие программы.

Компьютер позволяет практически мгновенно выполнять сложные численные расчеты и символьные преобразования формул с представлением результатов в удобном для экспериментатора цифровом, символьном и графическом виде.

При использовании компьютера появляется возможность строить графики зависимостей не только на плоскости, но и в пространстве, а также менять вид зависимостей от времени. Такие «математические мультфильмы» существенно повышают наглядность представления экспериментального материала и результатов моделирования.

Применение компьютеров в процессе обучения позволяет более наглядно представить данные, полученные при лабораторных работах, что стимулирует переход от логического мышления к образному. Однако именно здесь и таится большая опасность разучиться логически мыслить. Этого можно избежать путем правильного применения программ, позволяющих взглянуть на математические объекты сразу с нескольких сторон: численной, аналитической (символьной) и графической, формируя таким образом целостное представление об изучаемом явлении. Такие программы получили название *систем компьютерной алгебры (СКА)*.

Все более широкое распространение получает новый вид эксперимента — *компьютерный эксперимент*, при котором исследуется не сам физический объект, а его математическая модель. Применение компьютерного эксперимента в научных исследо-

ваниях привело к ряду открытий. Недалек тот день, когда любой физический эксперимент будет начинаться с компьютерного моделирования и оптимизации оборудования и условий эксперимента.

**Измерительно-вычислительный комплекс**, который в простейшем варианте при использовании стандартных устройств ввода — вывода (мышь, джойстик, аудиокарта с микрофоном и звуковыми колонками, WEB-камера) может состоять из одного лишь компьютера, существенно ускоряет сбор экспериментальных данных и осуществляет управление экспериментом. Кроме того, возможность быстрого получения большого числа экспериментальных данных позволяет применять статистическую обработку, что повышает точность и достоверность измерений, а оперативная оценка ситуации дает возможность управлять (например, с выхода звукового сигнала аудиокарты) быстро протекающими процессами. Наиболее подходящими для этого являются устройства, специально созданные для связи эксперимента с компьютером. Так, для школы и вуза разработана «Школьная компьютерная лаборатория L-микро» [44], состоящая из блока сопряжения, набора датчиков и методического руководства по выполнению экспериментов.

Контролирующие программы (тесты) дают возможность оперативно оценить у учащихся минимум знаний и умений, необходимых для выполнения лабораторной работы, и проверить готовность к обсуждению полученных результатов. Кроме того, статистическая обработка результатов тестирования позволяет оценить рейтинг студентов, студенческих групп, преподавателей, а также тестирующего и обучающего материала. В некоторых случаях возможно применение обучающих программ, однако они более эффективны при самостоятельной работе, когда нет возможности обратиться за консультацией к преподавателю.

Соединение компьютера с локальными, региональными и глобальными сетями (**Интернетом**) позволяет использовать **библиотеки и базы данных**, расположенные в любой точке земного шара. Таким образом, доступ к информационным, а в случае **дистанционного управления экспериментальными установками** и к реальным физическим ресурсам существенно ускоряется и облегчается.

Компьютер дает возможность исследовать более сложные физические и математические модели, освобождая учащегося и преподавателя от рутинного труда. Следует, однако, заметить, что сами процессы как учения, так и обучения не становятся при этом проще, так как приходится осваивать дополнительное оборудование (компьютер и устройства сопряжения его с экспериментальной установкой), а также методы планирования, проведения и обработки результатов компьютерных экспериментов. Компьютер отдаляет исследователя от реальной установки и приборов. Это вполне допустимо, если экспериментатор хорошо знает установку и, про-

делав ряд пробных «ручных» экспериментов, может представить ее «поведение» в процессе исследования. Поэтому необходимо знать старые методы и приборы и, кроме того, дополнительно еще нужно владеть и компьютерным экспериментом. Здесь можно провести аналогию с расчетами. Наличие компьютера не исключает необходимости расчетов в одних случаях на калькуляторах, в других — с карандашом и бумагой, а в третьих — просто в уме. Аналогичная ситуация и в учебной лаборатории. Необходимо научиться проводить эксперименты не только на полностью автоматизированных установках, состоящих из множества приборов, каналов, компьютеров и программ (эта конечная цель базируется на всех предыдущих), но и на частично автоматизированных или совсем не автоматизированных установках, а в некоторых случаях — на самодельных приборах из подручных материалов.

Учитывая роль математики в физических исследованиях, можно сказать, что центральным универсальным элементом программного обеспечения физического практикума являются системы компьютерной алгебры (СКА). К ним относятся: Maple, Matlab, Mathematica, DERIVE, Аналитик, MathCad, MuPad и т. д. [43]. Существенное достоинство СКА — возможность одновременного взгляда на модель с трех сторон: аналитической, численной и графической (математическое видео), и, благодаря этому, формирование целостного многостороннего представления об изучаемом явлении.

Наиболее подходящей для школьного и начального вузовского образования системой компьютерной алгебры является, на наш взгляд, программа DERIVE, которую за математическую мощь и низкие требования к компьютеру называют жемчужиной компьютерной математики. Дальнейшее изложение предполагает использование DERIVE для DOS. DERIVE для Windows обладает почти теми же возможностями, но, имея более современный интерфейс, предъявляет повышенные требования к ПК. Повторение результатов этого раздела на другой СКА не должно вызвать больших затруднений.

Запуск DERIVE осуществляется выполнением файла DERIVE.EXE из каталога DERIVE. Часть примеров настоящего раздела используют файл PHYS\_LAB.MTH с функциями, написанными специально для учебной физической лаборатории. Его можно переписать с нашей WEB-страницы [40]. Этот файл стоит поместить в каталог DERIVE и входить в DERIVE, запуская файл DERIVE.BAT или DERIVE PHYS\_LAB/U. После запуска DERIVE на экране появится алгебраическое окно, под которым расположены четыре строки: две верхние — меню, выбираемое по выделенной букве (нажать клавишу с буквой, соответствующей выделенной в команде букве); строка сообщений системы и строка состояния системы, где указано имя окна (**Algebra** — алгебра),

процент свободной памяти и значения некоторых других переменных состояния. В строчный редактор DERIVE, где вводятся и редактируются все математические выражения и комментарии, можно войти, нажав клавишу с латинской буквой A (**Author** — автор, т. е. вы являетесь автором всех вводимых выражений).

## 6.2. ОБРАБОТКА ТАБЛИЦ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ

Во время измерений результаты принято сразу же заносить в таблицы, а затем преобразовывать эти таблицы по заданным формулам и представлять конечные результаты в наглядном графическом виде.

Если, например, требуется найти зависимость силы тока через лампу накаливания и ее мощности от напряжения, то мы можем соединить эту лампу с управляемым от компьютера источником напряжения и амперметром, тоже связанным с компьютером. После этого нам останется только организовать управление приборами и записать, а затем обработать полученные данные. В этом случае самой сложной частью выполнения задания будет выбор правильного соединения элементов измерительной установки, сборка установки и создание программы управления всей системой. При таком эксперименте исследователь взаимодействует с оборудованием опосредованно, через компьютер, и сам процесс измерений становится менее наглядным. Преимущество такого подхода в большей скорости проведения измерений, автоматизированная обработка которых приводит к росту точности и наглядности конечного результата.

Другой, промежуточный путь, совмещающий преимущества старого ручного и нового машинного эксперимента, заключается в проведении измерений вручную с записью результатов в тетради, вводе их с клавиатуры и обработке на ПК. Большинство работ практика желательно проводить именно таким образом.

Рассмотрим типичную задачу. Проведены измерения зависимости напряжения  $U$  на вольфрамовой нити лампы накаливания от тока  $I$  через нее. Результаты, нормированные на номинальные значения, приведены в следующей таблице:

$I$	0,0112	0,0494	0,166	0,382	0,556	0,746	1
$U$	0,000948	0,00828	0,0536	0,199	0,368	0,604	1

Требуется найти зависимость сопротивления нити  $R(I)$  и мощности  $P(I)$ , выделяемой в этой нити, от тока.

Введем таблицу в виде матрицы из двух колонок: в первой (аргумент) — ток, а во второй (функция) — напряжение и присвоим ей имя `dat`. Для этого введем в редакторе следующую строку:

```
dat := [[I,U], [0.0112,0.000948], [0.0494,0.00828], [0.166,0.0536],
 [0.382, 0.199], [0.556,0.368], [0.746,0.604], [1,1]]
```

и нажмем клавишу **Enter**. (Ввод каждой строки заканчивается клавишей **Enter**.) На экране появится введенная таблица в виде двух-столбцовой матрицы

$$\text{dat} := \begin{bmatrix} & I & U \\ 0.0112 & 0.000948 \\ 0.0494 & 0.00828 \\ 0.166 & 0.0536 \\ 0.382 & 0.199 \\ 0.556 & 0.368 \\ 0.746 & 0.604 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Ввод данных завершен. Теперь пересчитаем таблицу, добавив еще два столбца сопротивления и мощности по формулам  $R = U/I$  и  $P = U \cdot I$ , и назовем полученную таблицу d1.

```
d1 := TAB_(dat, [R = U/I, P = U·I]),
```

где TAB\_() — функция двух аргументов.

Аргументы разделяются запятыми и заключаются в скобки после имени функции. В данном случае первый аргумент — многостолбцовая матрица, а второй — формулы или вектор пересчета, т.е. последовательность формул пересчета через запятую в квадратных скобках. Число дополнительных столбцов будет равно числу элементов этого вектора.

Посмотрим, чему равна новая матрица d1. Для этого выделим правую часть определения d1 (два раза нажмем на клавишу-стрелку вправо), упростим выделенную часть (**Simplify**) и получим

$$\text{d1} := \begin{bmatrix} & I & U & R = U/I & P = I \cdot U \\ 0.0112 & 0.000948 & 0.0846 & 1.06 \cdot 10^{-5} \\ 0.0494 & 0.00828 & 0.167 & 0.000409 \\ 0.166 & 0.0536 & 0.322 & 0.00889 \\ 0.382 & 0.199 & 0.52 & 0.076 \\ 0.556 & 0.368 & 0.661 & 0.204 \\ 0.746 & 0.604 & 0.809 & 0.45 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Сначала построим зависимость  $U(I)$ . Для этого выделим из матрицы d1 первые два столбца и определим их как матрицу UI:

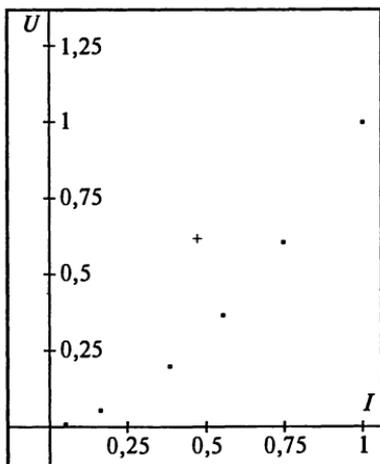


Рис. 6.2.1

Построим вокруг каждой точки эллипс с полуосями 0,02 и 0,02 по оси  $I$  и  $U$  соответственно. Для этого упростим выражение

`ПЛЮТ_ТАВ(d1, [1,2], [0.02, 0.02])`

и построим результат (рис. 6.2.2). Заметим, что при открытом окне двумерной графики для построения выделенного выражения достаточно всего два раза нажать на клавишу  $P$  ( $P P$ ).

Для построения графика выражения или его выделенной части (выделить часть выражения можно дважды нажав на  $\rightarrow$ , а затем сужать выделенную область клавишами  $\leftarrow$ ,  $\rightarrow$ ,  $\downarrow$ ,  $\uparrow$ ) необходимо дать команду  $Plot$  и еще раз  $Plot$ , если графическое окно уже открыто.

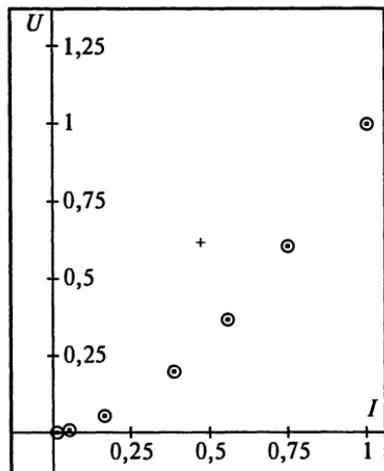


Рис. 6.2.2

`UI: = ПЛОТ_ТАВ(d1, [1,2]).`

Затем выделим правую часть этого определения ( $\rightarrow$ ,  $\rightarrow$ ), упростим ее командой  $Simplify$  ( $S$ ,  $Enter$ ) и построим правую часть результата. Для этого создадим окно двумерной графики ( $P Enter Enter$ ) и поставим точки ( $P$ ). В графическом окне подберем масштаб (клавиши  $F7$ ,  $F8$ ,  $F9$ ,  $F10$ ) и центр ( $Center$ ) окна ( $\leftarrow$ ,  $\rightarrow$ ,  $\downarrow$ ,  $\uparrow$ ,  $C$ ). Далее подпишем оси ( $Options Axes$ ), заменив  $x$  на  $I$  и  $y$  на  $U$  (переход между полями меню — клавиша  $Tab$ ). Результат построения приведен на рис. 6.2.1.

Для большей наглядности можно выделить точки окружностями.

Например, для построения выражения  $0.976*i - 0.0867$ , соответствующего прямой, проходящей рядом с точками из таблицы  $d1$ , достаточно дважды выполнить команду  $Plot$ , т.е. дважды нажать на клавишу  $P$  (рис. 6.2.3).

Для того чтобы провести через точки кривую так, чтобы она как можно меньше отклонялась от заданных точек, необходимо подобрать неизвестные коэффициенты заданной функции. Такую процедуру называют регрессией. Если функция линейна по подбираемым коэффициентам, то регрессию назы-

вают линейной, хотя относительно переменной эта функция может быть и нелинейной. Линейная регрессия в DERIVE обеспечивается функцией FIT(), которую следует упрощать в приближенном режиме (approxX). Для перехода в этот режим достаточно ввести Precision: = Approximate.

Сначала аппроксимируем зависимость  $u(i)$  прямой (полиномом первой степени). После ввода

```
r:=FIT ([I, a + b I],UI) =
получим
```

```
r1:= FIT (I, a + b I], UI)
= 0.976 I - 0.0867
```

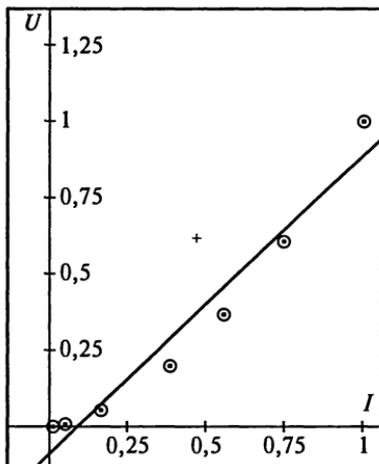


Рис. 6.2.3

и построим график правой части ( $\rightarrow \rightarrow P P$ ). Знак равенства в конце вводимого выражения необходим для того, чтобы результат упрощения был записан на той же строке, что и исходное упрощаемое выражение.

Затем определим среднеквадратичное отклонение найденной прямой от заданных точек:

```
GOODNESS_OF_FIT(0.976*I-0.0867, I, UI) = 0.0732.
```

Так как среднеквадратичное отклонение достаточно велико, попробуем аппроксимировать эти точки полиномом более высокой степени — параболой:

```
FIT ([I, a+b*I+c*I^2], UI) = 0.76 *I^2 + 0.246*I - 0.00497
```

```
GOODNESS_OF_FIT(0.76*I^2 + 0.246*I- 0.00497, I, UI) = 0.00206
```

Из рис. 6.2.4 видно, что этот полином проходит рядом с заданными точками. Проверим, что возрастание степени полинома, т. е. увеличение числа подбираемых коэффициентов, не приводит к существенному уменьшению среднеквадратичного отклонения:

```
FIT([I, a + b*I + c*I^2 + d*I^3], UI) = - 0.0836*I^3 +
0.887*I^2 + 0.198*I - 0.00260
```

```
GOODNESS_OF_FIT(- 0.0836*I^3 + 0.887*I^2 + 0.198*I -
0.0026,I,UI) = 0.000959
```

Среднеквадратичное отклонение уменьшилось в два раза, поэтому можно считать, что полученная зависимость хорошо описывается полиномом второй степени.

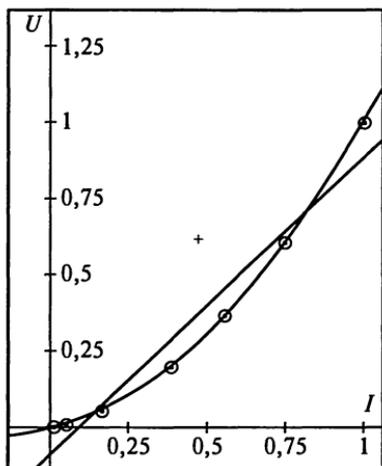


Рис. 6.2.4

При проведении экспериментов иногда возникают ошибки, связанные с невнимательностью экспериментатора и кратковременным влиянием внешних неучтенных факторов (помехами). Такие ошибки называют *промахами*. Если считать, что случайные ошибки измерений распределены по нормальному закону, то вероятность отклонения от среднего на утроенную величину среднеквадратичного отклонения будет очень мала (0,3%) и с вероятностью 99,7% такие точки можно считать промахами. Оценим, насколько сильно кривая отклоняется от экспериментальных точек, рассчитав среднеквадратичное отклонение. Обозначим среднеквадратичное отклонение полученной параболы от заданных точек через *sko*:

$sko = \text{GOODNESS\_OF\_FIT}(0.76 * I^2 + 0.246 * I - 0.00497, I, UI)$ .

После упрощения правой части в приближенном режиме (approx) получим  $sko = 0.00206$ . Далее найдем точки  $U(I)$ , отклоняющиеся от кривой более чем на  $3 * sko$ :

$\text{Promaxi} = \text{SELECT}(\text{ABS}(r1(k \downarrow 1) - k \downarrow 2) < 3 * sko, k, UI)$ .

Функция **SELECT** выбирает только те строки из  $UI$ , которые удовлетворяют условию, записанному в первом ее аргументе. Здесь функция **ABS()** — модуль числа,  $k$  последовательно принимает значения строк  $UI$ , а инфиксный оператор  $\downarrow$  выделяет из левого аргумента элемент, номер которого указан правым аргументом.

Упрощая правую часть, получим  $\text{Promaxi} = []$ , т.е. пустой вектор. Это означает, что в данных измерениях промахи отсутствуют. Если бы они имелись, то нужно было бы исключить одну точку, соответствующую наиболее грубому промаху, и провести аппроксимацию, определение среднеквадратичного отклонения и поиск промахов еще раз. Если число исключенных таким образом точек оказывается велико, то стоит повторить все расчеты, сначала взяв не три среднеквадратичных отклонения, а два. Вероятность того, что отбрасываемая точка — не промах, будет в этом случае уже не 0,3%, а 5%. Аналогично можно построить экспериментальные точки и соответствующие им полиномы для зависимостей  $R(I)$  и  $P(I)$ .

Функциям двух переменных соответствуют поверхности в трехмерном пространстве. DERIVE позволяет строить проекции этих поверхностей на плоскость, а при наличии программы Acrospin или 3DV вращать эти поверхности. Windows-программой анимации многомерных поверхностей может служить DPGraph [26].

При построении выделенного выражения, зависящего от двух переменных, например, нормированного потенциала  $\varphi$  в плоскости  $x$ , параллельной диполю

$$\varphi = \left( \frac{1}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2 + 1}} - \frac{1}{\sqrt{(x+1)^2 + y^2 + 1}} \right),$$

команда построения графика Plot открывает окно трехмерной графики и позволяет построить поверхность в трехмерном пространстве после второй команды Plot (рис. 6.2.5).

В пункте меню трехмерной графики Transfer есть команда Acrospin, которая при наличии программы Acrospin позволяет записать рассчитанные для заданной сетки точки функции в файл и вызвать программу Acrospin, позволяющую простым нажатием на клавиши-стрелки вращать созданные поверхности так, как будто они находятся у вас в руках.

Если поверхность задана в виде таблицы и загружен файл-утилита PHYS\_LAB.MTH, то для ее построения можно воспользоваться функцией MAT\_PLOT(). Например, если функция потенциала  $f(x,y)$  и таблица (матрица)  $M$  определены как

```
fi(x, y) := 1/SQRT((x - 1)^2
+ y^2 + 1) - 1/SQRT((x + 1)^2
+ y^2 + 1)
```

```
M := VECTOR(VECTOR(fi(x, y),
x, - 10, 10, 2), y, - 10,
10, 2),
```

то ввод, упрощение и построение выражения

```
MAT_3DPL(M, [[-5, 5], [-5,
5]])
```

даст поверхность, аналогичную изображенной на рис. 6.2.5. В этой функции во втором аргументе заданы интервалы по  $x$  (первая строка матрицы  $M$ ) и по  $y$ . Число интервалов определяется числом строк и столбцов в матрице  $M$ .

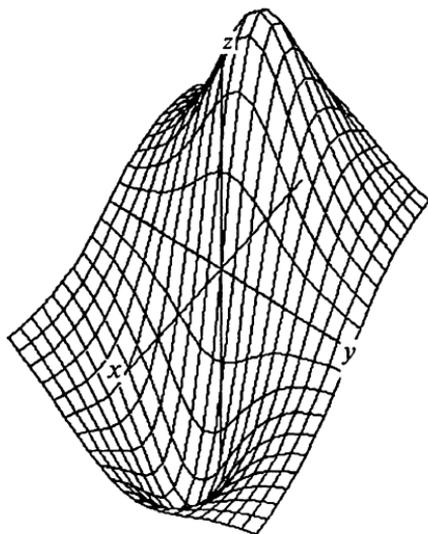


Рис. 6.2.5

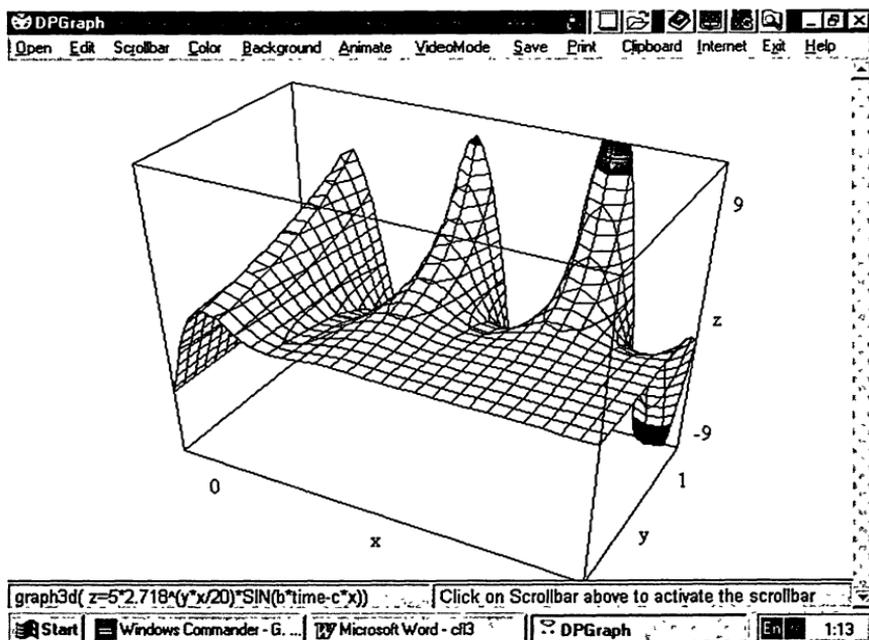


Рис. 6.2.6

Программа DPGraph [26] позволяет не только строить и вращать поверхности в трехмерном пространстве, но и осуществлять их анимацию, так как допускает зависимость изображаемых функций от времени (переменная *time*). Кроме того, есть возможность задавать функцию цвета поверхности, а также строить цветные и зависящие от времени поля направлений. Наиболее удобно упрощать соответствующие выражения в DERIVE, а затем переносить их в DPGraph и получать цветные физико-математические мультфильмы. На рис. 6.2.6. приведен кадр из мультфильма, демонстрирующего распространение волны вдоль оси *x* в анизотропной среде с разным затуханием (коэффициент затухания отложен по оси *y*).

### 6.3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Многократные измерения одной и той же случайной величины могут существенно повысить точность результата по сравнению с однократным измерением. Поэтому при высоких требованиях к точности измерений их проводят многократно, а затем статистически обрабатывают, т. е. находят средние значения, точ-

ность, исключают промахи и т.д. При такой обработке используют функции: AVERAGE() — среднее; STDEV() — среднеквадратичное отклонение; NORMAL() — нормальное распределение; IS\_NORMAL() — проверка выборки на соответствие нормальному распределению; STUDENT() — распределение Стьюдента; CHI\_SQUARE() — критерий хи-квадрат, позволяющий оценить соответствие экспериментальных данных теоретической зависимости.

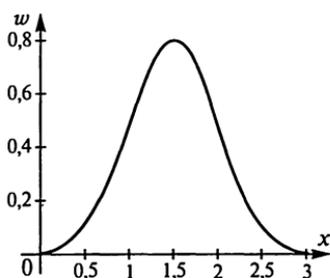


Рис. 6.3.1

**Распределение Гаусса** (нормальное распределение) является основным предельным распределением в математической статистике. Все другие переходят в нормальное при большем числе измерений. Оно описывает зависимость плотности вероятности  $w$  величины (вероятность попадания в единичный интервал с заданным центром  $x$ ) от ее значения  $x$  и имеет вид

$$w(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x - \bar{x})^2}{(2\sigma^2)}\right),$$

где  $\bar{x}$  — среднее статистическое, соответствующее максимуму распределения;  $\sigma^2$  — дисперсия ( $\sigma^2 \approx s^2$ ), соответствующая квадрату полуширины распределения.

На рис. 6.3.1 приведено распределение Гаусса с математическим ожиданием (средним), равным  $\bar{x} = 1,5$ , и дисперсией  $\sigma = 0,25$ .

Для получения этого графика в DERIVE упрощено и построено выражение `NORMAL_(1.5,0.25)`. Часто требуется найти вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Эту задачу удобнее решать, зная интегральное распределение Гаусса  $W(x) = \int_{-\infty}^x w(x)dx$ . В DERIVE ей соответствует функция `NORMAL(x,s)`.

При небольшом числе ( $n$ ) измерений лучше использовать распределение Стьюдента. Интегральной и дифференциальной форме этого распределения соответствуют функции `STUDENT(x,s,n)` и `STUDENT_(x,s,n)`.

Для оценки соответствия реального распределения нормальному находят моменты высших порядков  $M_k(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots$  ( $k$  — порядок), определяют асимметрию  $A = \frac{M_3}{M_2^{1.5}}$ ,

характеризующую скошенность кривой распределения, эксцесс

$E = \frac{M_4}{M_2^2} - 3$ , характеризующий остроту пика, и проверяют, являются ли  $A$  и  $E$  достаточно малыми, имея в виду, что для нормального распределения  $A = E = 0$ , т. е. проверяют, что

$$A < \sqrt{\frac{6(N-1)}{(N+1)(N+3)}}, E < \sqrt{\frac{24N(N-2)(N-3)}{(N-1)^2(N+3)(N+5)}}.$$

Наиболее простой способ оценки нормальности распределения заключается в сравнении среднеквадратичного отклонения  $s$

(см. ниже) со средней ошибкой  $s_m = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N - 0.5}$ . Распределение

близко к нормальному, если  $\left| \frac{s}{s_m} - 1.2 \right| < 0.2$ .

Функция IS\_NORMAL(v) из утилиты PHYS\_LAB.MTH дает значение **true**, если значения вектора  $v$  распределены по нормальному закону, и **false** в противном случае.

Увеличивая число измерений, можно уменьшить случайную ошибку. Случайная ошибка  $s$  будет в два раза меньше приборной

ошибки  $\delta$  при числе измерений  $N > \left(\frac{2s}{\delta}\right)^2$ .

**Надежность измерений** величины  $X$  характеризуется *доверительным интервалом*  $\Delta x_\alpha$ , ограничивающим область  $\bar{x} \pm \Delta x_\alpha$ , куда с заданной *доверительной вероятностью*  $\alpha$  попадает истинное значение  $X$ . Если основная погрешность систематическая и равна  $\delta$ , то  $X$  отличается от  $\bar{x}$  не более чем на  $\delta$  с вероятностью, равной 1. Для случайных ошибок, распределенных по нормальному закону доверительной вероятности, равной 68%, соответствует интервал  $\bar{x} \pm \sigma'$ , 95% — интервал  $\bar{x} \pm 2\sigma'$ , а 99,7% —  $\bar{x} \pm 3\sigma'$ . Если число измерений мало ( $N < 10$ ), то доверительный интервал оказывается больше и определяется по коэффициентам Стьюдента  $t_{\alpha,N}$ , которые можно найти в таблицах или рассчитать по соответствующим программам на ПК. Так, при пяти измерениях вероятности 68% соответствует доверительный интервал  $\pm 1.2s$ , т. е. на 20% больше, чем для нормального распределения. С ростом доверительной вероятности отличие доверительных интервалов для распределения Стьюдента и Гаусса растет. При доверительной вероятности 99,7% их доверительные интервалы отличаются более чем в два раза ( $\bar{x} \pm 7s$  и  $\bar{x} \pm 3s$  соответственно).

Если величина, полученная при измерении, не попадает в доверительный интервал, то считают, что это *промах*. Промахи исключают по одному. Например, для последовательности значений

$x = [101, 100, 103, 92, 99, 97, 121, 94]$  значение 121 больше всех отличается от  $\bar{x} = 101$ . После отбрасывания значения 121  $\bar{x} = 98$  и  $\sigma = 3,9$ . Так как 121 отличается от среднего 98 на  $\sim 6\sigma$ , то с вероятностью 99,9% это значение можно считать промахом.

Проверка следующего сильно отличающегося значения 92 показывает, что его отклонения от среднего меньше  $3\sigma$  и поэтому с вероятностью более 99% промахом не является. Отсюда с вероятностью около 70% можно утверждать, что действительное значение измеренной величины  $X$  лежит в интервале  $96,5 < X < 99,5$  или  $X = 98 \pm 1,5$ .

Приведенные выше расчеты довольно громоздки даже для пяти точек, и поэтому их удобнее проводить на ПК. Упростив функцию

AVERAGE\_([101, 100, 103, 92, 99, 97, 121, 94])

получим

$$\begin{bmatrix} 101 \pm 3 & 0,999384 & 7 & 121 \\ 98 \pm 1,5 & 0,931198 & 4 & 92 \\ 99 \pm 1,3 & 0,956351 & 8 & 94 \end{bmatrix}$$

В первой строке дано среднее по всем значениям заданного вектора, знак  $\pm$  и ошибка  $\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ . Далее следуют доверительный уровень (вероятность того, что это значение — промах) и номер наихудшего значения (№7), имеющего наибольшее отклонение от среднего. Часто доверительный уровень выбирают равным 0.99. В таком случае значение №7 — промах. Следующая (вторая) строка получена без учета значений, указанных в предыдущих строках. Значение №4 не является промахом, так как  $0.93 < 0.99$ . Отсюда с вероятностью 65% (STUDENT(1,7) = 0.649) значение  $x$  лежит в интервале  $96,5 < x < 99,5$  ( $x = 98 \pm 1,5$ ) и с вероятностью 98% в интервале  $93,5 < x < 102,5$  ( $x = 98 \pm 4,5$ ).

Степень соответствия теоретической и аппроксимирующей кривой экспериментальным данным оценивают по критерию «хи-квадрат», равному сумме квадратов отклонений теоретической кривой от экспериментальных точек нормированной на среднеквадратичную ошибку в каждой точке

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_{Ti} - y_{Эi})^2}{\sigma_i^2}$$

Вероятность того, что теория согласуется с  $N$  экспериментальными точками, можно найти, упростив выражение **1-CHI-SQUARE**( $\chi^2$ ,  $N-1$ ). Если из опыта находится один коэффициент теоретического выражения, то вместо  $N-1$  следует брать  $N-2$ , а если два, то  $N-3$ .

## 6.4. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И АНАЛИЗ РАЗМЕРНОСТИ

Большинство физических задач, возникающих при проведении и обработке эксперимента, сводятся к решению уравнений и их систем. При этом часто необходимо проводить проверку размерности и оценивать точность полученных результатов.

Для решения уравнения одной переменной  $y(x) = 0$  используют функцию  $SOLVE(y(x), x)$ . Например, для получения точного решения уравнения  $x^2 + 2x = 1$  относительно  $x$  необходимо ввести и упростить выражение  $SOLVE(x^2 + 2*x = 1, x)$  или поставить в конце знак равенства и нажать Enter:

$$SOLVE(x^2 + 2 - x = 1, x) = [x = -\sqrt{2} - 1, x = \sqrt{2} - 1].$$

В результате получим вектор возможных решений или пустой вектор [], если решений не найдено.

Многие уравнения не имеют точного решения. В этом случае можно попытаться найти приближенное решение, но при этом необходимо указать интервал поиска корня, определив его по графику.

Для решения системы линейных уравнений  $slu$ , записанной в виде вектора или одностолбцовой матрицы относительно переменных  $per$  (тоже в виде вектора или одностолбцовой матрицы), используют функцию  $SOLVE(slu, per)$ . Например, для решения системы из двух уравнений  $x + y = 3$  и  $x + 2y = 5$  достаточно ввести  $SOLVE([ [x+y=3], [x+2y=5] ], [[x], [y]]) =$  и сразу получить решение

- 1: Самолет массой  $1000 \pm 10$  кг пробежал по взлетной полосе  $300 \pm 10$  метров,
- 2: " набрал взлетную скорость  $30 \pm 2$  м/с и взлетел. Найти мощность двигателя "
- 3: " и силу тяги, если коэффициент трения о землю и воздух равен  $0.03 \pm 0.002$

$$4: \text{SOLVE} \left[ \begin{array}{l} v = a \cdot t \\ a \cdot t^2 \\ s = \frac{a \cdot t^2}{2} \\ f = m \cdot a + m \cdot g \cdot k \\ w = \frac{f \cdot s}{t} \end{array} \right], \left[ \begin{array}{l} t \\ a \\ f \\ w \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{l} t = \frac{2 \cdot s}{v} \\ a = \frac{2}{2 \cdot s} \\ f = g \cdot k \cdot m + \frac{m \cdot v}{2 \cdot s} \\ w = \frac{m \cdot v \cdot (2 \cdot g \cdot k \cdot s + v)}{4 \cdot s} \end{array} \right]$$

Рис. 6.4.1

#14: EVAL

$$\left[ \begin{array}{l} t = \frac{2 \cdot s}{v} \quad c \\ a = \frac{2}{2 \cdot s} \quad \frac{m}{z} \\ f = g \cdot k \cdot m + \frac{m \cdot v}{2 \cdot s} \quad H \\ w = \frac{m \cdot v \cdot (2 \cdot g \cdot k \cdot s + v)}{4 \cdot s} \quad Bm \end{array} \right], \left[ \begin{array}{l} v=30 \quad \pm 2 \quad \frac{m}{c} \\ m=1000 \quad \pm 10 \quad Kг \\ s=300 \quad \pm 10 \quad m \\ k=0.03 \quad \pm 0.002 \quad 1 \\ g=9.81 \quad \pm 0.01 \quad \frac{m}{z} \end{array} \right]$$

Рис. 6.4.2

$$SOLVE \left[ \begin{array}{l} x + y = 3 \\ x + 2 * y = 5 \end{array} \right], \left[ \begin{array}{l} x \\ y \end{array} \right] = [x = 1, y = 2].$$

Практически любую систему нелинейных уравнений можно решить численно методом Ньютона (функция NEWTONS()), но для этого необходимо достаточно точно знать положение корней. Многие системы нелинейных уравнений, встречающиеся в школьном и вузовском курсах физики, могут быть решены аналитически *методом подстановки*. Этот метод реализован в функции SOLVE\_().

Решим школьную задачу. Самолет массой  $m = (1000 \pm 10)$  кг пробежал по взлетной полосе  $s = (300 \pm 10)$  м, набрал взлетную скорость  $v = (30 \pm 2)$  м/с и взлетел. Найти мощность двигателя  $W$  и силу тяги  $f$ , если коэффициент трения о землю и воздух равен  $k = 0,03 \pm 0,0002$ .

Составим соответствующую систему уравнений, введя ускорение свободного падения  $g$ , ускорение самолета  $a$ , время взлета  $t$ , и решим ее относительно переменных  $t, a, f$  и  $W$ , применив функцию SOLVE\_() (рис. 6.4.1). Далее подставим исходные данные, указав раз-

#15: ■

#16:

$$\left[ \begin{array}{l} t=20 \quad \pm 2 \quad c \\ a = \frac{3}{2} \quad \pm \frac{1}{4} \quad \frac{m}{z} \\ f=1800 \quad \pm 290 \quad \frac{Kг \cdot m}{z} \\ w=27000 \quad \pm 6100 \quad \frac{Kг \cdot m}{z} \end{array} \right]$$

Рис. 6.4.3

#17: 

#18: EVAL

$t = \frac{2 \cdot s}{v}$	c	$v = 30 \quad \pm 2 \quad \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$a = \frac{2}{2 \cdot s}$	m	$m = 1000 \quad \pm 10 \quad \text{кг}$
$f = g \cdot k \cdot m + \frac{m \cdot v}{2 \cdot s}$	z	$s = 300 \quad \pm 10 \quad \text{м}$
$w = \frac{m \cdot v \cdot (2 \cdot g \cdot k \cdot s + v)}{4 \cdot s}$	c	$k = 0.03 \quad \pm 0.002 \quad 1$
	Kr	$g = 9.81 \quad \pm 0.01 \quad \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
	Bm	

#19: "Ошибка в размерности !"

Рис. 6.4.4

мерность всех величин, и получим величины и точность иско-  
мых результатов (рис. 6.4.2, 6.4.3). При несоответствии размер-  
ности переменных слева и выражений справа вместо матрицы  
(таблицы) результатов выдается сообщение «Ошибка в размер-  
ности» (рис. 6.4.4).

Кроме решения нелинейных уравнений существует возможность  
решения обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем,  
а также некоторых дифференциальных уравнений в частных  
производных как численно, так и в символьном виде.

## 6.5. ПЕРСОНАЛЬНЫЙ КОМПЬЮТЕР

Автоматический ввод данных с экспериментальной установки  
прямо в компьютер происходит во много раз быстрее ручного из-  
мерения и ввода и поэтому позволяет получить число экспери-  
ментальных точек, достаточное для серьезной статистической об-  
работки и повышения точности измерений. Непосредственная связь  
ПК с экспериментом позволяет не только исследовать как очень  
быстрые, так и очень медленные процессы, но и управлять ими.

На больших экспериментальных установках часто используют  
специализированные компьютеры и устройства сопряжения, а в  
учебной лаборатории во многих случаях вполне достаточно таких  
стандартных устройств ввода/вывода, как мышь, последователь-

ные (COM, USB), параллельный (LPT) и игровой (GAME) порты, звуковая карта (SB), WEB-камера, принтер, сканер.

В стандартной компьютерной мыши покрытый резиной стальной шар вращает цилиндрические валы с зубчатыми колесами. Угол поворота этих валов определяется по числу зубьев, прошедших через оптопару (светодиод + фотодиод).

Если на одном из валов мыши закрепить маятник, то при наличии соответствующей программы можно изучать линейные (при малых углах отклонения) и нелинейные колебания.

Приложение к маятнику вынуждающей силы (электромагнит, управляемый через параллельный порт) позволяет изучать вынужденные колебания. Специальная программа считывает показания мыши и изображает их в виде графика зависимости угла отклонения от времени, а также записывает данные в файл, который можно прочитать в DERIVE и проанализировать. Для измерения перемещений достаточно перекинуть нить через вал мыши, а если нить скользкая, то сделать 1—2 оборота вокруг вала.

Большинство компьютеров имеют игровой (GAME) порт в составе звуковой карты или мультикарты. Этот порт позволяет измерять сопротивление от двух до четырех переменных резисторов (около 100 кОм), связанных с ручками джойстика, и фиксировать нажатие 2—4 клавиш. Он может быть использован как для измерения сопротивлений в диапазоне 30—300 кОм, так и для измерения постоянных или медленно ( $\Delta t > 5$  мс) меняющихся напряжений в диапазоне  $\pm(2-12)$  В, если подключить к нему всего по два резистора на каждый вход (рис. 6.5.1). Для измерений в более широком диапазоне достаточно изменить значения сопротивлений. Диод предохраняет вход игрового порта от отрицательного напряжения.

Наиболее просто осуществлять двустороннюю связь ПК с экспериментальной установкой через достаточно быстрый (до 500 кбайт/с) параллельный LPT порт, в котором имеется 12 выходных и 5 входных линий. Так как на разъем этого порта не выведено питание, следует применять внешний источник, использовать внутренний источник ПК, выведенный на разъем игрового порта (+5 В), или питать экономичное устройство сопряжения от выходных линий LPT порта (ТТЛ уровень около 4 В, 3 мА).

Многие внешние устройства ПК, такие, как мышь,

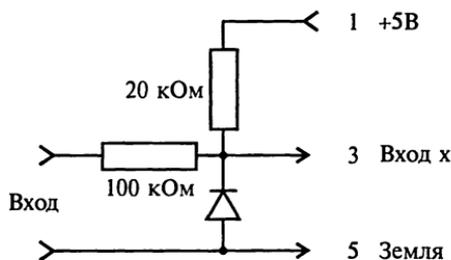


Рис. 6.5.1

модем, некоторые принтеры и сканеры, работают через *последовательный СОМ-порт*, имеющий более тонкий (9 проводов вместо 25 у LPT) и длинный (15 м вместо 2 м) кабель. Так как данные в этом случае передаются не параллельно, а только по одному проводу, скорость передачи СОМ-порта много меньше скорости передачи данных через LPT-порт. Тем не менее во многих случаях такой скорости вполне достаточно и школьная компьютерная лаборатория L-микро подсоединяется именно к СОМ-порту. В современных ПК кроме СОМ- и LPT-портов имеется высокоскоростной (12 Мб/с) *универсальный последовательный порт USB*.

Многие ПК имеют звуковую карту (SB), обеспечивающую как прием слабого электрического сигнала с микрофона (~10 мВ, 10 — 20000 Гц), так и преобразование двух цифровых сигналов в аналоговые для их вывода на динамики. С целью расширения диапазона напряжений к SB можно подключить делители (входные каскады тестера или авометра) и усилители, а для работы с постоянным и медленно меняющимся напряжением, а также для увеличения числа каналов измерения и управления — модуляторы и переключатели на микросхемах. Управление звуковой картой — программное.

Видеокамеры, состоящие всего лишь из объектива, приемной светочувствительной матрицы, микрофона и схемы сопряжения по LPT-, USB- или i-Link- (IEEE-1394) порту, становятся таким же стандартным устройством ПК, как звуковая карта или диск-вод компакт-дисков (CD).

Основное назначение WEB-камер — звуковая и видеосвязь по Интернету. Однако после соответствующей калибровки их можно использовать для пространственных и временных измерений, а также в фотометрии. Большая частота кадров таких камер (до 60 кадров/с) позволяет фиксировать, а затем анализировать быстро протекающие процессы.

В одной из учебных программ, использующей видеозапись столкновения двух шаров, анализ последовательных кадров позволяет выделить каждый шар, найти положение их центров на каждом кадре и построить зависимость положения, скорости и ускорения шаров от времени.

В другом эксперименте калиброванная видеокамера превращает демонстрационный спектроскоп в спектрометр. Сравнивая интенсивность красного, синего и зеленого света в спектре излучения нагретого тела, нетрудно определить ее температуру, т. е. получить оптический пирометр.

Некоторые WEB-камеры записывают видеоряд во внутреннюю электронную FLASH-память, т. е. являются простыми переносными цифровыми видеокамерами и позволяют фиксировать результаты экспериментов практически в любых условиях.

Большие и сложные экспериментальные установки соединяют с компьютерами через универсальные платы аналогового ввода/вывода, через шину (IEEE488), к которой подключается целый ряд стандартных приборов, или через специальные устройства сопряжения, представляющие собой дополнительные внешние блоки или карты расширения, подключаемые к шинам ПК.

Обычно платы или внешние приборы аналогового ввода/вывода имеют несколько 8—16-разрядных (разряды двоичные) аналого-цифровых (АЦП) и цифроаналоговых преобразователей (ЦАП) на максимальное напряжение от 1 до 10 В.

Устройство сопряжения должно в этом случае перевести измеряемый сигнал в напряжение в указанном диапазоне. Это преобразование осуществляют с помощью различных датчиков физических величин с последующим усилением в регулируемых усилителях (делителях). Одной из наиболее простых и доступных плат аналогового ввода/вывода является плата L-154, имеющая 16 аналоговых дифференциальных входов ( $\pm 10$  В, 70 кГц), аналоговый выход, параллельный порт и программируемый таймер.

Для создания больших экспериментальных установок из целого ряда стандартных приборов последние подключают к общей шине (часто IEEE-488), а направление и адреса передачи информации для каждого прибора определяются программно. Это позволяет собирать измерительную схему из приборов не путем их физического соединения, а на экране ПК. Наиболее распространенной программой для таких экспериментов является пакет LabView.

В школьном и вузовском демонстрационном и лабораторном эксперименте нашла широкое применение «Школьная компьютерная лаборатория L-микро» [44]. Это защищенный от перегрузок и подключаемый к последовательному СОМ-порту ПК блок, имеющий два чувствительных, но достаточно медленных аналоговых входа и один цифровой выход. К этим входам можно подключить более десятка различных датчиков (перемещения, угла, давления, напряжения, силы тока, магнитного поля, освещенности, температуры, ионизирующих частиц и т. д.). Способы подключения датчиков и методика применения L-микро описаны в сопроводительной методической литературе. L-микро может быть использована в ряде лабораторных работ настоящего практикума (2.6, 2.13, 3.21, 4.16 и др.).

## 6.6. ИНТЕРНЕТ-ТЕХНОЛОГИИ

Объединение компьютеров в локальные и глобальные сети позволяет быстро передавать и получать информацию и таким обра-

зом осуществлять быстрый поиск необходимых данных (в том числе и физических) по большому числу сайтов, расположенных во всех странах мира. Это существенно облегчает взаимодействие между специалистами разных стран и ускоряет доступ к открытой информации. Возникающий при этом языковой барьер преодолевается автоматическими переводчиками, «знающими» десятки языков.

В Интернете можно найти новости физической науки, информацию о предстоящих и прошедших конференциях, симпозиумах и съездах, справочную информацию по физическим величинам, обучающие программы (в том числе и с прямым онлайн-доступом) по физике, получить доступ в реальном времени к удаленным экспериментальным установкам и управлять ими, работать в виртуальных физических лабораториях и т. д.

Виртуальная физическая лаборатория является набором программ, моделирующих различные эксперименты и работающих на удаленном компьютере. Такая организация модельного эксперимента позволяет оперативно исправлять ошибки программного обеспечения и постоянно его совершенствовать. Виртуальная лаборатория полностью контролируется авторами, поэтому исключается возможность ее несанкционированного копирования и использования.

Удаленный доступ через Интернет или по специальным каналам обычно организуется к очень дорогим и опасным физическим установкам. Например, сложные эксперименты по лазерной спектроскопии и ударным волнам студенты могут проводить по Интернету, не подвергаясь опасности получить травму от излучения мощного лазера или ударных волн, а также без риска повредить сложную и дорогую экспериментальную установку. Через сайт можно послать запрос на управление большим телескопом и через некоторое время получить ряд снимков звездного неба, найти на них интересующие объекты (планеты, спутники, звезды) и определить их параметры движения, температуру и т. д.

Основная роль ПК в учебной физической лаборатории — сбор экспериментальных данных и выполнение за учащихся хорошо освоенных действий (т. е. экономия времени) или тех, освоение которых не предполагается или перенесено на более поздние этапы обучения.

ПК расширяет диапазон доступных экспериментов и методов их обработки, а также дает возможность более гибко выбрать последовательность изучаемого материала.

К недостаткам ПК следует отнести затраты на его изучение и отстранение экспериментатора от непосредственных измерений. Первый недостаток может быть компенсирован соответствующим программным и методическим обеспечением, а второй — предва-

рительными пропедевтическими качественно-количественными экспериментами, как это, например, сделано в лабораторной работе 3.21, где сначала на компьютеризированной установке проводится качественный эксперимент без компьютера, и только после этого ПК используется для определения количественной зависимости коэффициента отражения света от угла падения на диэлектрик.

Применение ПК в учебном физическом эксперименте началось сравнительно недавно, и многие вопросы ждут своих исследователей.

С пожеланиями и предложениями обращайтесь на наш сайт <http://physfac.vov.ru>.

Начало работы с математическим помощником DERIVE, как и начало всякой серьезной работы, требует определенных усилий и времени. Цель настоящего краткого введения — упростить начало работы с DERIVE и облегчить самостоятельное изучение этого пакета по справке (Help) и справочной литературе.

DERIVE — это одна из наиболее распространенных систем компьютерной алгебры (СКА). Так же как и другие СКА, например Maxima (<http://maxima.sourceforge.net>), DERIVE позволяет:

- 1) работать в режиме калькулятора, т. е. производить вычисления с действительными и комплексными числами с любым числом значащих цифр;

- 2) преобразовывать математические выражения, заданные в символьном виде (разлагать на множители, раскрывать скобки, приводить к общему знаменателю, решать уравнения и их системы);

- 3) строить графики функций одной переменной и поверхности функций двух переменных;

- 4) создавать свои функции, содержащие не только скаляры, но и векторы, матрицы, тензоры;

- 5) обрабатывать данные, введенные с клавиатуры или записанные в файл другими программами.

Работа с DERIVE осуществляется в окнах четырех типов:

1. Справка (**Help**). Для вызова справки необходимо нажать клавишу с латинской буквой H и выбрать нужный пункт меню (нажать клавишу с выделенной буквой).

2. Алгебраическое окно (**Algebra**) — аналог классной доски, на которой записываются все определения переменных, функций и выражений, а также выводятся результаты преобразований.

3. Окно двумерной графики (**2D Plot**) используется для построения графиков функций одной переменной. Возможен их сдвиг, масштабирование и трассировка графика, а также определение координат произвольных точек с помощью указателя. Это позволяет графически решать как отдельные уравнения, так и системы уравнений.

4. Окно трехмерной графики (**3D Plot**) позволяет построить поверхность, соответствующую функции двух переменных. При наличии программы **Acrospin** или **3DV** построенную поверхность мож-

но вращать в любом направлении так, как будто она у вас в руках. Кроме того, можно изображать сразу несколько поверхностей.

Управление **DERIVE** осуществляется через многоуровневое меню (3-я и 4-я строки снизу). Для выбора пункта меню следует нажать клавишу, соответствующую выделенной в имени пункта букве, или, установив курсор клавишей пробела на выбранном вами пункте меню, нажать клавишу **Enter**.

#### Основные команды меню:

**Author** — вход в строчный редактор, в котором вводятся все выражения, уравнения и определения функций **DERIVE**. Для окончания ввода необходимо нажать клавишу **Enter**. Возведение в степень —  $\wedge$ , как в языке **Basic**. Вектор определяется как список элементов, разделенных запятыми и заключенных в квадратные скобки, а матрица — как вектор из векторов.

Например, ввод  $3*x + x$  **Enter** даст на экране

$$3x + x,$$

ввод  $[a, x, 2]$  даст вектор

$$[a, x, 2],$$

а ввод  $[[1, 2], [3, 4]]$  — матрицу

$$\begin{array}{ccc} \grave{a} & 1 & 2 & \grave{a} \\ \grave{a} & 3 & 4 & \grave{c} \end{array}$$

**Simplify** — упростить выделенное выражение (**Expand** — раскрыть, **Factor** — разложить на множители). Например, применение **Simplify** к  $3x + x$ , т. е. нажатие клавиш **S Enter**, даст на экране

$$4x$$

Переход от одного выделенного выражения к другому осуществляется клавишами — стрелками «вверх/вниз».

**soLve** — решить уравнение или систему уравнений, записанную в виде вектора или матрицы — столбца относительно заданных переменных.

**Transfer Save Derive** — записать содержимое классной доски в файл (имена соответствуют правилам **DOS**, т. е. начинаются с латинской буквы, ограничены по длине 8 символами и не содержат пробелов, точек и т. д.).

**Transfer Load Derive** — считать из файла содержание классной доски, записанной командой **Transfer Save Derive**.

**Transfer Load Utility** — загрузить в память ПК определения переменных и функций из файла, но не выводить их на экран.

**Plot** — построить график выделенного выражения. Если выражение содержит функции, заданные пользователем, то перед по-

строением такие выражения необходимо упростить (**Simplify** или **approX**). Выполнение команды **Plot** приводит к переходу в соответствующее графическое окно и появлению графического меню, одним из пунктов которого является также команда **Plot**.

При первом обращении к команде **Plot** DERIVE спрашивает, где открывать графическое окно, и предлагает значения параметров окон, с которыми стоит согласиться, два раза нажав **Enter**. После этого можно построить график, дав команду **Plot** в меню окна двумерной графики. Итак, для построения графика следует нажать всего 4 клавиши: **P Enter Enter P**, а если графическое окно уже открыто, то достаточно два раза нажать на клавишу **P**.

Если выделенное выражение зависит от двух переменных, то строится поверхность в окне трехмерной графики.

**Remove** — удалить одно или несколько рядом расположенных выражений.

**Ungremove** — отменить последнее удаление.

**moVe** — переместить выражение или блок соседних выражений в другое место.

**Выделение подвыражений** осуществляется клавишами-стрелками. Вход в режим подвыражений по клавише-стрелке вправо/влево. Переход между подвыражениями одного уровня тоже  $\rightarrow$  и  $\leftarrow$ , а переход на уровень вниз или вверх —  $\downarrow$  и  $\uparrow$  соответственно.

**Переменные** в DERIVE обозначаются именами, начинающимися с буквы. Переменная может быть свободной (неприсвоенной) или иметь значение, полученное после выполнения оператора присвоения в виде двоеточия, за которым следует знак равенства ( $:=$ ). Например, ввод выражения  $a:=b*c$  присваивает переменной  $a$  значение, равное  $b*c$ , и после этого при каждом обращении к переменной  $a$  вместо нее будет подставляться ее значение, равное  $b*c$ . Выражение  $a:=$  делает переменную  $a$  свободной переменной, не имеющей конкретного значения.

**Функции** в DERIVE имеют имя и обязательную пару круглых скобок для аргументов, разделяемых запятыми. Так как язык DERIVE безтиповый, то аргументы функций и возвращаемые ими значения могут быть любыми. Допускаются как рекурсивные (**f1()** определяется через **f1()**), так и взаимно рекурсивные определения функций (**f1()**=**F1(f2())**, а **f2()**=**F2(f1())**).

Для **управления** последовательностью действий используются функции **IF()** и **ITERATE()**. Перебор ряда значений осуществляется функцией **VECTOR()**. Например, упрощение (**Simplify**) **VECTOR**( $[x, x^2], x, 1, 8, 2$ ) даст таблицу квадратов чисел от 1 до 8 с шагом 2, где в первой колонке — число, а во второй — ее квадрат. Если необходимо надписать столбцы таблицы, то дописывают их названия в первой строке в виде комментария. Например, упрощение **APPEND**( $[[\text{"число"}, \text{"его квадрат"}], \text{VECTOR}([x, x^2], x, 1, 10, 2)]$ ) дает:

ä	«число»	«его квадрат»	ä
	1	1	
	3	9	
	5	25	
ä	7	49	ç

**Численные расчеты.** В простейшем случае DERIVE может использоваться как калькулятор с произвольной разрядностью, определяемой переменной PrecisionDigits, которую можно ввести из строчного редактора (Author). Расчеты могут производиться точно с использованием рациональной арифметики (PrecisionMode:=Exact), приближенно с использованием обычной арифметики с плавающей точкой (PrecisionMode:=Approximate) с заданной переменной PrecisionDigits точностью или в смешанном режиме, когда операции над рациональными числами производятся точно, а над иррациональными, например  $\pi$ , с заданной точностью. Например, при расчетах с 12 значащими цифрами (PrecisionDigits:=12) упрощение  $\pi/2$  в режиме точной арифметики оставит те же  $\pi/2$ , а в режимах приближенной арифметики и смешанном режиме даст 1.57079632679.

При проведении простейших численных расчетов в приближенном режиме достаточно ввести выражение, знак равенства и нажать **Enter**. Например, ввод 2.15\*SIN(0.8)= даст

$$2.15 * \text{SIN}(0.8) = 1.54231$$

**Символические преобразования.** Отличительной особенностью всех систем компьютерной алгебры является способность производить преобразования математических выражений в аналитическом виде (команда **Simplify**) и решать уравнения (**soLve**). Например, если ввести неопределенный интеграл  $\text{INT}(1/\text{SQRT}(a x^2 + b x + c), x)$

$$\int \frac{1}{\sqrt{a x^2 + b x + c}} dx,$$

то после упрощения получим

$$\frac{\text{LN}(2 \times \sqrt{a} \times \sqrt{a x^2 + b x + c} + 2 \times a x + b)}{\sqrt{a}}.$$

Для решения уравнения, например  $a x^2 + b x + c = 0$ , применяем к нему функцию **SOLVE()**

$$\text{SOLVE}(a * x^2 + b * x + c = 0, x)$$

и после упрощения получаем вектор из двух решений

$$\left[ x = \frac{\sqrt{(b^2 - 4 \times a \times c) + b}}{2 \times a}, \quad x = \frac{\sqrt{(b^2 - 4 \times a \times c) - b}}{2 \times a \times c} \right].$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### Единицы физических величин СИ, имеющие собственные наименования

Наименование величины	Единица	
	обозначение	наименование
Длина	м	метр
Время	с	секунда
Плоский угол	рад	радиан
Телесный угол	ср	стерадиан
Масса	кг	килограмм
Сила	Н	ньютон
Давление	Па	паскаль
Модуль упругости	Па	паскаль
Напряжение (механическое)	Па	паскаль
Частота колебаний	Гц	герц
Энергия, работа, количество теплоты	Дж	джоуль
Мощность	Вт	ватт
Термодинамическая температура	К	кельвин
Количество вещества	моль	моль
Сила тока	А	ампер
Электрический заряд	Кл	кулон
Электрический потенциал, электрическое напряжение	В	вольт
Электрическая емкость	Ф	фарад
Электрическое сопротивление	Ом	ом
Электрическая проводимость	См	сименс
Магнитная индукция	Тл	тесла
Магнитный поток	Вб	вебер
Индуктивность	Гн	генри
Сила света	кд	кандела
Световой поток	лм	люмен
Освещенность	лк	люкс
Оптическая сила	дптр	диоптрия
Поглощенная доза излучения	Гр	грей
Активность изотопа	Бк	беккерель

**Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц**

Множитель	Приставка			
	наименование	обозначение	примеры	
$10^{18}$	экса	Э	Эм	эксаметр
$10^{15}$	пета	П	ПГц	петагерц
$10^{12}$	тера	Т	ТДж	тераджоуль
$10^9$	гига	Г	ГГц	гигагерц
$10^6$	мега	М	МОм	мегаом
$10^3$	кило	к	км	километр
$10^2$	гекто	г	гВт	гектоватт
$10^1$	дека	да	дал	декалитр
$10^{-1}$	деци	д	дм	дециметр
$10^{-2}$	санти	с	см	сантиметр
$10^{-3}$	милли	м	мм	миллиметр
$10^{-6}$	микро	мк	мкм	микрометр
$10^{-9}$	нано	н	нс	наносекунда
$10^{-12}$	пико	п	пФ	пикофарад
$10^{-15}$	фемто	ф	фг	фемтограмм
$10^{-18}$	атто	а	аКл	аттокулон

**Соотношение между внесистемными единицами и единицами СИ**

*Единицы пространства и времени  
Единицы механических величин*

Длина	1 ангстрем ( $\text{Å}$ ) = $10^{-10}$ м = $10^{-8}$ см
Время	1 сут = 86400 с 1 год = 365,25 сут = $3,16 \cdot 10^7$ с
Плоский угол	$1^\circ = \pi/180$ рад = $1,75 \cdot 10^{-2}$ рад $1' = \pi/108 \cdot 10^{-2}$ рад = $2,91 \cdot 10^{-4}$ рад $1'' = \pi/648 \cdot 10^{-3}$ рад = $4,85 \cdot 10^{-6}$ рад
Объем	1 л = $10^{-3}$ м <sup>3</sup> = $10^3$ см <sup>3</sup>
Масса	1 т = $10^3$ кг 1 а.е.м. = $1,66 \cdot 10^{-27}$ кг
Работа, энергия	1 Вт · ч = $3,6 \cdot 10^3$ Дж 1 эВ = $1,60 \cdot 10^{-19}$ Дж
Мощность	1 л.с. = 736 Вт
Напряжение (механическое)	1 кгс/мм <sup>2</sup> = $9,81 \cdot 10^6$ Па
Давление	1 мм рт.ст. = 133 Па 1 атм = $1,01 \cdot 10^5$ Па 1 бар = $10^5$ Па

*Единицы величин молекулярной физики и термодинамики*

Теплота (количество теплоты)	1 кал = 4,19 Дж 1 ккал = 4,19·10 <sup>3</sup> Дж
---------------------------------	---

*Единицы электрических и магнитных величин*

Удельное электрическое сопротивление	1 Ом·мм <sup>2</sup> /м = 10 <sup>-6</sup> Ом·м
Магнитная индукция	1 Гс = 10 <sup>-4</sup> Тл
Магнитный поток	1 Мкс = 10 <sup>-8</sup> Вб
Напряженность магнитного поля	1 Э = 10 <sup>3</sup> /4π А/м

*Единицы величин ионизирующих излучений*

Поглощенная доза излучения	1 рад = 0,01 Гр
Мощность дозы излучения (мощность поглощенной дозы излучения)	1 рад/с = 0,01 Гр/с 1 рад/ч = 2,78·10 <sup>-6</sup> Гр/с
Экспозиционная доза рентгеновского и гамма-излучений	1 Р = 2,58·10 <sup>-4</sup> Кл/кг
Активность нуклида в радиоактивном источнике (активность изотопа)	1 распад/с = 1 Бк 1 Ки = 3,70·10 <sup>10</sup> Бк

**Плотности веществ**

Твердое вещество	ρ, 10 <sup>3</sup> кг/м <sup>3</sup>	Жидкость	ρ, 10 <sup>3</sup> г/м <sup>3</sup>
Алмаз	3,5	Бензол	0,88
Алюминий	2,7	Вода	1,00
Вольфрам	19,35	Глицерин	1,26
Графит	1,9 — 2,3	Касторовое масло	0,96
Железо (сталь)	7,87	Керосин	0,82
Золото	19,32	Ртуть	13,6
Кадмий	8,65	Спирт	0,79

Продолжение табл.

Твердое вещество	$\rho, 10^3 \text{ кг/м}^3$	Жидкость	$\rho, 10^3 \text{ г/м}^3$
Кобальт	8,9	Тяжелая вода	1,1
Лед	0,917	Эфир	0,72
Медь	8,96		
Натрий	0,97		
Никель	8,9		
Олово	7,3		
Платина	21,5		
Пробка	0,22		
Свинец	11,3		
Серебро	10,5		
Титан	4,5		
Фарфор	2,3		
Цинк	7,1		

**Упругие постоянные твердых тел (округленные значения)**

Вещество	Модуль Юнга $E$ , ГПа	Модуль сдвига $G$ , ГПа
Алюминий	69	24
Вольфрам	380	140
Железо (сталь)	200	78
Медь	120	44
Серебро	74	27

**Диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$**

Вода . . . . .	81
Масло (трансформаторное) . . .	2,2
Парафин . . . . .	2,2
Слюда . . . . .	7,0
Фарфор . . . . .	6,5
Эбонит . . . . .	4,0

**Удельное сопротивление  $\rho$  и температурный коэффициент  $\alpha$  проводников (при 20 °С)**

Вещество	$\rho$ , нОм·м	$\alpha$ , К <sup>-1</sup>	Вещество	$\rho$ , нОм·м	$\alpha$ , К <sup>-1</sup>
Алюминий	28	$4,9 \cdot 10^{-3}$	Железо	98	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Графит	$3,9 \cdot 10^3$	$-0,8 \cdot 10^{-3}$	Медь	57	$3,3 \cdot 10^{-3}$

### Показатели преломления $n$

Алмаз . . . . .	2,42	Сероуглерод . . . . .	1,63
Вода . . . . .	1,33	Воздух . . . . .	1,00029
Масло коричное . . . . .	1,60	Стекло . . . . .	1,50

Примечание. Как известно, показатель преломления зависит от длины волны света, поэтому приведенные в этой таблице значения следует рассматривать как условные.

### Показатели преломления для кристаллов с двойным лучепреломлением

Длина волны $\lambda$ , нм	Цвет	Исландский шпат		Кварц	
		$n_e$	$n_o$	$n_e$	$n_o$
687	Красный	1,484	1,653	1,550	1,541
656	Оранжевый	1,485	1,655	1,551	1,542
589	Желтый	1,486	1,658	1,553	1,544
527	Зеленый	1,489	1,664	1,556	1,547
486	Голубой	1,491	1,668	1,559	1,550
431	Сине-фиолетовый	1,495	1,676	1,564	1,554
400	Фиолетовый	1,498	1,683	1,568	1,558

### Постоянные газов (при нормальных условиях)

Газ	Относительная молекулярная масса	$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$	Теплопроводность $k$ , мВт/(м·К)	Вязкость $\eta$ , мкПа·с	Диаметр молекулы $d$ , нм	Постоянные Ван-дер-Ваальса	
						$a$ , атм·л <sup>2</sup> /моль	$b$ , л/моль
He	4	1,63	141,5	18,9	0,20	0,034	0,023
Ar	40	1,67	16,2	22,1	0,35	1,30	0,032
H <sub>2</sub>	2	1,41	168,4	8,4	0,27	0,24	0,027

Газ	Относительная молекулярная масса	$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$	Теплопроводность $k$ , мВт/(м·К)	Вязкость $\eta$ , мкПа·с	Диаметр молекулы $d$ , нм	Постоянные Ван-дер-Ваальса	
						$a$ , атм·л <sup>2</sup> /моль	$b$ , л/моль
N <sub>2</sub>	28	1,40	24,3	16,7	0,37	1,37	0,039
O <sub>2</sub>	32	1,40	24,4	19,2	0,35	1,37	0,032
CO <sub>2</sub>	44	1,30	23,2	14,0	0,45	3,67	0,043
H <sub>2</sub> O	18	1,32	15,8	9,0	0,30	5,52	0,030
Воздух	29	1,40	24,1	17,2	0,35	13,2	0,114

Примечания: 1. Значения  $k$  и  $\eta$  даны при нормальных условиях. 2. В таблице приведены средние значения диаметров молекул. При более точных расчетах следует иметь в виду, что значения  $d$ , полученные из коэффициентов вязкости, теплопроводности, диффузии и постоянной  $b$  Ван-дер-Ваальса, заметно отличаются друг от друга.

### Постоянные жидкостей и твердых тел

Вещество	Удельная теплоемкость $c$ , Дж/(г·К), при 20°C	Удельная теплота парообразования $\lambda$ , Дж/г	Удельная теплота плавления $q$ , Дж/г	Поверхностное натяжение $\alpha$ , мН/м, при 0°C
Вода, лед	4,23	2250	334	73
Глицерин	2,42	290	176	66
Ртуть	0,14	284	11,73	490
Спирт	2,42	853	105	22
Алюминий	0,90	9220	322	—
Железо	0,46	6300	293	—
Медь	0,39	5410	214	—
Серебро	0,23	2350	88	—
Свинец	0,13	880	22,5	—

### Работа выхода электронов из металла

Металл	A, эВ	Металл	A, эВ	Металл	A, эВ
Алюминий	4,25	Калий	2,22	Никель	4,5
Барий	2,49	Кобальт	4,41	Платина	5,32
Висмут	4,4	Литий	2,38	Серебро	4,3
Вольфрам	4,54	Медь	4,40	Титан	3,95
Железо	4,31	Молибден	4,3	Цезий	1,81
Золото	5,1	Натрий	2,35	Цинк	4,24

**Наиболее интенсивные Fraunhofer линии видимой области спектра**

Длина волны, нм	Химический элемент
761	O
687	O
656,5	H <sub>α</sub>
589	Na
527	Fe
486	H <sub>β</sub>
434	H <sub>γ</sub>
431	Ca
397	Ca

**Выдержка из таблицы спектральных линий**

Длина волны, нм	Интенсивность, усл.ед.	Длина волны, нм	Интенсивность, усл.ед.
<b>H</b>			
656,2	2000	434,0	200
486,1	500	410,1	100
<b>He</b>			
706,5	1000	492,2	60
667,8	100	471,3	150
656,0	3000	468,5	300
587,6	3000	447,1	400
541,2	50	402,6	70
501,6	100	396,5	50
<b>Ne</b>			
753,6	300	596,5	600
748,9	500	594,5	500
724,5	1000	591,9	250
717,4	1000	588,2	1000
705,9	500	585,2	2000
703,2	1000	582,0	500
702,4	500	581,1	300
692,9	1000	580,4	500
671,7	1000	576,4	700
667,8	500	574,8	500
666,7	100	571,9	500

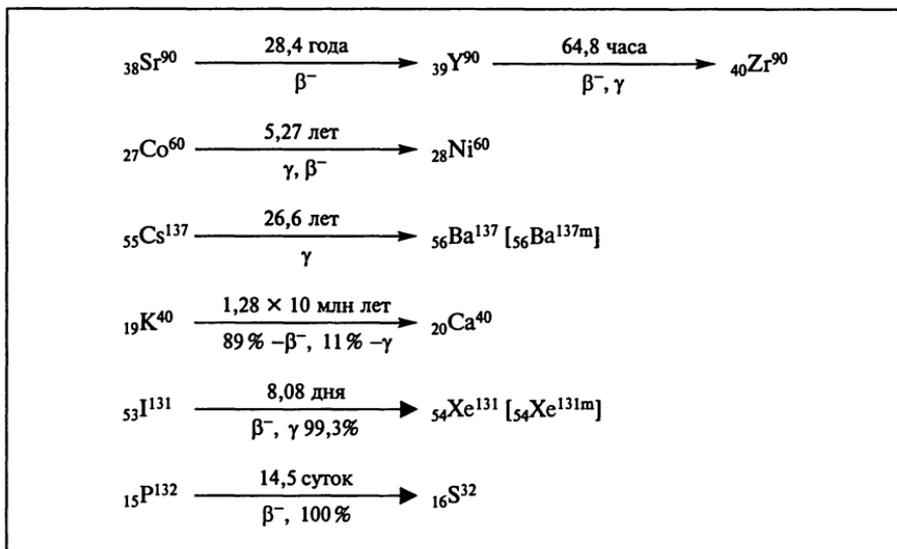
Длина волны, нм	Интенсивность, усл.ед.	Длина волны, нм	Интенсивность, усл.ед.
665,2	150	569,0	150
660,2	100	565,7	600
653,3	100	556,3	500
659,9	1000	556,2	150
650,7	1000	553,9	50
644,5	150	544,9	150
642,2	100	543,4	250
640,2	2000	541,9	150
638,3	1000	540,1	2000
636,5	100	536,0	150
635,2	100	535,5	150
633,4	1000	534,3	600
633,1	150	534,1	1000
632,8	300	533,1	600
631,4	150	529,8	150
630,5	100	520,4	150
629,4	100	519,3	150
626,6	1000	518,9	150
625,2	100	514,5	500
624,7	100	512,2	150
621,7	1000	508,1	150
620,6	100	503,8	500
618,2	100	500,5	500
616,4	1000	495,7	1000
615,0	100	493,9	100
614,3	1000	489,2	500
612,8	100	488,5	1000
609,6	300	486,5	100
607,4	1000	483,7	500
603,0	1000	482,7	1000
600,4	100	481,8	300
598,8	1550	481,0	150
597,6	600	478,9	300

Длина волны, нм	Интенсивность, усл.ед.	Длина волны, нм	Интенсивность, усл.ед.
Na			
466,8	200	567,5	300
498,2	200	568,8	300
514,8	400	588,9	9000
515,3	600	588,9	9000
Fe			
438,3	1000	523,2	800
440,4	1000	526,9	800
442,7	500	530,2	300
444,2	400	532,8	400
445,9	400	537,1	700
446,6	500	539,7	400
449,4	400	541,5	500
452,8	600	542,9	500
459,2	200	545,5	300
479,1	200	550,1	150
482,1	200	555,4	100
487,1	200	557,2	300
490,3	500	561,5	400
492,0	500	570,9	100
493,8	300	601,3	100
496,6	300	613,6	100
498,3	200	619,1	100
499,7	300	639,3	100
500,6	300	643,0	100
501,4	500	649,4	400
506,8	400	654,6	150
513,3	200	659,2	150
517,1	300	667,7	250
521,6	300	675,0	50
Hg			
404,6	200	576,9	600
433,9	150	578,9	500
434,7	200	579,0	1000
435,8	3000	690,7	125

## Характеристики некоторых радиоактивных изотопов

Тип излучения	Изотоп	Период полураспада	Энергия, МэВ		Гамма-постоянная $K_\gamma$
			$\alpha, \beta$	$\gamma$	
$\beta^-, \text{K}(\gamma)$	$_{19}\text{K}^{40}$	$1,39 \times 10^9$ лет	1,32	1,46	0,81
$\beta^-$	$_6\text{C}^{14}$	5568 лет	0,159	—	—
$\beta^-, \gamma$	$_{27}\text{Co}^{60}$	5,27 лет	0,31	1,33	13,2
$\beta^-$	$_{38}\text{Sr}^{90}$	28,4 года	0,54	—	—
$\beta^-$	$_{39}\text{Y}^{90}$	64,8 ч	2,26	—	—
$\beta^-, \gamma$	$_{53}\text{I}^{131}$	8,08 сут	0,61	0,36 0,72	2,3
$\beta^-$	$_{15}\text{P}^{32}$	14,5 сут	1,71	—	—
$\gamma, \beta^-$	$_{55}\text{Cs}^{137} +$ $+_{56}\text{Ba}^{137\text{m}}$	26,6 лет (2,6 мин)	1,2	0,661	3,55
$\gamma, \alpha, \beta^-$	$_{88}\text{Ra}^{226}$ в равновесии с дочерними продуктами распада	1620 лет 47 % 37 % 16 % 5,2 %	— — — —	0,609 0,352 1,76 2,2	9,834

### Цепочки радиоактивного распада



### Максимальный пробег $\beta$ -частиц в различных средах

Е $\beta$ (МэВ)	В воздухе (м)	В алюминии (мм)	В биоткани (мм)
0,01	0,0023	0,0013	0,0025
0,1	0,13	0,07	0,14
0,2	0,41	0,21	0,45
0,3	0,76	0,4	0,84
0,4	1,17	0,6	1,3
0,5	1,6	0,83	1,9
0,6	2,1	1,1	2,3
0,7	2,5	1,3	2,9
0,8	3	1,6	3,3
0,9	3,5	1,8	3,8
1,0	3,9	2,1	4,7
1,2	4,9	2,6	5,5
1,4	5,9	3,1	6,6
1,6	6,8	3,6	7,9
1,8	7,8	4,1	8,7
2,0	8,7	4,5	9,6
2,4	10,6	5,6	11,8
2,8	12,5	6,6	13,5
3,0	13,4	6,9	14,7
4,0	17,9	9,2	19,6
5,0	22,3	11,4	24,4
7,0	29,0	15,7	35,6
9,0	36,5	19,7	44,5
10,0	40,1	21,6	48,8

**Значения линейного коэффициента ослабления  $\gamma$ -излучения  $\mu$   
в веществе, см<sup>-1</sup>**

Энергия излучения, МэВ	Свинец ( $\rho = 11300$ кг/м <sup>3</sup> )	Медь ( $\rho = 8900$ кг/м <sup>3</sup> )	Железо ( $\rho = 7800$ кг/м <sup>3</sup> )	Алюминий ( $\rho = 2700$ кг/м <sup>3</sup> )	Бетон ( $\rho = 2350$ кг/м <sup>3</sup> )
0,1	60	3,7	2,62	0,421	0,34
0,2	10,6	1,29	1,1	0,321	0,29
0,3	4,2	0,95	0,83	0,276	0,25
0,4	2,4	0,81	0,72	0,248	0,224
0,5	1,72	0,73	0,65	0,227	0,21
0,6	1,32	0,67	0,59	0,21	0,189
0,661	1,213	0,642	0,573	0,194	0,181
0,8	0,95	0,58	0,52	0,184	0,166
0,9	0,86	0,55	0,5	0,176	0,155
1,0	0,77	0,52	0,47	0,165	0,149
1,3	0,64	0,46	0,43	0,146	0,131
1,5	0,56	0,42	0,38	0,135	0,122
1,7	0,54	0,39	0,36	0,128	0,115
2,0	0,51	0,37	0,33	0,116	0,104
3,0	0,47	0,32	0,28	0,096	0,085
4,0	0,47	0,29	0,26	0,084	0,075
5,0	0,48	0,28	0,25	0,077	0,067

**Коэффициенты качества  $K$  для различных видов излучений  
при хроническом облучении всего тела**

Виды излучения	$K$	Виды излучения	$K$
$\gamma$ -излучение	1	Нейтроны с энергией:	
Рентгеновское излучение	1	20 кэВ	5
$\beta$ -излучение	1	100 кэВ	8
$\alpha$ -излучение ( $E \leq 10$ МэВ)	10	500 кэВ	10
Протоны ( $E \leq 10$ МэВ)	10	1 МэВ	10,5
Нейтроны тепловые	3	5 МэВ	7

## Масса и энергия покоя некоторых элементарных частиц и легких ядер

Частица	Масса		Энергия	
	$m$ , кг	$m$ , а.е.м.	$E$ , Дж	$E$ , МэВ
Электрон	$9,11 \cdot 10^{-31}$	0,00055	$8,16 \cdot 10^{-14}$	0,511
Нейтральный $\pi$ -мезон	$2,41 \cdot 10^{-28}$	0,14526	—	135
Протон	$1,672 \cdot 10^{-27}$	1,00728	$1,50 \cdot 10^{-10}$	938
Нейтрон	$1,675 \cdot 10^{-27}$	1,00867	$1,51 \cdot 10^{-10}$	939
Дейтон	$3,35 \cdot 10^{-27}$	2,01355	$3,00 \cdot 10^{-10}$	1876
$\alpha$ -частица	$6,64 \cdot 10^{-27}$	4,00149	$5,96 \cdot 10^{-10}$	3733

### Основные физические постоянные

Нормальное ускорение свободного падения	$g \approx 9,81 \text{ м/с}^2$
Гравитационная постоянная	$G \approx 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$
Скорость света в вакууме	$c \approx 299792458 \text{ м/с}$
Элементарный заряд	$e \approx 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Масса покоя электрона	$m_e \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Удельный заряд электрона	$e/m_e \approx 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Постоянная Фарадея	$F \approx 9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 \approx 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Постоянная Стефана — Больцмана	$\sigma \approx 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Постоянная Вина	$b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$
Постоянная Планка	$h \approx 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ $\hbar \approx 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постоянная Ридберга	$R \approx 1,10 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Первый боровский радиус	$a_0 \approx 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м}$
Комптоновская длина волны электрона	$\lambda_e \approx 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$
Магнетон Бора	$\mu_B \approx 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/Тл}$
Энергия ионизации атома водорода	$E_i \approx 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} = 13,6 \text{ эВ}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} \approx 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Ядерный магнетон	$\mu_N \approx 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ А} \cdot \text{м}^2$
Постоянная Авогадро	$N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	$R \approx 8,31 \text{ Дж}/(\text{К} \cdot \text{моль})$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_m \approx 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	$k \approx 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$

## Некоторые постоянные числа и приближенные формулы

Постоянные числа	Приближенные формулы (при $\alpha \ll 1$ )
$\pi = 3,1416$ $\pi^2 = 9,8696$ $\sqrt{\pi} = 1,7725$ $e = 2,7183$ $\lg e = 0,4343$ $\ln 10 = 2,3026$	$(1 + \alpha)^n \approx 1 + n\alpha$ $e^\alpha \approx 1 + \alpha$ $\ln(1 + \alpha) \approx \alpha$ $\sin \alpha \approx \alpha$ $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$ $\operatorname{tg} \alpha \approx \alpha$

## Греческий алфавит

А, $\alpha$ — альфа	I, $\iota$ — йота	P, $\rho$ — ро
В, $\beta$ — бета	К, $\kappa$ — каппа	$\Sigma$ , $\sigma$ — сигма
Г, $\gamma$ — гамма	$\Lambda$ , $\lambda$ — ламбда	T, $\tau$ — тау
$\Delta$ , $\delta$ — дельта	М, $\mu$ — мю	Y, $\upsilon$ — ипсилон
Е, $\epsilon$ — эпсилон	N, $\nu$ — ню	$\Phi$ , $\phi$ — фи
Z, $\zeta$ — дзета	$\Xi$ , $\xi$ — кси	X, $\chi$ — хи
Н, $\eta$ — эта	О, $\omicron$ — омикрон	$\Psi$ , $\psi$ — пси
$\Theta$ , $\theta$ , $\vartheta$ — тета	П, $\pi$ — пи	$\Omega$ , $\omega$ — омега

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Ахманов С. А., Никитин С. Ю.* Физическая оптика — М.: Изд. МГУ, 1998.
2. *Блейкмор Дж.* Физика твердого тела. — М.: Мир, 1988.
3. *Белл Р. Дж.* Введение в Фурье-спектроскопию. — М.: Мир, 1975.
4. *Бриндли К.* Измерительные преобразователи. — М.: Энергоатомиздат, 1991.
5. *Гершензон Е. М., Малов Н. Н., Мансуров А. Н.* Курс общей физики. Механика. — М.: Издательский центр «Академия», 2001.
6. *Гершензон Е. М., Малов Н. Н., Мансуров А. Н.* Курс общей физики. Электродинамика. — М.: Издательский центр «Академия», 2002.
7. *Гершензон Е. М., Малов Н. Н., Мансуров А. Н.* Курс общей физики. Оптика и атомная физика. — М.: Издательский центр «Академия», 2000.
8. *Гершензон Е. М., Малов Н. Н., Мансуров А. Н.* Курс общей физики. Молекулярная физика. — М.: Издательский центр «Академия», 2000.
9. *Говорухин В. Н., Цибулин В. Г.* Введение в MAPLE. Математический пакет для всех. — М.: Мир, 1997.
10. *Дьяконов В. П.* Справочник по системе символьной математики DERIVE: — М.: СК Пресс, 1998.
11. *Евдокимов Ф. Е.* Общая электротехника. — М.: Высшая школа, 1990.
12. *Иродов И. Е.* Механика. Основные законы. — М.—СПб.: Физматлит, Невский диалект, Лаборатория базовых знаний, 1999.
13. *Иродов И. Е.* Волновые процессы. Основные законы. — М.—СПб.: Физматлит, Невский диалект, Лаборатория базовых знаний, 1999.
14. *Иродов И. Е.* Электромагнетизм. Основные законы. — М.—СПб.: Физматлит, Невский диалект, Лаборатория базовых знаний, 2000.
15. *Иродов И. Е.* Квантовая физика. Основные законы. — М.—СПб.: Физматлит, Невский диалект, Лаборатория базовых знаний, 2001.
16. *Иродов И. Е.* Физика макросистем. Основные законы. — М.—СПб.: Физматлит, Невский диалект, Лаборатория базовых знаний, 2001.
17. *Игошин Ф. Ф., Самарский Ю. А., Ципенюк Ю. М.* Лабораторный практикум по общей физике. Т.3. Квантовая физика. — М.: Изд. МФТИ, 1998.
18. *Калашников С. Г.* Электричество. — М.: Наука, 1977.
19. *Киммель Л. Р., Машкович В. П.* Защита от ионизирующих излучений. Справочник. — М.: Атомиздат, 1972.
20. *Кондратьев А. С., Лантев В. В.* Физика и компьютер. — Л.: Изд. ЛГУ, 1989.
21. *Ландсберг Г. С.* Оптика. — М.: Наука, 1976.

22. Максимов М. Т., Оджагов Г. О. Радиоактивные загрязнения и их измерение. — М.: Энергоатомиздат, 1989.
23. Мун Ф. Хаотические колебания. — М.: Мир, 1990.
24. Математические пакеты, обучающие программы. Пакет для всех. — М.: Мир, 1997.
25. Неймарк Ю. Н., Ланда П. С. Стохастические и хаотические колебания. — М.: Наука, 1987.
26. Программа визуализации многомерных зависимостей DPGraph. — <http://www.davidparker.com>
27. Ракобольская И. М. Ядерная физика. — М.: Изд. ИМУ, 1981.
28. Радиация, дозы, эффекты, риск / Под ред. Ю.А. Банникова. — М.: Мир, 1990.
29. Рыжиков Ю. И. Компьютер в решении научно-технических задач. — СПб.: Корона Пресс, 2000.
30. Савельев И. В. Курс общей физики. Кн.1. — М.: Наука, Физматлит, 1998.
31. Савельев И. В. Курс общей физики. Кн.2. — М.: Наука, Физматлит, 1998.
32. Савельев И. В. Курс общей физики. Кн.3. — М.: Наука, Физматлит, 1998.
33. Савельев И. В. Курс общей физики. Кн.4. — М.: Наука, Физматлит, 1998.
34. Савельев И. В. Курс общей физики. Кн.5. — М.: Наука, Физматлит, 1998.
35. Сивухин Д. В. Курс общей физики. Т.1. — М.: Наука, 1989.
36. Сивухин Д. В. Курс общей физики. Т.2. — М.: Наука, 1989.
37. Сивухин Д. В. Курс общей физики. Т.3. — М.: Наука, 1989.
38. Сивухин Д. В. Курс общей физики. Т.4. — М.: Наука, 1989.
39. Сивухин Д. В. Курс общей физики. Т.5. — М.: Наука, 1989.
40. Сайт кафедры общей и экспериментальной физики МПГУ <http://physfac.vov.ru>.
41. Семаков А. В. Специальный физический практикум. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Применение ЭВТ в физическом эксперименте». — Киров: Изд. ВГПУ, 1999.
42. Система компьютерной алгебры «Математический помощник DERIVE» — <http://www.derive.com>.
43. Широков Ю. М., Юдин Н. П. Ядерная физика. — М.: Наука, 1980.
44. Школьная компьютерная лаборатория L-микро. — <http://www.corbina.ru/~snark>.
45. Шпольский Э. В. Атомная физика. — М.: Физматгиз, 1974.
46. Электротехника/Аблин А.Н., Ушаков М. А., Фестинатов Г. С., Хотунцев Ю.Л. — М.: Агар, 1998.

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	3
Введение .....	5
В.1. Погрешности измерения физических величин .....	5
В.2. Виды ошибок .....	6
В.3. Обработка результатов прямых измерений .....	8
В.4. Обработка косвенных измерений .....	14
В.5. Запись результатов эксперимента .....	15
В.6. Вычисления .....	16
В.7. Графики .....	17

## Раздел 1. МЕХАНИКА

<i>Лабораторная работа 1.1</i>	
Простейшие измерения и их обработка .....	20
<i>Лабораторная работа 1.2</i>	
Изучение прямолинейного движения с помощью машины Атвуда .....	24
<i>Лабораторная работа 1.3</i>	
Измерение скорости движения пули .....	27
<i>Лабораторная работа 1.4</i>	
Сложение гармонических колебаний .....	30
<i>Лабораторная работа 1.5</i>	
Измерение момента инерции велосипедного колеса .....	35
<i>Лабораторная работа 1.6</i>	
Изучение вращательного движения твердого тела .....	37
<i>Лабораторная работа 1.7</i>	
Проверка теоремы Штейнера .....	39
<i>Лабораторная работа 1.8</i>	
Изучение кинематики и динамики качения шара .....	42
<i>Лабораторная работа 1.9</i>	
Определение ускорения свободного падения с помощью физического маятника .....	46
<i>Лабораторная работа 1.10</i>	
Изучение свободных колебаний физического маятника .....	49
<i>Лабораторная работа 1.11</i>	
Изучение вынужденных колебаний .....	51
<i>Лабораторная работа 1.12</i>	
Измерение частот собственных колебаний струны методом резонанса .....	56
<i>Лабораторная работа 1.13</i>	
Определение частоты колебаний камертона методом резонанса .....	58
<i>Лабораторная работа 1.14</i>	
Определение скорости звука в воздухе .....	60

<i>Лабораторная работа 1.15</i>	
Определение длины волны и скорости звука в твердых телах методом резонанса .....	62
<i>Лабораторная работа 1.16</i>	
Градуировка звукового генератора методом интерференции .....	64
<i>Лабораторная работа 1.17</i>	
Определение модуля Юнга .....	66
<i>Лабораторная работа 1.18</i>	
Определение модуля сдвига .....	68
<i>Лабораторная работа 1.19</i>	
Определение скорости полета снаряда с помощью крутильного маятника .....	71
<i>Лабораторная работа 1.20</i>	
Изучение стационарного течения жидкости по трубе переменного сечения .....	74
<i>Лабораторная работа 1.21</i>	
Изучение течения вязкой жидкости по цилиндрическим трубам .....	76
<i>Лабораторная работа 1.22</i>	
Определение коэффициента вязкости жидкости методом Стокса .....	79
<i>Лабораторная работа 1.23</i>	
Изучение эффекта Доплера в акустике .....	80

## **Раздел 2. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА**

<i>Лабораторная работа 2.1</i>	
Изучение электроизмерительных приборов .....	85
<i>Лабораторная работа 2.2</i>	
Измерение сопротивления с помощью мостика Уитстона .....	98
<i>Лабораторная работа 2.3</i>	
Изучение электростатического поля методом моделирования .....	102
<i>Лабораторная работа 2.4</i>	
Изучение закона Ома для цепей постоянного тока .....	106
<i>Лабораторная работа 2.5</i>	
Измерение характеристик источника тока .....	110
<i>Лабораторная работа 2.6</i>	
Измерение характеристик источника тока на установке, подключенной к компьютеру .....	115
<i>Лабораторная работа 2.7</i>	
Изучение электронного осциллографа .....	119
<i>Лабораторная работа 2.8</i>	
Изучение тока в вакууме и разреженном газе .....	131
<i>Лабораторная работа 2.9</i>	
Измерение магнитного поля Земли .....	136
<i>Лабораторная работа 2.10</i>	
Изучение магнитного поля соленоида .....	139
<i>Лабораторная работа 2.11</i>	
Измерение удельного заряда электрона методом магнетрона .....	141

<i>Лабораторная работа 2.12</i>	
Изучение свойств ферромагнетиков осциллографическим методом .....	146
<i>Лабораторная работа 2.13</i>	
Изучение процессов зарядки и разрядки конденсатора на установке с компьютером .....	150
<i>Лабораторная работа 2.14</i>	
Изучение резонанса напряжений и токов на технической частоте .....	154
<i>Лабораторная работа 2.15</i>	
Изучение резонанса напряжений и токов с помощью звукового генератора и осциллографа .....	156
<i>Лабораторная работа 2.16</i>	
Изучение закона Ома для цепей переменного тока .....	160
<i>Лабораторная работа 2.17</i>	
Измерения мощности, выделяемой в цепи переменного тока, и сдвига фаз между силой тока и напряжением .....	162

### Раздел 3. ОПТИКА

<i>Лабораторная работа 3.1</i>	
Преобразование световых пучков оптическими системами .....	165
<i>Лабораторная работа 3.2</i>	
Исследование электромагнитных волн в двухпроводной линии .....	176
<i>Лабораторная работа 3.3</i>	
Кольца Ньютона .....	179
<i>Лабораторная работа 3.4</i>	
Исследование временной когерентности излучения .....	183
<i>Лабораторная работа 3.5</i>	
Опыт Юнга .....	187
<i>Лабораторная работа 3.6</i>	
Опыт Юнга. Интерференция лазерного излучения .....	193
<i>Лабораторная работа 3.7</i>	
Определение длины световой волны с помощью билинзы и бипризмы .....	197
<i>Лабораторная работа 3.8</i>	
Дифракция Френеля и Фраунгофера .....	201
<i>Лабораторная работа 3.9</i>	
Дифракция лазерного излучения .....	206
<i>Лабораторная работа 3.10</i>	
Дифракция лазерного излучения .....	209
<i>Лабораторная работа 3.11</i>	
Дифракция света на одной, двух и нескольких щелях .....	213
<i>Лабораторная работа 3.12</i>	
Дифракционная решетка .....	215
<i>Лабораторная работа 3.13</i>	
Разрешающая способность глаза и телескопа .....	218
<i>Лабораторная работа 3.14</i>	
Пространственная фильтрация .....	223

<i>Лабораторная работа 3.15</i>	
Определение фокусных расстояний тонких линз .....	228
<i>Лабораторная работа 3.16</i>	
Исследование аберраций линз .....	231
<i>Лабораторная работа 3.17</i>	
Изучение микроскопа .....	235
<i>Лабораторная работа 3.18</i>	
Объективные и субъективные методы фотометрирования .....	238
<i>Лабораторная работа 3.19</i>	
Линейно поляризованный свет .....	242
<i>Лабораторная работа 3.20</i>	
Эллиптически-поляризованный свет .....	247
<i>Лабораторная работа 3.21</i>	
Отражение поляризованного света от диэлектрика .....	250
<i>Лабораторная работа 3.22</i>	
Изучение дисперсии света с помощью стеклянной призмы .....	255
<i>Лабораторная работа 3.23</i>	
Компьютерное моделирование аберраций сферического зеркала .....	258

#### **Раздел 4. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА**

<i>Лабораторная работа 4.1</i>	
Исследование фотоэлементов .....	263
<i>Лабораторная работа 4.2</i>	
Определение постоянной Планка методом задерживающего потенциала .....	266
<i>Лабораторная работа 4.3</i>	
Изучение законов теплового излучения .....	271
<i>Лабораторная работа 4.4</i>	
Исследование спектра излучения гелий-неонового лазера .....	277
<i>Лабораторная работа 4.5</i>	
Изучение спектров испускания и поглощения .....	280
<i>Лабораторная работа 4.6</i>	
Спин-орбитальное взаимодействие и тонкая структура спектров излучения .....	286
<i>Лабораторная работа 4.7</i>	
Соотношение неопределенностей для фотонов .....	292
<i>Лабораторная работа 4.8</i>	
Моделирование туннельного эффекта на СВЧ .....	296
<i>Лабораторная работа 4.9</i>	
Изучение туннельного эффекта .....	299
<i>Лабораторная работа 4.10</i>	
Изучение поглощения $\gamma$ -излучения в веществе .....	302
<i>Лабораторная работа 4.11</i>	
Определение максимальной энергии $\beta$ -частиц .....	306
<i>Лабораторная работа 4.12</i>	
Основы дозиметрии и защиты от ионизирующих излучений .....	310

<i>Лабораторная работа 4.13</i>	
Исследование радиоактивного распада радона .....	323
<i>Лабораторная работа 4.14</i>	
Исследование долгоживущего изотопа калия .....	329
<i>Лабораторная работа 4.15</i>	
Изучение треков положительных мюонов .....	334
<i>Лабораторная работа 4.16</i>	
Изучение статистических закономерностей радиоактивного распада .....	338

## Раздел 5. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

<i>Лабораторная работа 5.1</i>	
Экспериментальное исследование распределения термоэлектронов по скоростям .....	341
<i>Лабораторная работа 5.2</i>	
Исследование распределения броуновских частиц в однородном поле тяжести .....	347
<i>Лабораторная работа 5.3</i>	
Определение коэффициента внутреннего трения воздуха .....	350
<i>Лабораторная работа 5.4</i>	
Определение коэффициента теплопроводности воздуха .....	353
<i>Лабораторная работа 5.5</i>	
Определение удельной теплоемкости воды .....	356
<i>Лабораторная работа 5.6</i>	
Определение $C_p/C_v$ воздуха методом Клемана—Дезорма и расчет изменения энтропии при различных процессах .....	360
<i>Лабораторная работа 5.7</i>	
Определение $C_p/C_v$ газов путем измерения скорости звука .....	365
<i>Лабораторная работа 5.8</i>	
Определение отношения $C_p/C_v$ для жидкости методом дифракции света на ультразвуковой решетке .....	368
<i>Лабораторная работа 5.9</i>	
Изменение энтропии в изолированной системе .....	372
<i>Лабораторная работа 5.10</i>	
Изменение энтропии в неизолированной системе .....	375
<i>Лабораторная работа 5.11</i>	
Определение молярной теплоты испарения воды при температуре кипения .....	377
<i>Лабораторная работа 5.12</i>	
Изучение зависимости температуры кипения воды от внешнего давления .....	381
<i>Лабораторная работа 5.13</i>	
Определение коэффициента поверхностного натяжения жидкости .....	384
<i>Лабораторная работа 5.14</i>	
Определение удельной теплоемкости твердых тел при комнатной температуре .....	388

<i>Лабораторная работа 5.15</i>	
Определение теплоемкости твердых тел при низких температурах .....	391
<i>Лабораторная работа 5.16</i>	
Изучение эффекта Холла в полупроводниках .....	396
<i>Лабораторная работа 5.17</i>	
Исследование температурной зависимости электропроводности металлов и полупроводников .....	401
<i>Лабораторная работа 5.18</i>	
Изучение явления фотопроводимости в полупроводниках .....	407
<i>Лабораторная работа 5.19</i>	
Изучение явления испускания света полупроводниками .....	411

## **Раздел 6. КОМПЬЮТЕР В УЧЕБНОЙ ФИЗИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ**

6.1. Системы компьютерной алгебры в физической лаборатории .....	415
6.2. Обработка таблиц и построение графиков .....	418
6.3. Обработка результатов многократных измерений .....	424
6.4. Решение уравнений и анализ размерности .....	428
6.5. Персональный компьютер .....	430
6.6. Интернет-технологии .....	433
Краткое введение в DERIVE .....	436
Приложение .....	440
Литература .....	454

*Учебное издание*

Александров Владимир Николаевич,  
Бирюков Сергей Владимирович,  
Васильева Ирина Александровна и др.

**Лабораторный практикум  
по общей и экспериментальной физике**

Учебное пособие

Редактор *Т. Ф. Мельникова*  
Технический редактор *О. С. Александрова*  
Компьютерная верстка *Н. В. Денисова*  
Корректоры *В. А. Жилкина, Г. Н. Петрова*  
Диaposитивы предоставлены издательством

Изд. № А-644-І. Подписано в печать 28.05.04. Формат 60×90/16.  
Гарнитура «Таймс». Печать офсетная. Бумага тип. № 2. Усл. печ. л. 29,0.  
Тираж 5100 экз. Заказ № 13329.

Лицензия ИД № 02025 от 13.06.2000. Издательский центр «Академия».  
Санитарно-эпидемиологическое заключение № 77.99.02.953.Д.003903.06.03 от 05.06.2003.  
117342, Москва, ул. Бутлерова, 17-Б, к. 328. Тел./факс: (095) 330-1092, 334-8337.

Отпечатано на Саратовском полиграфическом комбинате.  
410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59.

Высшее профессиональное образование

# ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ ПО ОБЩЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКЕ

Учебное пособие



Педагогические  
специальности